

文章编号 1004-924X(2025)12-1889-13

工业 CT 小模数塑料齿轮齿距偏差 测量数据处理方法

李京忱¹, 汤洁^{1,2*}, 石照耀^{1,2}

(1. 北京工业大学 机械与能源工程学院, 北京 100124;

2. 北京市精密测控技术与仪器工程技术研究中心, 北京 100124)

摘要:工业计算机断层扫描(CT)技术为塑料小模数齿轮的精密测量提供了一种非接触式解决方案,可有效解决塑料小模数齿轮测量中的诸多问题。用工业 CT 对塑料小模数齿轮进行测量并处理得到齿轮测量点云,在齿轮设计模型基础上获得齿轮设计点云;对齿轮测量点云和齿轮设计点云进行点云配准;再用 DBSCAN 算法进行设计齿面点云分割,并利用设计齿面点云引导测量齿面点云分割;得到齿距偏差评定点,并进行齿距偏差评定。实验结果表明,本文建立的方法相较于齿轮测量中心的测量结果,左、右齿面单个齿距偏差的差异绝对值最大的为 $2.8\text{ }\mu\text{m}$,齿距累积总偏差的差异绝对值最大的为 $-6.6\text{ }\mu\text{m}$ 。本文建立的工业 CT 齿轮齿距偏差测量数据处理方法,为复杂的 CT 测量齿轮精度的应用方向奠定了方法基础,并可为工业 CT 测量其它复杂精密零件提供方法参考。

关键词:工业 CT; 齿轮; 点云配准; 点云分割; 齿距偏差

中图分类号: TH132.41 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20253312.1889

CSTR: 32169.14.OPE.20253312.1889

Pitch deviation measurement of small module plastic gears using industrial CT

LI Jingchen¹, TANG Jie^{1,2*}, SHI Zhaoyao^{1,2}

(1. School of Mechanical and Energy Engineering, Beijing University of Technology,

Beijing 100124, China;

2. Beijing Engineering Research Center of Precision Measurement Technology and Instruments,

Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

* Corresponding author, E-mail: tangjie@bjut.edu.cn

Abstract: Industrial Computed Tomography (ICT) technology provides a non-contact solution for precision measurement of small module plastic gears, effectively addressing multiple challenges in their metrological processes. This study provided a data-processing method for plastic, small-modulus gear point clouds obtained from ICT measurements. In the data-preprocessing stage, the gear measurement model acquired through ICT scanning was converted into a gear measurement point cloud, while a design point cloud was generated from the gear CAD model. Subsequently, point-cloud registration was performed be-

收稿日期: 2025-02-27; 修订日期: 2025-03-25.

基金项目: 国家重点研发计划子课题(No. 2017YFF0204804)

tween the measured and designed point clouds, consisting of four steps: pre-registration, coarse registration of the hole point cloud, fine registration of the hole point cloud, and registration of the gear-tooth point cloud. A measurement point-cloud segmentation method guided by the design point cloud was then adopted. The article first employed the DBSCAN algorithm to segment the designed tooth-surface point cloud, after which the segmented design point cloud guided the segmentation of the measured tooth-surface point cloud. Pitch-deviation evaluation points were extracted through this procedure to enable a comprehensive pitch-deviation assessment. Experimental results demonstrate that compared with gear measuring center measurements, the proposed method achieves the difference with maximum absolute value of single pitch deviation of $2.8\text{ }\mu\text{m}$ for left and right tooth flanks, and the difference with maximum absolute value of total cumulative pitch deviation of $-6.6\text{ }\mu\text{m}$. The developed ICT-based data processing methodology for gear pitch deviation measurement establishes a methodological foundation for precision evaluation of complex CT-measured gears, while providing valuable references for ICT-based measurement of other intricate precision components.

Key words: industrial CT; gears; point cloud registration; point cloud segmentation; pitch deviation

1 引言

塑料齿轮具有质量轻、噪声小、自润滑性能好等优点,在医疗器械、电子电器、航空航天等领域均有应用。齿轮的制造误差会引起齿轮系统振动,并且会加速齿根断裂和齿轮磨损,缩短齿轮的使用寿命^[1],因此对小模数塑料进行齿轮测量和评价是十分有必要的。工业CT是工业计算机断层扫描(Industrial Computerized Tomography, ICT)的简称,是一种应用于工业中的射线成像技术。工业CT可得到工件任意断面成像,并能够对零件的内外表面进行评估^[2],在尺寸测量、质量控制以及材料检测方面具有广泛的应用价值^[3]。X射线对塑料材质通常具有较好的穿透性,因而工业CT技术可用于塑料小模数齿轮的尺寸和精度的测量^[4]。

工业CT精密零件测量相关研究方面,Bartscher等人^[5]开发了针对CT的校准零件并对CT进行了不确定性评估。杨泽南^[6]等人利用不同材质森林球对工业CT测量不确定度评定。Long等人^[7]用CT对具有复杂内腔的零件进行扫描检测得到零件的制造误差。此外,Novak等人^[8]对工业CT的测量结果质量进行了评价,发现对于不同材料的测量结果没有统计学上的显著差异。Villarraga-Gómez等人^[9]针对工业CT测量体积内的尺寸精度进行了模拟和实验测试,

估计了样品的最佳测量方向。Ferrucci等人^[10]对工业CT测量不确定度的溯源进行了研究。Neuschaefer-Rube等人^[11]提出了一种确定CT测量几何比例因子的方法。

工业CT的齿轮类零件测量应用中,Neuschaefer-Rube等人^[12]对比了微小齿轮的工业CT测量结果与光学、触觉-光学结果。Dou等人^[13]利用工业CT对小模数球面蜗杆进行齿面偏差测量。Mizoguchi等人^[14]提出了一种齿轮组CT扫描网格分解方法。Ehrig等人^[15]利用同步辐射CT对小模数金属内齿轮进行测量,获得了齿轮尺寸精度相关信息。

