

文章编号 1004-924X(2025)11-1750-11

基于双特征槽工件的旋转轴几何误差辨识

张 奥¹, 项四通^{1*}, 杨建国²

(1. 宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211;

2. 上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200240)

摘要:本文提出了一种基于双特征槽的五轴机床旋转轴位置相关几何误差的辨识方法。该方法通过在立方体工件上依次加工两种特征槽,并设计了4种测量模式,实现了旋转轴几何误差的高精度辨识。与现阶段主流特征工件相比,本文提出的特征工件对槽的加工深度和长度无严格要求,只显著减少了材料去除量,同时最大限度地降低了切削力、热变形以及平动轴误差对测量结果的干扰。所提出的辨识模型可以有效放大角度误差的影响,从而降低了测量不确定度对辨识精度的影响,进一步提高了辨识结果的可靠性。最后,通过与T型块辨识方法的对比实验验证,位移误差辨识结果的最大偏差为2.7 μm ,角度误差辨识结果的最大偏差为-2.3",两者辨识结果的平均吻合度达到93.6%,证实了本文方法的准确性。

关键词:五轴机床;旋转轴;几何误差;误差辨识;特征工件;在机测量

中图分类号:TH161 **文献标识码:**A

doi:10.37188/OPE.20253311.1750

CSTR:32169.14.OPE.20253311.1750

Geometric error identification of rotary axes based on dual-feature grooved workpiece

ZHANG Ao¹, XIANG Sitong^{1*}, YANG Jianguo²

(1. Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2. Faculty of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

* Corresponding author, E-mail: xiangsitong@nbu.edu.cn

Abstract: A method for identifying position-dependent geometric errors (PDGEs) of rotary axes in five-axis machine tools is proposed, employing dual-feature grooves. This approach entails machining two distinct types of feature grooves on a cubic workpiece and implementing four measurement modes to facilitate high-precision identification of rotary axis geometric errors. Unlike conventional feature workpieces, the proposed design does not impose stringent requirements on groove depth and length, thereby substantially reducing material removal while mitigating the effects of cutting forces, thermal deformation, and linear axis errors on measurement outcomes. Furthermore, the identification model is designed to amplify the influence of angular error motions, diminishing the impact of measurement uncertainty on identification accuracy and enhancing result reliability. Comparative experiments with the T-block identification method confirm the method's accuracy, demonstrating a maximum deviation of 2.7 μm for displacement error identifi-

收稿日期:2025-04-08;修订日期:2025-05-26.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(No. 52175470);宁波市自然科学基金重点项目(No. 2022J074)

cation and $-2.3''$ for angular error identification, with an average consistency of 93.6% between the two methods.

Key words: five-axis machine tool; rotary axis; geometric error; error identification; feature-embedded workpiece; on machine measurement

1 引 言

五轴机床广泛应用于航空航天、汽车等领域的复杂曲面零件加工^[1-2]。旋转轴作为五轴机床的重要运动部件,在提高灵活性与减少装夹时间的同时也引入了更多的运动误差,运动误差会严重影响五轴机床的加工精度^[3]。

每个旋转轴存在 10 项几何误差,分别为 4 项与位置无关的几何误差(Position-Independent Geometric Errors, PIGEs)以及 6 项与位置相关的几何误差(Position-Dependent Geometric Errors, PDGEs)^[4]。上述误差高度耦合,因此辨识难度大。现阶段已提出多种测量方法辨识旋转轴的几何误差^[5]。R-test、球杆仪、激光类仪器与测头常用于旋转轴的误差测量。阮等^[6]在考虑安装误差的影响下,基于 R-test 提出了辨识旋转轴几何误差的方法。Ibaraki 等^[7]使用 R-test 对旋转轴的角度误差运动和角度位置误差进行了辨识。相较于 R-test,球杆仪的测量原理相对简单且使用方便,通过简单的圆周轨迹就能够快速解耦出旋转轴的几何误差。Jiang 等^[8]使用球杆仪提出的辨识方法满足每次测量只需驱动一个旋转轴,有效避免了其他轴误差造成的影响。王等^[9]基于球杆仪三次安装提出的辨识几何误差方法有效提高了辨识精度。Xiang 等^[10]结合螺旋理论提出了运动学建模,并使用球杆仪测量能够同时识别出旋转轴的 PIGEs 和 PDGEs。然而,如果检测过程中涉及到多种测量模式,不可避免地需要进行多次安装,会引入安装误差从而影响辨识精度。

激光类测量仪器因具有速度快、范围广、便携等特点得到了广泛的应用。Deng 等^[11]引入刚体运动约束结合激光跟踪干涉仪提出了分别辨识 PIGEs 和 PDGEs 的方法。皮等^[12]基于激光干涉仪并采用旋转轴和直线轴联动技术,有效测量了旋转轴的转角误差和重复转角误差并进行补偿。Zhuang^[13]等基于激光跟踪干涉仪提出了一

种逆多点定位方法,通过建立误差模型研究了旋转轴和激光跟踪干涉仪的误差传播关系。

基于测头的在机测量亦被广泛应用于旋转轴误差辨识。Ibaraki 等^[14-15]利用触发式测头对安装在转台的矩形体标准件进行在机测量,辨识出旋转轴的 PIGEs 和 PDGEs。此外,Onishi 等^[16]提出了一种长期监测机床误差的自校准方案,使用未校准的圆柱形工件在机测量,分离出机床的旋转轴和直线轴及工件的误差,并进一步研究了室温变化对误差的影响。Mayer 等^[17]设计了一种由标准球组成的 4 根长短不一的 RUMBA 装置,通过在机测量能够同时辨识出旋转轴轴线的线性偏移以及标准球与测头的设置误差。叶等^[18]基于标准球和在机测量系统提出了旋转轴几何误差的辨识方法。

上述辨识方法均是在机床无负载条件下实现,基于切削工件的辨识方法可以在实际工况下更好地反映机床的加工精度^[19]。美国宇航局提出了一种 NAS979 检测试件,用于检测三轴机床的空间误差^[20]。随后,又提出圆锥台试件用于五轴机床误差的检测。在工件切削测量领域,Ibaraki 等^[21]先是提出了多种加工模式,通过综合评估工件加工面的几何特征辨识出旋转轴的 PIGEs;后是设计并加工出一种塔形工件,利用在机测量技术辨识出机床的几何误差并探究了温度上升对该误差的影响^[19, 22]。Xiang 等^[23]设计了一种具有多特征几何体的试件,基于提出的五轴机床动静态运动误差逆向辨识法辨识出静态运动误差和动态误差;之后,通过建立空间误差模型并合理地规划加工轨迹,使特征工件可以辨识出旋转轴的 PIGEs 和 PDGEs^[3, 24-25]。然而,基于特征工件的切削测量法仍存在问题,一方面在加工过程中由于平动轴的加工域不同,会导致性轴误差与旋转轴误差糅杂影响加工面的几何形状,从而影响辨识精度;另一方面,现阶段的主流特征工件通常需要较大的加工长度和深度,以放大几何误差信号,从而提高辨识精度^[26]。但在