在齿轮点云处理方面,Uroš等人^[16]对光学扫描齿轮点云,提出了后续齿轮对准的齿轮扫描对准方法。杨晗等人^[17]提出了一种工业CT获得零件点云的点云分割方法。韦会鸿等人^[18]提出了一种基于主轴点云切片的分割方法。Yao等人^[19]提出了一种将从工业CT图像获得的3D表面模型与计算机辅助设计模型进行对齐和误差分析的方法。工业CT点云处理与光学点云的不同之处在于需要对测量点云进行分割。工业CT扫描在一次测量中得到被测齿轮的全部信息,但被测点不会携带信息标签表明其与工件表面的对应关系,需要通过分割来获取配准和偏差评定时需要的点的集合。

可以发现,目前工业CT研究针对齿轮偏差

测量的相关研究较少,因此,本文提出了一种基于工业CT的齿轮测量数据处理方法,并进行了齿轮的齿距偏差评定。本文建立的齿距偏差数据处理流程和方法,主要包括数据预处理方法,测量点云和设计点云的配准方法,以及测量点云的齿面分割方法,并针对齿轮的齿距偏差进行评定,将测量结果与P26进行了对比。

2 工业CT齿轮测量数据处理方法

2.1 工业CT齿轮测量原理

工业CT齿轮测量原理如图1所示,是锥束CT的X射线束穿过被测齿轮,由高密度平面探测器获得携带工件几何信息的衰减X射线;透射方向上各体积元的衰减系数不同,可用特定的重建算法依据探测器接收到的不同大小的透射能量进行断层图像重建。

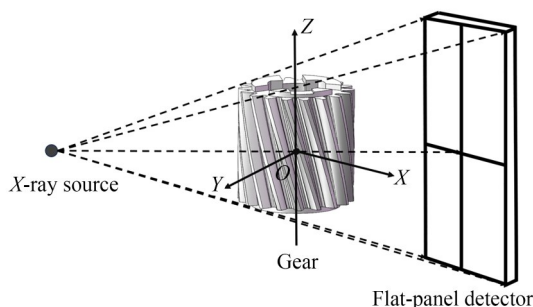


图1 工业CT齿轮测量原理

Fig. 1 Principle of gear measurement on ICT

2.2 工业CT齿轮齿距偏差数据处理方法

针对工业CT齿轮齿距偏差测量问题,本文建立了其测量数据处理方法,如图2所示,具体内容包括:齿轮三维重建数据预处理、点云配准、点云分割和齿距偏差评定。

工业CT齿轮测量的数据预处理方法是为了得到测量点云和设计点云,为后续点云处理奠定基础。点云配准方法是将测量点云与设计点云进行配准,便于后续点云分割和确定齿距偏差评定坐标系。点云分割方法是去除齿轮的端面、齿顶和齿根部分的非齿面点,再进行齿面分割,并确定齿序。齿距偏差评定方法是用插值法获得齿距偏差评定的数据点,再按齿面精度标准评定齿距偏差。

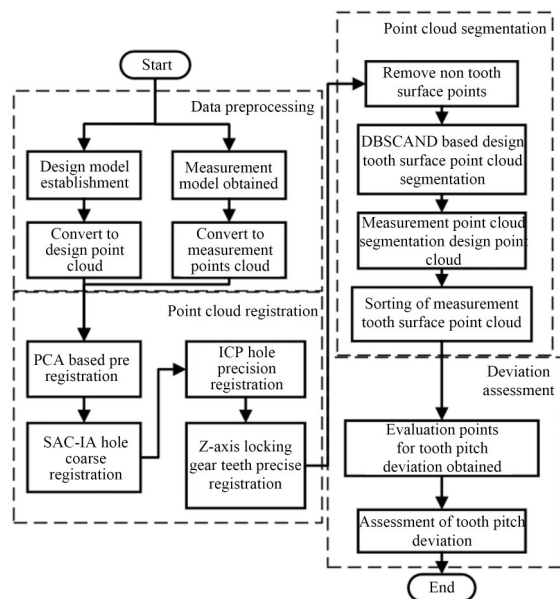


图2 工业CT齿轮齿距偏差数据处理方法

Fig. 2 Workflow for gear measurement on ICT

2.3 齿轮点云模型获取及预处理

对CT获取的测量数据,以STL格式为例,进行点云化处理,由其三角网格顶点得到齿轮测量点云;对专业软件建立的被测齿轮设计模型进行点云化,在模型表面随机采点得到齿轮设计点云。

利用工业CT对被测齿轮进行扫描,并用VGstudio Max软件进行三维重建。工业CT扫描直接获得的三维重建数据,以STL格式为例,由多个三角形面片组成,每个三角形面片的定义包括三角形顶点的三维坐标及三角形面片的法矢量。对于测量得到的STL模型中的每个三角形面片,取得其顶点坐标,并去除重复点,得到原始测量点云,并对原始测量点云进行半径滤波,得到测量点云 $P=\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$,位于测量点云坐标系 $O_P X_P Y_P Z_P$ 。

用Solidworks软件依据齿轮参数建立被测齿轮的设计IGES模型,在齿轮IGES模型表面进行随机采点,获得齿轮设计点云 $Q=\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$,位于设计点云坐标系 $O_Q X_Q Y_Q Z_Q$ 中。

3 带键槽的齿轮点云配准方法

未对齐的齿轮键槽会影响最终的精配准效

果,如 5.2 的方法①。齿轮的键槽在预配准中对点云主成分影响不敏感,导致键槽无法对齐。因此,针对这个问题,本章研究带键槽的齿轮点云配准方法,来对齐齿轮测量点云和齿轮设计点云的孔的键槽,提供了一种避免键槽影响配准的齿轮点云配准思路。

3.1 点云预配准

测量点云坐标系可能与设计点云坐标系差距过大,因此需要将二者进行初步对齐,便于后续操作。主成分分析法 PCA (Principal Component Analysis) 是一种数据降维算法,通过线性变换求取数据集的主成分,利用 PCA 计算点云在不同方向上的离散程度,按顺序选取点云方差最大的方向作为主方向,分别对应点云坐标的三个主要分布方向,将测量点云和设计点云的主方向对齐,完成点云的预配准。

已知测量点云 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 和设计点云 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, 使用 PCA 进行点云预配准的步骤如下:

步骤 1: 按式(1)计算测量点云质心 g_P 和设计点云质心 g_Q :

$$\begin{cases} g_P = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m p_i \\ g_Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i \end{cases} \quad (1)$$

步骤 2: 对点云进行去中心化处理,并计算点云的协方差矩阵,如式(2)所示:

$$\begin{cases} \text{Cov}_P = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (p_i - g_P)^T (p_i - g_P) \\ \text{Cov}_Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_i - g_Q)^T (q_i - g_Q) \end{cases} \quad (2)$$

步骤 3: 对得到的协方差矩阵进行奇异值分解,得到协方差矩阵的特征值和特征向量:

$$\begin{cases} \text{Cov}_P = S_P U_P V_P^T \\ \text{Cov}_Q = S_Q U_Q V_Q^T \end{cases} \quad (3)$$

步骤 4: 计算旋转矩阵 R_c 和平移向量 t_c , 使求得的特征向量重合,其中旋转矩阵和平移向量的计算分别如式(4)和式(5)所示:

$$R_c = U \times V^T, \quad (4)$$

$$t_c = g_Q - R_c g_P. \quad (5)$$

步骤 5: 对测量点云 P 按式(6)进行变换,得到预配准测量点云 P_{pre} :

$$P_{\text{pre}} = PR_c + t_c. \quad (6)$$

3.2 SAC-IA 点云孔粗配准

对于点 $p_i(x_{pi}, y_{pi}, z_{pi})$, 若满足式(7), 则该点属于孔点云中的点。对预配准测量点云和设计点云中的每个点进行计算, 得到测量孔点云 P_{hole} 和设计孔点云 Q_{hole} 。

$$\begin{cases} |p_{zi}| < 0.9 \frac{b}{2} \\ \sqrt{p_{xi}^2 + p_{yi}^2} < 1.1 D_{\max} \end{cases}, \quad (7)$$

其中: b 为齿轮的齿宽, 单位为 mm; $D_{\max}$ 为齿轮孔边缘与轴的最大距离, 单位为 mm。

获得的齿轮孔点云由圆孔和键槽组成, 在进行配准时, 齿轮孔点云中相似的部分会导致不必要的计算量, 且会增加键槽部分的错误配准。因此, 需要对孔点云进行关键点检测, 能分析点云中各个点的局部几何结构, 找到对配准贡献较大的点。这些特征点可以用作点云特征描述或点云配准的关键点。

本文关键点检测采用内蕴形状检测 (Intrinsic Shape Signatures, ISS)^[20] 方法, 得到测量孔点云关键点集 P_{key} 和设计孔关键点集 Q_{key} 。ISS 是一种用于描述局部或者半局部区域的三维形状描述子, 由一局部参考框架和一个对三维形状特征进行编码的高度区分的特征向量组成, 以测量孔点云为例, 用 ISS 进行关键点检测的步骤如下:

步骤 1: 对于测量孔点云 $P_{\text{hole}} = \{p_1, p_2, \dots, p_s\}$ 中的任意一点 p_i , 设定搜索半径 r , 搜索该点的邻域点, 构成该点对应的邻域点集 $P_{pi} = \{p_1^i, p_2^i, \dots, p_k^i\}$ 。

步骤 2: 在搜索半径 r 范围内, 查询 p_i 与其邻域点集中每个点的欧氏距离, 计算该邻域点对应权重, 如式(8)所示:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{\|p_j^i - p_i\|}. \quad (8)$$

步骤 3: 按式(9)计算当前点 p_i 与邻域所有点的协方差矩阵:

$$\text{Cov}(p_i) = \frac{\sum_{\|p_i - p_j^i\| < l} \omega_{ij} (p_j^i - p_i)(p_j^i - p_i)^T}{\sum_{\|p_i - p_j^i\| < l} \omega_{ij}}. \quad (9)$$

步骤 4: 计算协方差矩阵 $\text{Cov}(p_i)$ 的特征值并从小到大排序, 得到 $\{\lambda_i^1, \lambda_i^2, \lambda_i^3\}$ 。

步骤 5: 设定阈值 ϵ_1 和 ϵ_2 , 若 p_i 为特征点, 则应满足式(10):

$$\begin{cases} \lambda_i^2/\lambda_i^1 < \epsilon_1 \\ \lambda_i^3/\lambda_i^2 < \epsilon_2 \end{cases} \quad (10)$$

当 λ_i^1 远大于 λ_i^2 和 λ_i^3 , 并且 λ_i^2 和 λ_i^3 接近时, 局部表现为直线; λ_i^1 与 λ_i^2 接近, 远大于 λ_i^3 时, 局部表现为曲面, 本文选用较大的 λ_i^1 , 较小的 λ_i^2 和 λ_i^3 , 以提取齿轮键槽部分的高曲率点云。经过 ISS 检测得到的测量孔特征点如图 3 所示。