增大加工范围的同时,直线轴的运动行程也随之增加,导致直线轴自身的几何误差更多地耦合进测量结果,反而可能降低旋转轴误差的辨识精度。此外,对于小型机床而言,加工范围还会受到工作空间和切削能力的限制,这类方法难以适用。

本文提出了一种基于双特征槽特征工件的在机测量方法,实现了旋转轴 6 项 PDGEs 的高精度辨识。与现有方法相比,双特征槽结构通过几何误差的位移放大效应,实现了对微小角度误差的高灵敏度测量。具体而言,通过合理设计底部测点的半径和侧面测点高度,将旋转轴的角度误差转化为可测的线性位移,极大降低了对测头精度的依赖;通过规划特定加工轨迹,确保特征面的平动轴加工域保持恒定,从而有效隔离平动轴误差对测量结果的干扰。该方法的适用性强,理论上可以运用到任何配置的五轴机床上。

2 工件设计

2.1 机床配置与 C 轴 PDGEs

本文研究对象为 BC 转台的五轴机床,其结构代码为 $[wC'B'Y'bXZ(C_i)t]$,如图 1 所示。为了辨识 C 轴 PDGE(如表 1 所示),在加工和测量的过程中,B 轴保持不动。表 1 定义了 6 项 C 轴与位置相关的几何误差。其中 $C_i=0^\circ, 45^\circ, \dots, 315^\circ(i=1, 2, \dots, 8)$,为 C 轴的定位角度。

本文定义了两个坐标系:机床坐标系(Machine Coordinate System, MCS)和工件坐标系

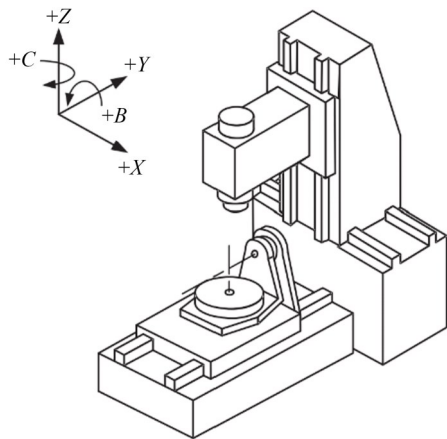


图 1 五轴机床结构配置

Fig. 1 Structural configuration of five-axis machine tools

表 1 C 轴 PDGEs 定义

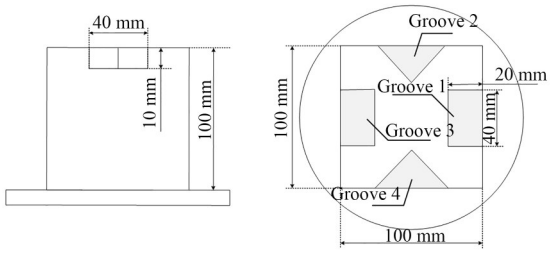
Tab. 1 Position-dependent geometric errors of C-axis

符号	描述
EAC	C 轴绕 X 轴在 C_i 处的角度误差
EBC	C 轴绕 Y 轴在 C_i 处的角度误差
ECC	C 轴在 C_i 处的角度定位误差
EXC	C 轴沿着 X 轴在 C_i 处的位置误差
EYC	C 轴沿着 Y 轴在 C_i 处的位置误差
EZC	C 轴在 C_i 处的轴向位置误差

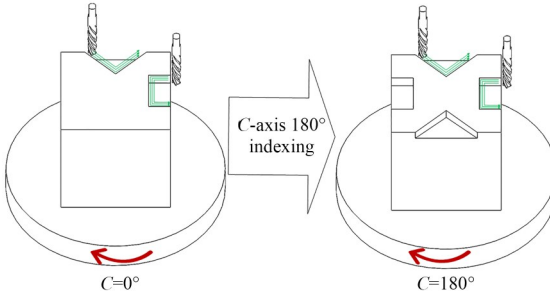
(Workpiece Coordinate System, WCS)。其中,机床坐标系相对于机床的位置固定不变;而工件坐标系则固定在工件底部,并随工件的旋转而同步旋转。C 轴 PDGEs 采用 ISO-230-7^[27] 绝对表示法进行定义,即在机床坐标系中描述;而加工面的误差则定义在工件坐标系中。

2.2 工件的设计与加工

设计的双特征槽工件可分为矩形槽和三角形槽,具体尺寸如图 2(a)与 2(b)所示。在 C 轴 0° 时依次加工两个特征槽,为保证平动轴的加工域不变,C 轴旋转 180° 后再加工两个特征槽,完成整个工件的加工,图 2(c)为具体加工过程。



(a) 工件主视图 (b) 工件俯视图与槽的定义
(a) Front view of the workpiece (b) Top view of the workpiece and definition of grooves



(c) 工件加工过程
(c) Workpiece machining process

图 2 工件的设计与加工

Fig. 2 Workpiece design and machining

3 几何误差辨识

3.1 测点的布置

B 和 S 分别表示底面与侧面,在每个矩形槽和三角形槽的底面各分布 1 个测点,记为 B_j ($j=1\sim 4$);侧面的测点记为 $S_{j,k}$, j 为槽的序号, k 为测点序号,矩形槽的侧面分布 3 个测点(如槽 1 测点为 $S_{1,1}, S_{1,2}, S_{1,3}$),三角形槽的侧面分布 2 个测点(如槽 2 测点为 $S_{2,1}$ 与 $S_{2,2}$)。4 个槽共计 14 个测点,其分布如图 3 所示。其中,红色标记点为测头所需定位的目标位置, r 为底面测点布置所在圆的半径, a 和 b 分别为侧面测点在 XY 平面内的水平与垂直间距, h 为侧面测点距工件坐标系原点在 Z 方向上的高度。