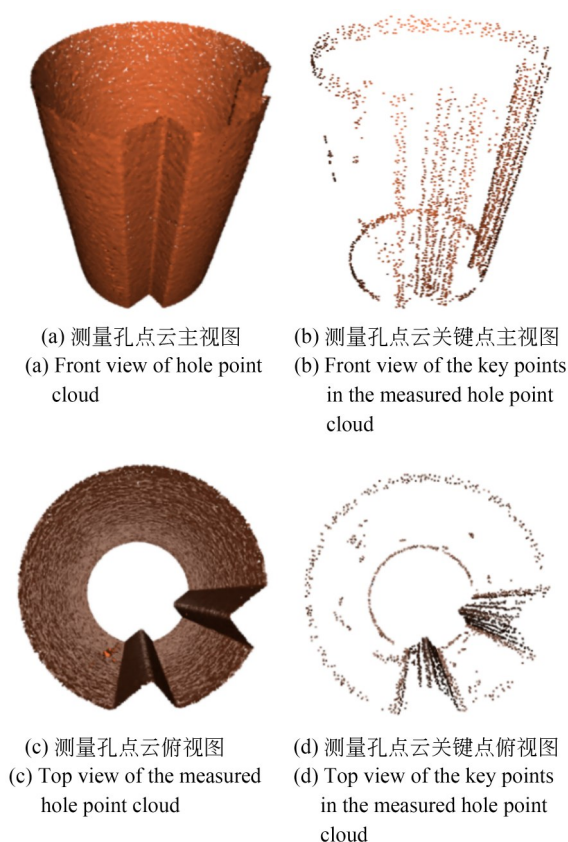


图 3 测量孔点云关键点检测

Fig. 3 Key point detection in the measured hole point cloud

对测量孔点云特征点和设计孔点云特征点进行粗配准采用 SAC-IA 方法, 获得孔的平移旋转矩阵。SAC-IA 是基于特征的 3D 点云配准方法, 本文所用的 SAC-IA 算法又是基于快速点特征直方图 (Fast Point Feature Histograms, FPFH)^[21] 的。FPFH 是由点特征直方图 (Point Feature Histograms, PFH)^[22] 改进得到, 利用点云中点与相邻点之间的空间差异, 以多维直方图的形式描述点的几何属性, 从而反映点云数据的

特征。

用 SAC-IA 对齿轮孔点云进行粗配准的步骤如下:

步骤 1: 对于测量孔特征点集 P_{key} 和设计孔特征点集 Q_{key} 中的每个点, 计算点的法向量。

步骤 2: 对于测量孔特征点集 P_{key} 中的一点 p_i , 找到其半径 r_f 范围内的 k 个点 $\{p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^k\}$ 作为邻域点, 基于法向量计算点 p_i 与其邻域点 p_i^j 之间的夹角、方位角和倾斜角作为点特征。

步骤 3: 利用 p_i 和其邻域点 p_i^j 之间的点特征计算得到 p_i 的简化点特征直方图 (Simplified Point Feature Histogram, SPFH), 并按式(11)计算得到点的 FPFH:

$$\text{FPFH}(p_i) = \text{SPFH}(p_i) + \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k \frac{1}{\omega_{il}} \text{SPFH}(p_i^l), \quad (11)$$

其中: ω_{il} 为点 p_i 到其第 l 个邻域点 p_i^l 的距离, 单位为 mm。

步骤 4: 设计孔特征点集 Q_{key} 按步骤 2)、3) 进行计算, 得到 Q_{key} 中每个点的 FPFH。

步骤 5: 在测量孔特征点集 P_{key} 中随机选取 s 个样本点, 构成一个候选配准点集 P_{key}^i , 候选配准点之间的距离应大于设定阈值 d , 从而保证每个采样点的代表性。

步骤 6: 对 P_{key}^i 中每个点, 通过 KD 树最近邻搜索找到 Q_{key} 中一个或者多个 FPFH 特征相似的点, 并从这些点中随机选取一个点作为该候选配准点的对应点。

步骤 7: 计算 P_{key}^i 中的每个点与其在 Q_{key} 中对应点的刚性变换矩阵, 按照 Huber 惩罚函数, 如式(12), 判断矩阵是否最优; 并利用随机抽样一致算法 (Random Sample Consensus, RANSAC)^[23] 过滤掉错误的点对和变换矩阵。

$$H(a_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} a_i^2, & \|a_i\| \leq \omega_d \\ \omega_d (\|a_i\| - \frac{1}{2} \omega_d), & \|a_i\| > \omega_d \end{cases}, \quad (12)$$

其中: a_i 为第 i 组对应点的样本点变换结果与 Q 中对应点距离, ω_d 为设定的距离阈值, ω_d 的选择通过实验进行选择, 较小 ω_d 可过滤更多点对, 较

大的 ω_d 可使更多点对参与配准、从而加速收敛。

步骤 8: 重复步骤 5 至步骤 7, 直到达到设定重复次数, 输出误差函数最小的变换矩阵作为孔粗配准平移旋转矩阵 T_{rough} 。

对齿轮测量孔点云 P_{hole} 应用变换, 获得齿轮孔粗配准点云 $P_{\text{hole}}^{\text{rough}}$, 对预配准测量点云 P_{pre} 应用变换, 获得孔粗配准后测量点云 P_{rough} 。

3.3 点云孔精配准

用 SAC-IA 进行孔粗配准后, 需要用 ICP 算法进一步进行孔的精配准, 以更好的配准孔点云。ICP 算法是点云精配准应用最广泛的算法之一, 其核心思想在于通过迭代的方式, 最小化两组点云之间的距离。

ICP 算法首先针对配准后的齿轮孔粗配准点云 $P_{\text{hole}}^{\text{rough}}$ 中的每个点 p_i , 在设计齿轮孔粗配准点云 Q_{hole} 中查找一个与 p_i 欧氏距离最短的点 q_i 作为对应点, 得到设计点云中测量点对应的点集 $Q_{\text{hole}}' = \{q_1', q_2', \dots, q_m'\}$, 然后计算最小化 $P_{\text{hole}}^{\text{rough}}$ 和 Q_{hole}' 对应点距离的变换矩阵。

ICP 的每次迭代会根据当前的变换矩阵更新点云 $P_{\text{hole}}^{\text{rough}}$ 的位置, 并重新搜索对应点集 Q_{hole}' , 进而计算新的变换矩阵。ICP 算法迭代结束的设定阈值经验参数应结合点云尺度和精度需求调整, 迭代过程直至两点云之间的误差小于设定的阈值, 即达到设定阈值时算法已经收敛, 或者迭代次数达到设定的最大值。最后一次迭代得到的变换矩阵即为精配准的点云平移旋转矩阵, 记为 T_{fine} , 对孔粗配准后测量点云 P_{rough} 应用获得的平移旋转矩阵得到孔精配准测量点云 P_{fine} :

$$P_{\text{fine}} = T_{\text{fine}} \cdot P_{\text{rough}} \quad (13)$$

3.4 点云齿对精配准

在进行齿轮孔精配准之后, 齿轮测量点云孔与齿轮设计点云孔已经对齐。还需要对齿轮的轮齿部分点云进行平移旋转, 进一步实现轮齿对齐。为了避免建立齿轮设计模型时键槽等设计要素与齿轮轮齿相对位置存在差异, 在齿对精配准步骤时保留齿轮设计点云和齿轮测量点云的轮齿部分的点, 即保留了满足与旋转轴 (Z 轴) 距离 $r > r_f$ 的点作为齿轮的轮齿点云。对孔精配准测量点云 P_{fine} 和设计点云 Q , 分别获得齿轮测量

轮齿点云 P_{tooth} 和齿轮设计轮齿点云 Q_{tooth} , 对 P_{tooth} 和 Q_{tooth} 利用 ICP 算法进行点云配准, 获得点云平移旋转矩阵 T_{final} 为:

$$Q_{\text{tooth}} = P_{\text{tooth}} \cdot T_{\text{final}}, T_{\text{final}} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & t_x \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & t_y \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

在孔精配准步骤时, 齿轮的旋转轴已经对准, 因此, 在点云齿对精配准步骤中, 仅对齿轮测量点云进行沿 Z 轴方向的平移和绕 Z 轴的旋转, 需要从平移旋转矩阵中提取对应的分量。齿轮绕 Z 轴的旋转角 $R_z(\psi)$ 为:

$$R_z(\psi) = \text{atan2}(R_{12}, R_{11}) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad (15)$$

旋转角 ψ 对应旋转矩阵 R_z 为:

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

对齿轮测量点云进行 Z 轴锁定的平移和旋转, 实现齿对精配准, 如式 (17), 得到最终配准测量点云 P_{final} :

$$P_{\text{final}} = R_z \cdot P_{\text{fine}} + t_z \cdot 1 \quad (17)$$

测量点云与设计点云的初始位置如图 4 所示, 点云配准过程视图见图 5~图 6 (彩图见期刊电子版), 其中蓝色为被测齿轮的设计点云, 红色为被测齿轮的测量点云。图 5 和图 6 为 3.1 节至 3.4 节中阐述的点云配准过程的可视化图片, 展示了测量点云经过每一步配准后设计点云和测



图 4 测量点云与设计点云初始位置

Fig. 4 Initial position of the point clouds

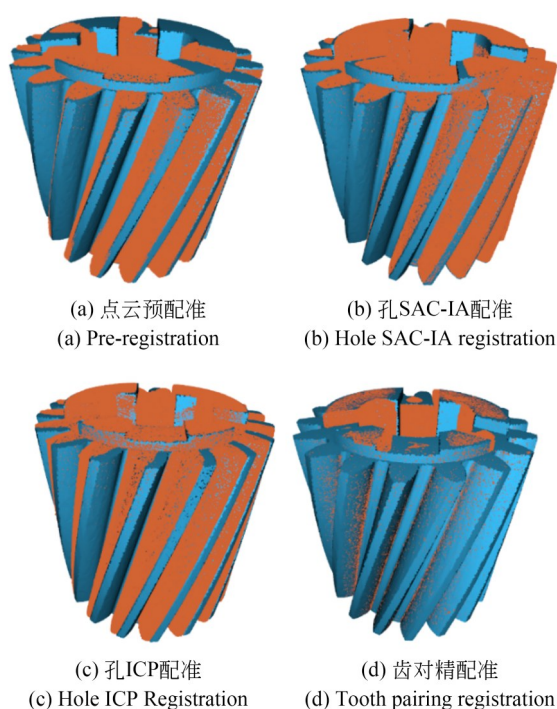


图 5 点云配准过程主视图

Fig. 5 Front view of the point cloud registration process

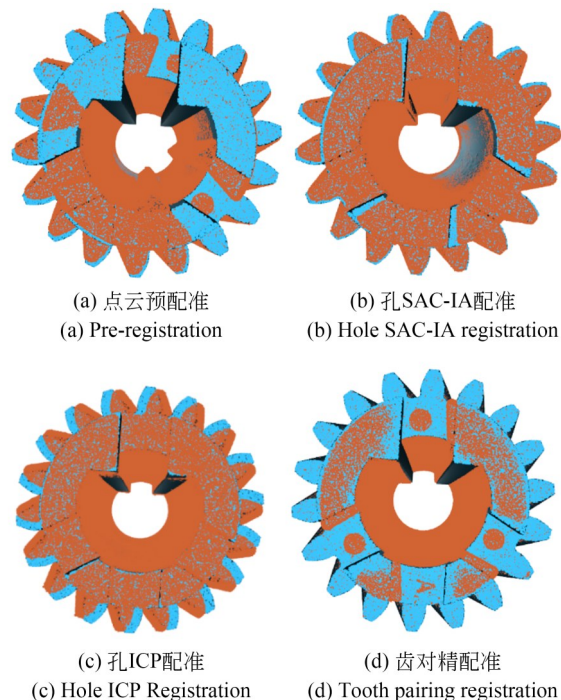


图 6 点云配准过程俯视图

Fig. 6 Top view of the point cloud registration process

量点云的相对位置变化。配准结果的优劣判定由 5.2 节中 RSME 的计算结果分析得到。

4 设计点云引导的测量齿面点云分割

对齿轮进行齿距偏差评定,首先需要获得每个齿面对应的数据点,为此建立了一种基于齿轮设计点云引导的齿轮测量点云分割方法,可快速分割出单个测量齿面点云,包括:用基于密度的聚类方法 (Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise, DBSCAN)^[24]对设计齿面点云进行分割,以及进行经 KD 树 (KD-tree)^[25]优化的设计齿面点云引导的测量齿面点云分割,最后对单个测量齿面点云排序,确定对应齿序。