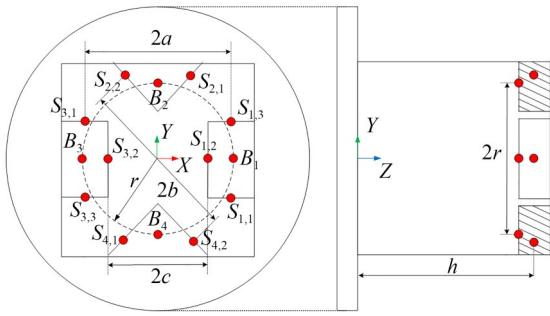


图 3 测点布置及命名

Fig. 3 Measurement point layout and nomenclature

3.2 运动学建模

在工件坐标系下,建立机床空间误差模型如式(1)所示,以描述实际加工面的误差。

$$\begin{cases} {}^M T = {}^M T_Y \cdot {}^Y T_B \cdot {}^B T_C \cdot {}^C T_W \\ {}^M T = {}^M T_X \cdot {}^X T_Z \cdot {}^Z T_T \\ {}^W T = ({}^W T_T)^{-1} \cdot {}^M T \\ \Delta P = ({}^W T_e - {}^W T_i) \cdot [0001]^T \end{cases}, \quad (1)$$

式中: ${}^W T_i$ 和 ${}^W T_e$ 分别为在理想状态和在实际状态下刀具坐标系相对于工件坐标系的空间位姿, ΔP 为位置误差。

基于空间误差模型式(1)计算得到特征槽底面 4 个测点的误差 E_j^B ($j=1\sim 4$),如式(2)所示:

$$\begin{cases} E_1^B = 0 \\ E_2^B = 0 \\ E_3^B = r \cdot E_{BC}^{180^\circ} - E_{ZC}^{180^\circ} \\ E_4^B = r \cdot E_{AC}^{180^\circ} - E_{ZC}^{180^\circ} \end{cases} \quad (2)$$

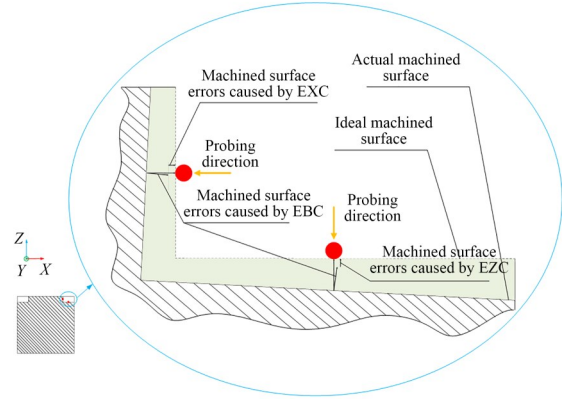


图 4 工件的加工表面误差

Fig. 4 Machined surface errors of workpiece

图 4 展示了工件底面与侧面误差对测头测量结果的影响。4 个特征槽的侧面共有 10 个测点,其测点误差表示为 $E_{j,k}^S$ 。为准确表征加工面法向误差,在对三角形槽进行误差建模时,需将工件坐标系绕其 Z 轴旋转 45° 。相应地,机床坐标系需绕其 Z 轴旋转 -45° ,以实现坐标系的匹配转换。通过上述坐标系变换后可推导出:

$$\begin{aligned} {}^M T &= Rot(z, -45^\circ) \cdot {}^M T_Y \cdot {}^Y T_B \cdot {}^B T_C \cdot {}^C T_W \\ &\quad Rot(z, 45^\circ). \end{aligned} \quad (3)$$

结合式(1)与式(3),得到 4 个槽侧面相对于加工面法向的误差量化结果 $E_{j,k}^S$,具体结果如下:

$$\begin{cases} E_{1,1}^S = 0 \\ E_{1,2}^S = 0 \\ E_{1,3}^S = 0 \\ E_{3,1}^S = h \cdot E_{AC}^{180^\circ} + E_{YC}^{180^\circ} + a \cdot E_{CC}^{180^\circ} \\ E_{3,2}^S = h \cdot E_{BC}^{180^\circ} + E_{XC}^{180^\circ} \\ E_{3,3}^S = h \cdot E_{AC}^{180^\circ} + E_{YC}^{180^\circ} + a \cdot E_{CC}^{180^\circ} \\ E_{2,1}^S = 0 \\ E_{2,2}^S = 0 \\ E_{4,1}^S = h \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} E_{AC}^{180^\circ} - \frac{\sqrt{2}}{2} E_{BC}^{180^\circ} \right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} E_{YC}^{180^\circ} - \frac{\sqrt{2}}{2} E_{XC}^{180^\circ} \right) + d \cdot E_{CC}^{180^\circ} \\ E_{4,2}^S = h \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} E_{AC}^{180^\circ} - \frac{\sqrt{2}}{2} E_{BC}^{180^\circ} \right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} E_{YC}^{180^\circ} - \frac{\sqrt{2}}{2} E_{XC}^{180^\circ} \right) + d \cdot E_{CC}^{180^\circ} \end{cases}. \quad (4)$$

3.3 PDGEs 辨识原理

在整个测量周期内,触发式测头在每个测量

位置接触工件上的点大致相同,结合在机测量的数据辨识 C 轴的 PDGEs。

3.3.1 EAC 与 EBC 的辨识

基于两组特征槽测点 Z 方向位移误差,辨识 EAC 和 EBC。具体而言, C 轴每旋转 45° ($C_i, i=1, 2, \dots, 8$), 利用测头依次测量 4 个槽底部测点, 图 5 为具体的测量模式示意图。

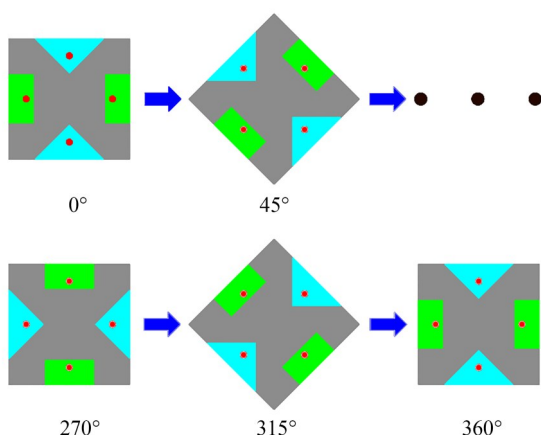


图 5 EAC 与 EBC 辨识的测量模式

Fig. 5 Measurement modes for EAC and EBC identification

在测量加工面底部时, C 轴的轴向位置误差 (EZC) 以及角度误差 (EAC, EBC) 均会影响 Z 方向的测量结果。在理想情况下, 测点在 Z 方向上的测量数据定义为 p_z^{ideal} , 而在实际受误差影响的情况下, Z 方向的测量数据则定义为 $p_z^e(C_i, j)$ 。对于 EAC 和 EBC 的辨识, 需要同时获得 4 个特征