4.1 设计点云 DBSCAN 分割

点云聚类 DBSCAN 是一种常用的点分组方法,能够将单个点云按照特定特征分割成一些相对独立的对象或结构。该方法会在紧密聚集在一起的数据点的周围扩展,直到遇到一个低密度的区域,或者直到无法找到足够多的邻域点。该方法计算速度快,并且能够有效处理任意形状的点云集合,但对参数较敏感,并对密度不均匀数据聚类效果较差。工业 CT 测量获得的点云,可能会存在密度不均的问题,为此,先对设计点云进行分割得到齿面设计点云,然后利用齿面设计点云对配准后测量点云中的点进行齿面点云分割。

对配准测量点云和设计点云,去除齿顶圆及齿顶圆外的、齿根圆及齿根圆内的数据点,获得设计齿面点云 Q_i 和测量齿面点云 P_i 。配准测量点云和设计点云的处理步骤相同。

DBSCAN 算法包括两个关键参数邻域半径 ϵ 和最小邻域点数 MinPts。对于每个未访问的数据点,如果其邻域内包含的点数大于或等于 MinPts,则该点被定义为核心点,并开始扩展形成一个簇;否则,该点被认为是边界点或噪声点。在扩展过程中,核心点的邻域内所有点会被加入当前簇中,且对邻域内的其他核心点继续进行扩展,直至整个簇形成。设置 $\epsilon = 0.2$, MinPts = 5, 对于具有 z 个齿的齿轮,其设计齿面点云最终分为 $2 \cdot z$ 个集合,即 $Q_i = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_{2z}\}$, 并且对于集合 Q_i , 其包含的点应全部为齿轮齿面编号为 i 的数据点,图 7 为分割结果,分割得到的每个设计齿面点云用一种颜色表示(彩图见期刊电子版)。

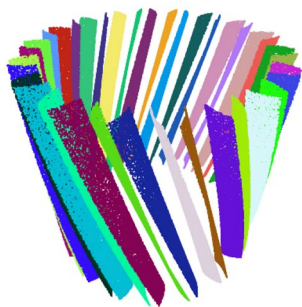


图7 设计点云齿面分割结果

Fig. 7 Segmentation result of gear tooth surfaces

4.2 齿面设计点云引导的测量点云分割

在获得每个设计齿面点云对应的点集之后,可用设计齿面点云引导测量点云齿面进行点云分割。对于属于设计齿面点云 Q_i 的每个点 q ,寻找测量齿面点云 P_i 中距离最近的 num_s 个点集合 $p^q = \{p_1^q, p_2^q, \dots, p_{num_s}^q\}$, 记测量齿面点云齿面编号为 i 的初分组集合为 $P_{i0}, p^q \in P_{i0}$ 。遍历 Q_i 中的每个点,去除 P_{i0} 中的重复点,获得测量齿面点云齿面编号为 i 的数据点集合 P_i 。对于 Q_i 中的每个齿面点集合,重复上述步骤,获得分组后测量齿面点云 $P_t = \{P_1, P_2, \dots, P_{2z}\}$ 。研究的设置搜索的最近邻点数 $num_s = \text{round}(m/n)$, 即测量点云的点云点 m 与设计点云的点云点数 n 之商取整。对应点搜索的过程用 kd 树(kd-tree)优化, kd 树是一种可以高效处理 k 维空间信息的树形数据结构,其每个节点表示一个与当前划分维度的坐标轴

垂直的超平面,并将空间分为两部分。在检索对应点时可以不访问每一个数据点,有效的修剪搜索空间,提升对应点搜索效率。

想要对齿轮的齿距偏差进行评定,需要对分组后测量点云进行排序,确定单个测量齿面点云对应的齿序,设定的齿序如图 8 所示。

对于分组后测量点云 $P_t = \{P_1, P_2, \dots, P_{2z}\}$ 中的每个测量齿面点云 $P_i = \{p_1^i, p_2^i, \dots, p_k^i\}$, 求点云的质心坐标,得到点云对应的质心集合 $g_{P_i} = \{g_{p1}, g_{p2}, \dots, g_{p2z}\}$, 对每个质心按式(18)求点极坐标,然后按极角进行排序,确定每个测量齿面点云对应的齿序,排序结果如图 9 所示。

$$\begin{cases} r_{gpi} = \sqrt{x_{gpi}^2 + y_{gpi}^2} \\ \theta_{gpi} = \text{atan2}(y_{gpi}, x_{gpi}) \end{cases} \quad (18)$$

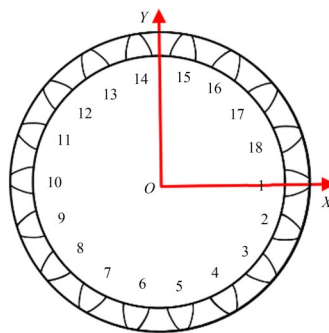


图8 齿轮齿序

Fig. 8 Gear tooth sequence

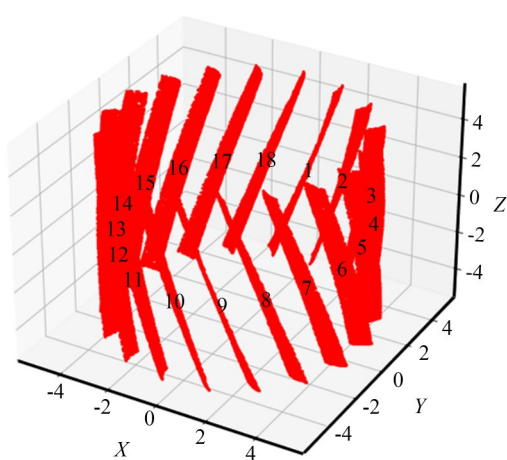
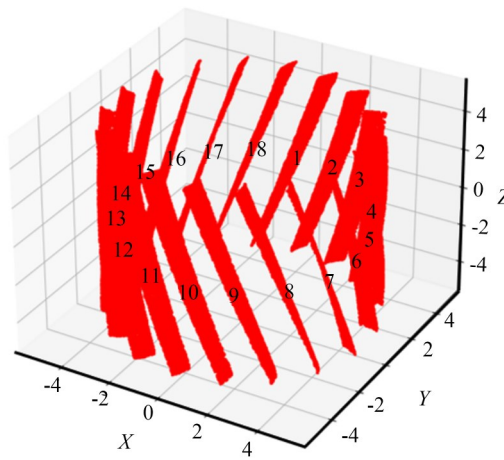
(a) 右齿面
(a) Right flank(b) 左齿面
(b) Left flank