槽的数据, 建立数学关系如下:

$$\Delta z_j(C_i) = p_z^e(C_i, j) - p_z^{\text{ideal}}, \quad (5)$$

$$p_z^e(C_i, j) - p_z^{\text{ideal}} = E_{ZC}^{C_i} + E_j^B + \begin{bmatrix} E_{AC}^{C_i} \\ E_{BC}^{C_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin \theta \\ -r \cdot \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: $\Delta z_j(C_i)$ 为底面测点在理想状态下和实际状态下在 Z 方向上的位移差, $j=1, 2, 3, 4$ 为 4 个槽的序号, θ 为测点在机床坐标系上的角位置, 其中 $\theta=0^\circ, 45^\circ, \dots, 315^\circ$ 。以 $C_i=45^\circ$ 为例介绍辨识原理, 由式 (5) 与式 (6) 可得 4 个底面测点在受机床几何误差影响下在 Z 方向的测量位移差的表达式为:

$$\Delta z_1(45^\circ) = E_{ZC}^{45^\circ} + E_1^B + \begin{bmatrix} E_{AC}^{45^\circ} \\ E_{BC}^{45^\circ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin 45^\circ \\ -r \cdot \cos 45^\circ \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\Delta z_2(45^\circ) = E_{ZC}^{45^\circ} + E_2^B + \begin{bmatrix} E_{AC}^{45^\circ} \\ E_{BC}^{45^\circ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin 135^\circ \\ -r \cdot \cos 135^\circ \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\Delta z_3(45^\circ) = E_{ZC}^{45^\circ} + E_3^B + \begin{bmatrix} E_{AC}^{45^\circ} \\ E_{BC}^{45^\circ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin 225^\circ \\ -r \cdot \cos 225^\circ \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\Delta z_4(45^\circ) = E_{ZC}^{45^\circ} + E_4^B + \begin{bmatrix} E_{AC}^{45^\circ} \\ E_{BC}^{45^\circ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin 315^\circ \\ -r \cdot \cos 315^\circ \end{bmatrix}. \quad (10)$$

理想情况下, 4 个测点的 p_z^{ideal} 相同但无法获得具体值, 4 个测点的 $p_z^e(C_i, j)$ 是测头的实际输出。为消除未知项, 需将两类特征槽对应测点的公式相减, 即槽 1 和槽 3 的公式相减, 槽 2 和槽 4 的公式相减, 最后联立式 (7) ~ 式 (10) 得到:

$$E_{AC}^{45^\circ} = \frac{[p_z^e(45^\circ, 1) - p_z^e(45^\circ, 3)]}{2\sqrt{2}r} + \frac{[p_z^e(45^\circ, 2) - p_z^e(45^\circ, 4)]}{2\sqrt{2}r} + \frac{(E_3^B - E_1^B + E_4^B - E_2^B)}{2\sqrt{2}r}, \quad (11)$$

$$E_{BC}^{45^\circ} = \frac{[p_z^e(45^\circ, 3) - p_z^e(45^\circ, 1)]}{2\sqrt{2}r} - \frac{[p_z^e(45^\circ, 4) - p_z^e(45^\circ, 2)]}{2\sqrt{2}r} + \frac{(E_1^B - E_2^B - E_3^B + E_4^B)}{2\sqrt{2}r}. \quad (12)$$

代入已知数据即可求得 $E_{AC}^{45^\circ}, E_{BC}^{45^\circ}$ 。同理, 可完成其他旋转角度下 EAC, EBC 的辨识。

3.3.2 EXC 与 EYC 的辨识

基于一组特征槽在 XY 平面内的位移误差, 辨识 EXC 和 EYC。具体而言, C 轴每旋转 45° ($C_i, i=1, 2, \dots, 8$), 利用测头依次测量两个槽侧面的测点, 图 6 为辨识 EYC 的具体测量模式示意图。

测点的选择由 C 轴角度和辨识的误差项确定, 以辨识 EYC 为例, 在 $C_i=90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 时选择矩形槽, 在 $C_i=45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 时选择三角形槽。最后, 选择探测方向与 Y 方向平行所对应的测点, 如在辨识 $E_{YC}^{45^\circ}$ 时, 选择的测点对应 3.1 节中的 $S_{2,2}$ 和 $S_{4,2}$ 。在理想情况下, 测点在 X 和 Y 方向的数据定义为 p_x^{ideal} 和 p_y^{ideal} , 而在实际受误差影响的情况下, 测点测量数据则定义为 $p_x^e(C_i, j)$

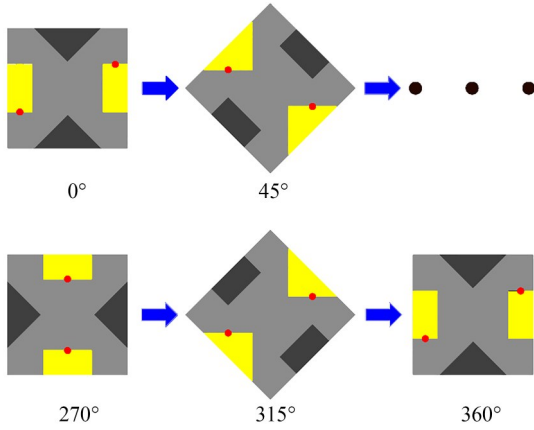


图 6 EYC 辨识的测量模式

Fig. 6 Measurement modes for EYC identification

和 $p_y^e(C_i, j)$ 。由此得到:

$$\Delta x_j(C_i) = p_x^e(C_i, j) - p_x^{\text{ideal}}, \quad (13)$$

$$\Delta y_j(C_i) = p_y^e(C_i, j) - p_y^{\text{ideal}}, \quad (14)$$

$$p_x^e(C_i, j) - p_x^{\text{ideal}} = E_{XC}^{Ci} + h \cdot E_{BC}^{Ci} + \begin{bmatrix} E_{j,1}^S \\ E_{j,2}^S \end{bmatrix} \cdot n_{j,k} + \tilde{L}_y \cdot E_{CC}^{Ci}, \quad (15)$$

$$p_y^e(C_i, j) - p_y^{\text{ideal}} = E_{YC}^{Ci} + h \cdot E_{AC}^{Ci} + \begin{bmatrix} E_{j,1}^S \\ E_{j,2}^S \end{bmatrix} \cdot n_{j,k} + \tilde{L}_x \cdot E_{CC}^{Ci}, \quad (16)$$

式中: $\Delta x_j(C_i)$ 和 $\Delta y_j(C_i)$ 分别为侧面测点在理想状态下和实际状态下在 X 和 Y 方向上的位移差, $n_{j,k} \in \mathbb{R}^2$ 为测头测量测点 $S_{j,k}$ 方向的单位向量, $\tilde{L} \subseteq (a, b, c)$ 为侧面测点在 XY 平面内相对于坐标系原点的位移, 下标 x 和 y 分别对应 X 轴和 Y 轴。以 $C_i = 45^\circ$ 辨识 EYC 为例介绍辨识原理, 由式(14)与式(16)可得测头在受机床误差影响下在 Y 方向的测量位移差的表达式为:

$$\Delta y_2(45^\circ) = E_{YC}^{45^\circ} + h \cdot E_{AC}^{45^\circ} + b \cdot E_{CC}^{45^\circ}, \quad (17)$$

$$\Delta y_4(45^\circ) = E_{YC}^{45^\circ} + h \cdot E_{AC}^{45^\circ} - b \cdot E_{CC}^{45^\circ}. \quad (18)$$