图9 排序后的测量齿面点云

Fig. 9 Sorted point cloud of measured tooth surfaces

5 试验及结果

5.1 齿距偏差定义及评定点获取

齿距偏差是指齿轮分度圆上的实际齿距与公称齿距之差。根据 GB/T 10095.1-2022 规定, 齿轮齿距偏差评定参数包括任意单个齿距偏差 f_{pi} 、单个齿距偏差 f_p 、齿距累积偏差 F_{pi} 和齿距累积总偏差 F_p 。

第 i 个齿的齿距偏差评定点 $T_i(x_{Ti}, y_{Ti}, z_{Ti})$ 是通过距离分度圆最近、且位于分度圆两侧的两个点 p_{in}^i, p_{out}^i 进行线性插值来确定, 找到的齿距偏差评定点应位于 p_{in}^i 和 p_{out}^i 之间, 以保证求得的齿距评定点位于分度圆上, 如图 10 所示。

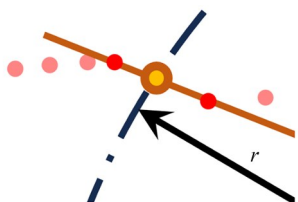


图 10 齿距偏差评定点获取

Fig. 10 Evaluation points for pitch deviation assessment

计算如式(19)~式(23)所示:

$$f_{pi} = \gamma_i \cdot \frac{m_i z}{2} - \pi m_i, \quad (19)$$

$$f_p = \max |f_{pi}|, \quad (20)$$

$$F_{pi} = \sum_{i=1}^i f_{pi}, \quad (21)$$

$$F_p = \max(F_{pi}) - \min(F_{pi}), \quad (22)$$

其中: γ_i 为点 T_i 与点 T_{i-1} 的夹角, 单位为 rad。

$$\gamma_i = \arccos \frac{x_{T_i} x_{T_{i-1}} + y_{T_i} y_{T_{i-1}}}{\sqrt{x_{T_i}^2 + y_{T_i}^2} \sqrt{x_{T_{i-1}}^2 + y_{T_{i-1}}^2}}. \quad (23)$$

5.2 测量试验

在工业 CT 测量机 NSI X5000 上对一个塑料小模数斜齿轮进行了扫描测量, 如图 11 所示, 按本文方法对得到的扫描数据进行了数据处理, 并分析了齿距偏差结果。被测齿轮参数见表 1, 齿轮试验装置实物见图 11。CT 测量机的系统分辨率为 $0.5 \mu\text{m}$ 。

对获取的齿轮测量点云用三种方法进行配准, 分别是: 方法 A 用点云处理专业软件 Cloud Compare 对全部齿轮点云数据点进行配准, 方法



图 11 工业 CT 齿轮试验

Fig. 11 Gear measurement on ICT

表 1 被测齿轮参数

Tab. 1 Parameters of the measured gear

Parameters	Value
Module m_n	0.5 mm
Number of teeth z	18
Pressure angle α	20°
Addendum coefficient h_{ax}	1
Tip clearance coefficient c_x	0.25
Modification coefficient x	0.04
Helix angle β	16° (left hand)
Tooth width b	10 mm

B 用 PCA-ICP 方法仅对轮齿部分点云进行配准, 方法 C 用本文方法对全部测量点云进行配准。

采用均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 作为精度评定标准, 计算如式(24):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (P - Q')^2}{M}}, \quad (24)$$

其中: P 为测量点云, Q' 为测量点云在设计点云中的对应点。

对于按各方法分别进行 3 次配准后的测量点云, 分别计算配准后测量点云轮齿部分点云的 RMSE, 结果如表 2 所示。按 3.4 节中齿轮轮齿

表 2 配准后点云 RMSE

Tab. 2 RMSE results of the registered point cloud

Method	No. 1	No. 2	No. 3
Method A	0.003 0	0.002 6	0.002 7
Method B	0.001 7	0.001 9	0.001 9
Method C	0.001 7	0.001 7	0.001 8

点云获取方法, r_f 值相同, 以使参与 RSME 值计算点云点数基本相同。

从计算结果可以发现, 本文提出的点云配准方法的 RMSE 计算结果最优, 说明其得到的齿轮配准后测量点云对应点距离最小。因为齿轮孔键槽的影响, 利用全部点云数据进行配准的 RMSE 明显大于仅使用轮齿部分点云配准。对于仅利用 PCA-ICP 对轮齿部分点云进行配准的方法 B, 点云精配准结果见图 12。其 RMSE 略大于本文方法, 但是由于齿轮轮齿的中心对称特性, 若齿轮测量点云轮齿精配准时的初始位姿位于齿轮设计点云轮齿的中间部分, 可能会导致对应点搜索错误, 导致配准结果有误, 本文方法可以有效避免该问题。