理想情况下, 两个测点的 p_y^{ideal} 是相反数无法获得具体值, $p_y^e(C_i, j)$ 是测头的实际输出。为消除未知项, 需将特征槽对应测点公式相加。将式(17)与式(18)两式相加得到:

$$E_{YC}^{45^\circ} = \frac{p_y^e(45^\circ, 2) + p_y^e(45^\circ, 4)}{2} - h \cdot E_{AC}^{45^\circ}. \quad (19)$$

代入已知数据即可求出唯一的未知数 $E_{YC}^{45^\circ}$ 。同理, 可实现其他旋转角度下 EYC 的辨识。

3.3.3 EZC 辨识

基于一个特征槽测点 Z 方向位移误差, 辨识 EZC。具体而言, C 轴每旋转 45° ($C_i, i=1, 2, \dots, 8$), 利用测头依次测量该槽底部的测点, 图 7 为 EZC 辨识的具体测量模式示意图。

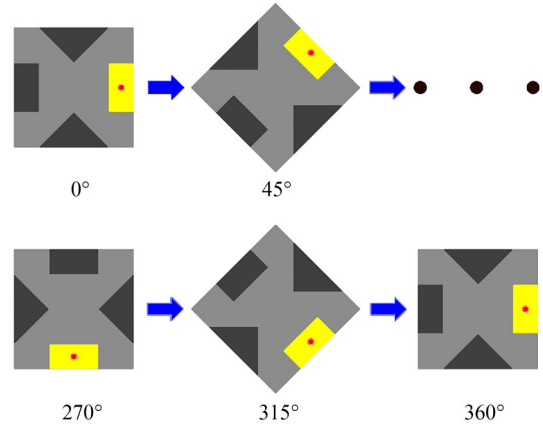


图 7 EZC 辨识的测量模式

Fig. 7 Measurement modes for EZC identification

不同于 EAC 与 EBC 的辨识, 该辨识原理是基于 C 轴在不同位置相较于 $C_i = 0^\circ$ 的初始位置在 Z 方向的位移差进行计算。以辨识 $E_{ZC}^{45^\circ}$ 为例, 利用式(6), $C_i = 0^\circ$ 时槽 1 底部测点理想和实际的位移差和 $C_i = 45^\circ$ 时的位移差分别如下:

$$\Delta z_1(0^\circ) = E_{ZC}^{0^\circ} + E_1^B + \begin{bmatrix} E_{AC}^{0^\circ} \\ E_{BC}^{0^\circ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin 0^\circ \\ -r \cdot \cos 0^\circ \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\Delta z_1(45^\circ) = E_{ZC}^{45^\circ} + E_1^B + \begin{bmatrix} E_{AC}^{45^\circ} \\ E_{BC}^{45^\circ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin 45^\circ \\ -r \cdot \cos 45^\circ \end{bmatrix}. \quad (21)$$

理想情况下, 两个测点的 p_z^{ideal} 相同但无法获得具体值。为消除未知项, 需将特征槽对应测点公式相减, $p_z^e(45^\circ, 1)$ 和 $p_z^e(0^\circ, 1)$ 是测头的实际输出, 即槽 1 在 $C_i = 45^\circ$ 和 $C_i = 0^\circ$ 时公式相减。将式(20)与式(21)相减得到:

$$E_{ZC}^{45^\circ} = p_z^e(45^\circ, 1) - p_z^e(0^\circ, 1) - \begin{bmatrix} E_{AC}^{45^\circ} \\ E_{BC}^{45^\circ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cdot \sin 45^\circ \\ -r \cdot \cos 45^\circ \end{bmatrix}. \quad (22)$$

代入已知数据即可求得唯一的未知数 $E_{ZC}^{45^\circ}$ 。同理, 可实现其他旋转角度下 EZC 的辨识。

3.3.4 ECC 辨识

基于矩形槽测点在 XY 平面内的位移误差, 辨识 ECC。具体而言, C 轴每旋转 45° ($C_i, i=1,$

2, ..., 8), 利用测头依次测量两个矩形槽侧面在 XY 平面内的测点, 本文选择槽 1 和槽 3 的两个远离坐标中心的测点, 对应图 3 中的 $S_{1,3}$ 和 $S_{3,1}$ 。图 8 为 ECC 辨识的具体测量模式示意图。

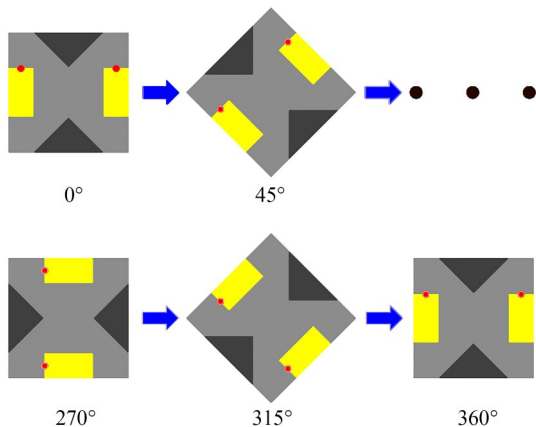


图 8 ECC 辨识的测量模式

Fig. 8 Measurement modes for ECC identification

为了方便计算, 角度定位误差的辨识需要将测量坐标系随着 C 轴同时转动。以 $C_i = 45^\circ$ 为例介绍辨识原理, 得到:

$$\Delta y'_j(C_i) = \begin{bmatrix} E_{XC}^{C_i} + h \cdot E_{BC}^{C_i} \\ E_{YC}^{C_i} + h \cdot E_{AC}^{C_i} \end{bmatrix} \cdot n_{j,k} + E_{j,k}^S + \tilde{L}_x \cdot E_{CC}^{C_i}, \quad (23)$$

式中: $\Delta y'_j(C_i)$ 为测点在理想状态下和实际状态下在 Y 方向上的位移差。以 $C_i = 45^\circ$ 辨识 ECC 为例介绍辨识原理, 由式 (23) 可得测头在受机床误差影响下在 Y 方向的测量位移差为:

$$\Delta y'_1(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{YC}^{45^\circ} + h \cdot E_{AC}^{45^\circ}) - \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{XC}^{45^\circ} + h \cdot E_{BC}^{45^\circ}) + E_{1,3}^S + a \cdot E_{CC}^{45^\circ}, \quad (24)$$

$$\Delta y'_3(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{YC}^{45^\circ} + h \cdot E_{AC}^{45^\circ}) - \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{XC}^{45^\circ} + h \cdot E_{BC}^{45^\circ}) + E_{3,1}^S - a \cdot E_{CC}^{45^\circ}. \quad (25)$$

理想情况下, 两个测点 p_y^{ideal} 相同但无法获得具体值, $p_y^e(C_i, j)$ 是测头的实际输出。为消除未知项, 需将特征槽对应测点公式相加, 即槽 1 和槽 3 公式相加。两式相加得到:

$$E_{CC}^{45^\circ} = \frac{p_y^e(45^\circ, 1) - E_{3,1}^S}{2a} + \frac{E_{1,3}^S - p_y^e(45^\circ, 3)}{2a}. \quad (26)$$

代入已知数据即可求得 $E_{CC}^{45^\circ}$ 。同理, 可完成其他旋转角度下 ECC 的辨识。

4 实验

4.1 实验设置

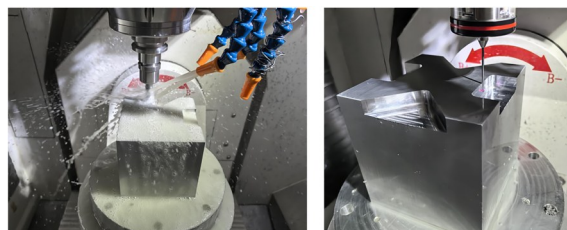
本文研究的五轴加工中心配置如图 1 所示。加工前将机床充分预热以减少热效应的影响, 加工参数如表 2 所示, 加工工件材料为 6061 铝合金, 实验室温度稳定控制在 20°C 左右。

表 2 工艺参数

Tab. 2 Process parameters

工艺参数	参数值
工件尺寸	100 mm × 100 mm × 100 mm
铣刀	硬质合金, 10 mm, 平底铣刀
主轴转速(粗/精)	8000/10000 r/min
进给速度(粗/精)	3000/2000 mm/m
路径间距	4 mm
吃刀深度	0.5 mm
切削液	冷却油

单个矩形槽的总加工时间为 13 min, 单个三角形槽的总加工时间为 9 min, 整个加工过程共需要 45 min 左右, 加工过程如图 9(a) 所示。加工完成后机床静止 4 h, 使其充分冷却后, 根据 3.3 节提出的测量模式进行在机测量。Marposs VOP40 是本研究使用的在机测量系统, 其测头的直径是 2 mm, 测杆长度为 35 mm, 重复性误差为 $0.7 \mu\text{m}$, 测量过程如图 9(b) 所示, 整个测量过程共耗时 15 min。由于测量时间短, 测量过程几乎不受机床热误差的影响。



(a) 加工过程
(a) Machining process

(b) 测量过程
(b) Measurement process

图 9 五轴加工中心加工与在机测量

Fig. 9 Machining and on-machine measurement of five-axis machining center

4.2 辨识结果

图 10 为 C 轴上 6 项 PDGE 的辨识结果。EAC 的变化在 $[-12.9'', 16.2'']$, EBC 的变化在 $[-15.1'', 12.4'']$, ECC 的变化在 $[-6.9'', 16.8'']$ 。EXC 在 $[-24.3 \mu\text{m}, 20.6 \mu\text{m}]$ 内变化, EYC 的变化总体在 $[-11.9 \mu\text{m}, 26.3 \mu\text{m}]$ 内, EZC 的变化为 $[-2.2 \mu\text{m}, 1.7 \mu\text{m}]$, 总体变化幅度较为平缓。

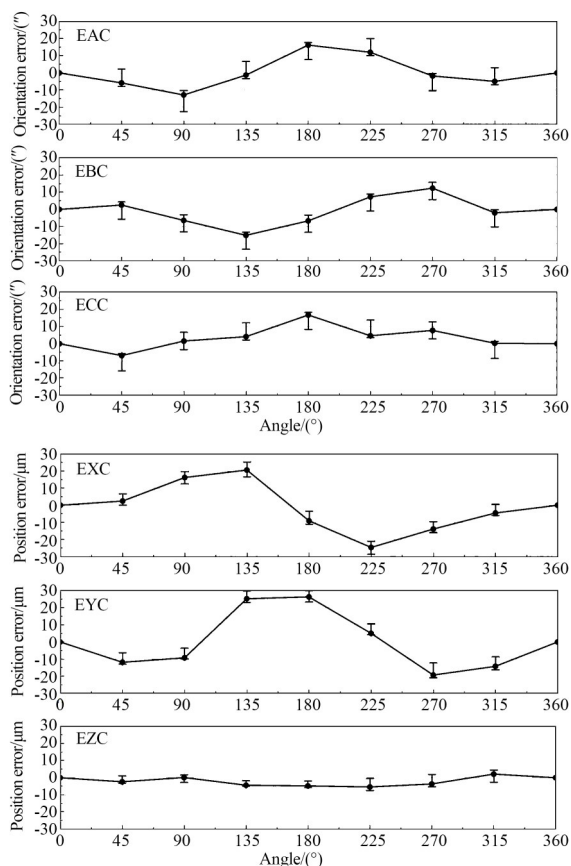


图 10 C 轴 6 项 PDGEs 的辨识结果

Fig. 10 Identification results of six PDGEs for C-axis

4.3 结果验证

为验证辨识结果的准确性,本文采用 T 型块辨识法^[16],该方法通过测量安装在旋转工作台上的 3 个 T 型块测试件的位移来辨识旋转轴的 PDGEs。T 型块为精度极高的标准件,在机测量前提前补偿平动轴误差,所以具有较高的辨识精度,测量过程如图 11 所示。图 12 为本文提出的方法与 T 型块辨识法的对比结果。如图 12(a)所示,角度误差 EAC, EBC, ECC 的辨识结果偏差分别为 $[-2.3'', 0.8'']$, $[-1.6'', 2.8'']$,

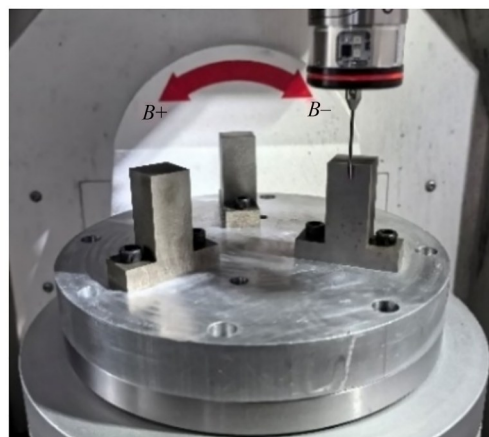
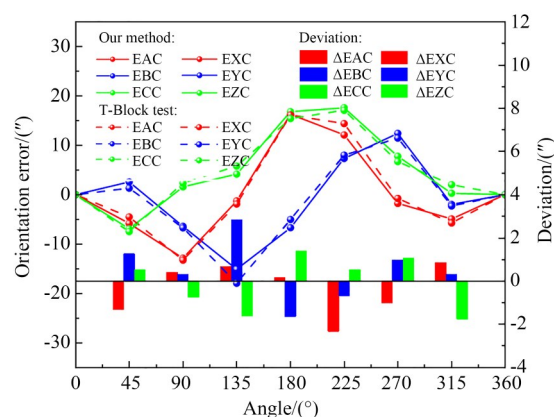
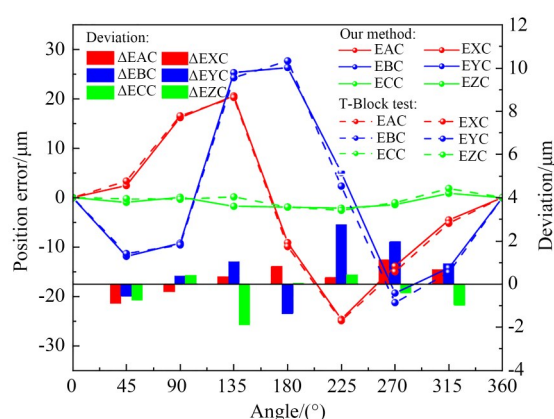


图 11 几何误差的 T 型块辨识法

Fig. 11 T-Block test for geometric error calibration



(a) 角度误差
(a) Orientation errors



(b) 位移误差
(b) Position errors

图 12 对比实验结果

Fig. 12 Comparative experimental results

$[-1.7'', 1.3'']$ 。位移误差的偏差结果如图 12(b) 所示, EXC, EYC, EZC 的偏差分别为

$[-0.9 \mu\text{m}, 1.1 \mu\text{m}]$, $[-1.3 \mu\text{m}, 2.7 \mu\text{m}]$, $[-1.9 \mu\text{m}, 0.4 \mu\text{m}]$, 两者辨识结果的平均吻合度达 93.6%。两种方法的辨识结果高度吻合, 有效证明了本文提出方法的准确性。

5 不确定度分析

在第 3 节所述的测量模式中, 在每个旋转角度下测量工件上名义相同的点。尽管第 2 节提出的加工模式能够有效规避平动轴几何误差的影响, 但在测量过程中, 平动轴几何误差及测头精度仍会干扰测量结果。因此, 评估平动轴几何误差和测头精度对旋转轴几何误差辨识不确定度的影响具有重要意义。

工件的几何偏差与安装误差对旋转轴几何误差的辨识影响较小, 这是本文所提方法的一个重要特征。测头已提前校准, 可忽略其预行程、触发延迟及安装带来的误差。测量不确定度的主要来源如表 3 所示, 各误差源的概率分布参数依据 ISO 标准和制造商技术手册设定, 测头的重复性误差为 $0.7 \mu\text{m}$ 。式 (27) 为平动轴误差建模。

$$\begin{aligned} E_{xx}(x) &= E_{xx, \text{lin}} \cdot x + \text{interpolate}(X_i, E_{xx, \text{rand}}(X_i), x) \\ E_{yx}(x) &= \text{interpolate}(X_i, E_{yx, \text{rand}}(X_i), x) \\ E_{zx}(x) &= \text{interpolate}(X_i, E_{zx, \text{rand}}(X_i), x) \end{aligned} \quad (27)$$

式中: $E_{xx}(x)$, $E_{yx}(x)$, $E_{zx}(x)$ 分别为在标称位置 x 处的线性定位误差和直线度误差。每个轴的线性定位误差均包含两个误差项, 一个是线性项, 另一个是插值项; 直线度误差只包含插值项。

表 3 不确定度来源

Tab. 3 Uncertainty contributors

来源	线性误差系数	非系统性误差	直线度误差	垂直度误差
X 轴	$1 \mu\text{m}/\text{mm}$	$2 \mu\text{m}$	$2 \mu\text{m}$	—
Y 轴	$1 \mu\text{m}/\text{mm}$	$2 \mu\text{m}$	$2 \mu\text{m}$	$3 \mu\text{m}/100 \text{ mm}$
Z 轴	$1 \mu\text{m}/\text{mm}$	$2 \mu\text{m}$	$2 \mu\text{m}$	$3 \mu\text{m}/100 \text{ mm}$

参考文献:

- [1] GAO W, IBARAKI S, DONMEZ M A, et al.

$E_{xx, \text{lin}}$ 为线性误差系数, interpolate 函数为 $E_{**}(x)$ 在 x 处的线性插值, X_i 是由 $X_i = p_{\text{rand}} \cdot i$ 给出, 其中 p_{rand} 是一个均匀分布在 $[-50 \text{ mm}, 50 \text{ mm}]$ 的随机数。其余平动轴误差的建模方式同理。本文主要针对小型机床, 可忽略平动轴的角度误差。故平动轴误差引起测点的实际位置与理想位置间的误差可表示为:

$$\begin{cases} \Delta x = E_{xx}(x) + E_{xy}(y) + E_{xz}(z) + z \cdot S_{xz} \\ \Delta y = E_{yx}(x) + E_{yy}(y) + E_{yz}(z) + x \cdot S_{yx} + z \cdot S_{yz} \\ \Delta z = E_{zx}(x) + E_{zy}(y) + E_{zz}(z) \end{cases} \quad (28)$$

在仿真过程中, 所有随机误差项均按正态分布独立随机生成, 并通过 100 000 次重复采样确保统计显著性, 将辨识结果的标准差视为不确定度 ($k=2$), 如图 10 中的误差棒所示。

6 结 论

本文通过加工两组特征槽时保持平动轴加工域一致, 有效降低了平动轴误差对几何误差辨识的影响, 显著提升了辨识精度。该方法对特征槽的尺寸无严格要求, 仅需满足测量需求即可, 避免了因大切削量导致的热误差影响。在不增大加工面尺寸的前提下, 通过提出的辨识模型可以有效放大角度误差的影响, 从而降低了测量不确定度对辨识精度的影响。提出的切削方法通过保持同一特征面下平动轴运动一致, 使相同平动轴误差反映在每个加工面上, 结合增量辨识方法有效消除了平动轴误差干扰, 显著提高了辨识可靠性。实验结果表明, 与 T 型块法相比, 辨识结果的平均吻合度达 93.6%, 证明了方法的准确性。

作者贡献说明:

张奥: 方法的提出, 实验验证, 论文构思和撰写;

项四通: 资源获取, 论文构思和审核;

杨建国: 论文审核。

Machine tool calibration: Measurement, modeling, and compensation of machine tool errors[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufac-*

- ture, 2023, 187: 104017.
- [2] ZHANG Z, JIANG F, LUO M, *et al.* Geometric error measuring, modeling, and compensation for CNC machine tools: a review[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2024, 37(2): 163-198.
- [3] CHENG T, XIANG S T, ZHANG H N, *et al.* New machining test for identifying geometric and thermal errors of rotary axes for five-axis machine tools[J]. *Measurement*, 2023, 223: 113748.
- [4] 李泽平, 田春苗, 郭世杰. 数控机床几何误差研究现状与展望[J]. 航空制造技术, 2021, 64(22): 65-77.
- JI Z P, TIAN CH M, GUO SH J. Research status and prospect of geometric error of CNC machine tools[J]. *Aeronautical Manufacturing Technology*, 2021, 64(22): 65-77. (in Chinese)
- [5] IBARAKI S, KNAPP W. Indirect measurement of volumetric accuracy for three-axis and five-axis machine tools: a review [J]. *International Journal of Automation Technology*, 2012, 6(2): 110-124.
- [6] 阮大文, 茅健, 刘钢, 等. 双五轴数控铣削机床旋转轴误差辨识方法[J]. 中国机械工程, 2020, 31(13): 1548-1554.
- RUAN D W, MAO J, LIU G, *et al.* A method for error identification of rotation axes of dual-five-axis CNC milling machines[J]. *China Mechanical Engineering*, 2020, 31(13): 1548-1554. (in Chinese)
- [7] IBARAKI S, OYAMA C, OTSUBO H. Construction of an error map of rotary axes on a five-axis machining center by static R-test[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2011, 51(3): 190-200.
- [8] JIANG X G, CRIPPS R J. A method of testing position independent geometric errors in rotary axes of a five-axis machine tool using a double ball bar[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2015, 89: 151-158.
- [9] 李想, 刘焕宇, 王宇林, 等. 一种五轴机床旋转轴位置无关几何误差辨识方法[J/OL]. 中国机械工程, 2025: 1-10. (2025-02-26). (<https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?filename=ZGJX2025022500B&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ>.)
- LI X, LIU H L, WANG Y L, *et al.* Method for identify position-independent geometric error of rotating shaft of five-axis machine tool[J/OL]. *China Mechanical Engineering*, 2025: 1-10. (2025-02-26). (<https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?filename=ZGJX2025022500B&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ>.) (in Chinese)
- [10] XIANG S T, ALTINTAS Y. Modeling and compensation of volumetric errors for five-axis machine tools[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2016, 101: 65-78.
- [11] DENG M, LI H M, XIANG S T, *et al.* Geometric errors identification considering rigid-body motion constraint for rotary axis of multi-axis machine tool using a tracking interferometer[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2020, 158: 103625.
- [12] 皮世威, 刘强, 孙鹏鹏. 基于激光干涉仪的旋转轴误差快速检定方法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(10): 2484-2491.
- PI SH W, LIU Q, SUN P P. Geometric error detection for rotary feed drive based on laser interferometer [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(10): 2484-2491. (in Chinese)
- [13] ZHUANG Z X, XU K, ZHANG S K, *et al.* Sensitivity analysis of inverse multilateration based on tracking interferometer measurement for a bi-rotary head five-axis machine tool [J]. *Measurement*, 2023, 222: 113603.
- [14] IBARAKI S, IRITANI T, MATSUSHITA T. Calibration of location errors of rotary axes on five-axis machine tools by on-the-machine measurement using a touch-trigger probe[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2012, 58: 44-53.
- [15] IBARAKI S, IRITANI T, MATSUSHITA T. Error map construction for rotary axes on five-axis machine tools by on-the-machine measurement using a touch-trigger probe[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2013, 68: 21-29.
- [16] ONISHI S, IBARAKI S, KATO T, *et al.* A self-calibration scheme to monitor long-term changes in linear and rotary axis geometric errors[J]. *Measurement*, 2022, 196: 111183.
- [17] LOS A, MAYER J R R. Application of the adaptive Monte Carlo method in a five-axis machine tool calibration uncertainty estimation including the thermal behavior [J]. *Precision Engineering*, 2018, 53: 17-25.
- [18] 叶建华, 高诚辉, 江吉彬. 旋转台几何误差的在

- 机测量与辨识[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(12): 2804-2811.
- YE J H, GAO CH H, JIANG J B. On-machine measurement and identification for the geometric errors of rotary table[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2015, 36(12): 2804-2811. (in Chinese)
- [19] IBARAKI S, OKUMURA R. A machining test to evaluate thermal influence on the kinematics of a five-axis machine tool[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2021, 163: 103702.
- [20] AIA/NAS. NAS 979 Uniform cutting tests—nas series metal cutting equipment specifications [J]. AIA/NAS-NAS979, 1969.
- [21] IBARAKI S, SAWADA M, MATSUBARA A, *et al.* Machining tests to identify kinematic errors on five-axis machine tools[J]. *Precision Engineering*, 2010, 34(3): 387-398.
- [22] IBARAKI S, OTA Y. A machining test to calibrate rotary axis error motions of five-axis machine tools and its application to thermal deformation test [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2014, 86: 81-88.
- [23] ZHANG H N, XIANG S T, LIU C, *et al.* Reverse identification of dynamic and static motion errors for five-axis machine based on specimen feature decomposition[J]. *ISA Transactions*, 2023, 134: 302-311.
- [24] CHEN K J, XIANG S T, CHENG T, *et al.* A new machining test to identify position-independent geometric errors of rotary axes for five-axis machine tools[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2024, 132(9): 4903-4913.
- [25] 程涛, 项四通, 张海南, 等. 基于错位塔形工件的旋转轴几何误差辨识[J]. 光学精密工程, 2023, 31(21): 3125-3134.
- CHENG T, XIANG S T, ZHANG H N, *et al.* Geometric error identification of rotary axes based on misaligned tower-shaped artefact [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2023, 31(21): 3125-3134. (in Chinese)
- [26] Test conditions for machining centres-Part 7: Accuracy of finished test pieces: ISO 10791-7: 2020 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2020.
- [27] Test Code for Machine Tools-Part 7: Geometric Accuracy of Axes of Rotation: ISO 230-7: 2015 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2015.

作者简介:



张 奥(2001—),男,河南周口人,硕士研究生,主要研究方向为精密加工与测试。E-mail:945604478@qq.com

通讯作者:



项四通(1989—),男,浙江绍兴人,博士,教授,主要研究方向为精密加工与测试、高端装备精密化技术。E-mail:xiangsitong@nbu.edu.cn