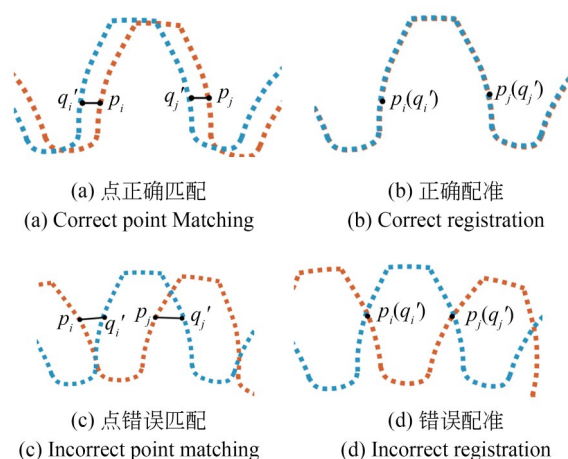


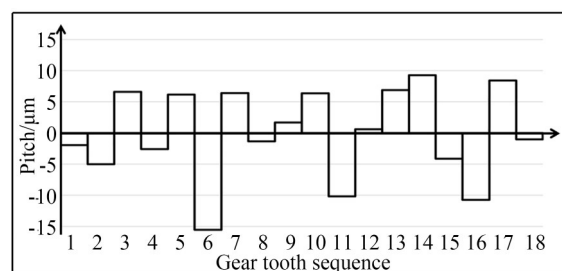
图 12 方法 B 点云精配准结果

Fig. 12 Issues in the fine registration results using method B

5.3 齿距偏差结果

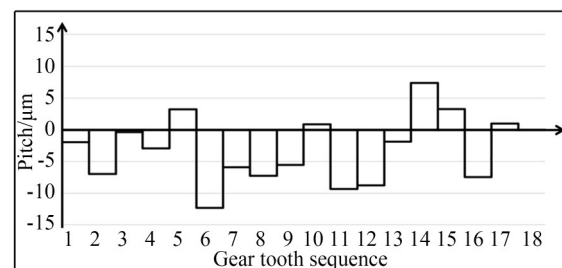
根据 GB/T 10095.1-2022 进行评定, 利用工业 CT 对齿轮进行 3 次测量, 取平均值, 工业 CT 测量得到的左齿面单个齿距偏差平均值为 $14.4 \mu\text{m}$, 齿距累积总偏差平均值为 $18.6 \mu\text{m}$, 右齿面单个齿距偏差平均值为 $13.0 \mu\text{m}$, 齿距累积总偏差平均值为 $19.0 \mu\text{m}$ 。其中, 第 1 次测量的齿距偏差如图 13 所示。

用德国克林贝格的齿轮测量中心 P26 对同一个被测齿轮进行测量, 将工业 CT 获得的 3 次齿距偏差测量值的均值与 P26 得到齿距偏差测



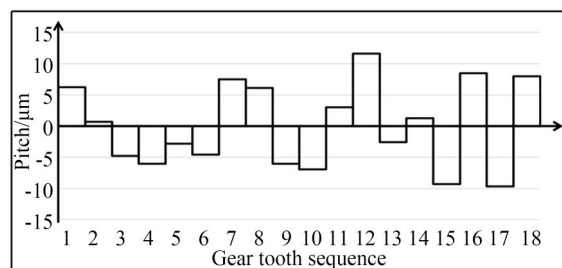
(a) 左齿面单个齿距偏差

(a) Single pitch deviation of the left tooth flank



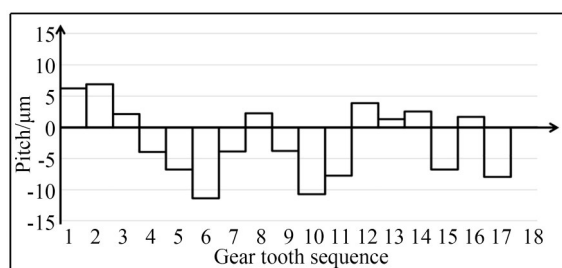
(b) 左齿面齿距累积偏差

(b) Cumulative pitch deviation of the left tooth flank



(c) 右齿面单个齿距偏差

(c) Single pitch deviation of the right tooth flank



(d) 右齿面齿距累积偏差

(d) Cumulative pitch deviation of the right tooth flank

图 13 齿距偏差曲线

Fig. 13 Results of pitch deviation

量值的进行对比, 结果如表 3 所示。

工业 CT 得到的小模数齿轮齿距偏差测量结果相对于 P26, 左、右齿面单个齿距偏差的差异绝

对值最大的为 2.8 μm ,左、右齿面齿距累积总偏差的差异绝对值最大的为一6.6 μm 。本方法得到了与 P26 较为接近的结果,分析该结果,造成差异较大的原因,可能是由于试验用工业 CT 测量机系统精度不足,而且试验次数较少造成的。后期该专题研究工作,需要进一步研究工业 CT 测量机的系统精度提升方法,并开展大量试验作为支撑。

表 3 测量结果对比
Tab. 3 Comparison of measurement results (μm)

Items		ICT			P26	Difference
		No. 1	No. 2	No. 3		
Left frank	f_{pi}	15.5	14.1	15.1	13.2	1.7
	F_{pi}	19.7	17.7	18.5	24.4	−5.8
Right frank	f_{pi}	11.6	13.9	13.4	10.2	2.8
	F_{pi}	18.3	18.9	19.7	25.6	−6.6

6 结 论

本文针对工业 CT 齿轮测量,研究了工业 CT 齿轮齿距偏差的数据处理方法,并开展了相关试验。主要结论包括:

(1)建立了一套完善的工业 CT 齿轮齿距偏差测量数据处理方法,包括:齿轮三维重建数据预处理、点云配准、点云分割和齿距偏差评定。其中,齿轮点云配准方法包括预配准、孔粗配准、孔精配准和齿对精配准,能对带有键槽的齿轮孔进行配准;以齿轮设计点云引导的齿轮测量齿面点云分割方法,可实现齿面点云分割。

(2)在工业 CT 测量机 NSI x5000 上对模数为 0.5 mm 的塑料齿轮进行了测量,按本文方法进行了齿距偏差评定,评定得到左、右齿面的单个齿距偏差平均值分别为 14.4 μm ,13.0 μm ,齿

距累积总偏差平均值为 18.6 μm ,19.0 μm 。与德国克林贝格的齿轮测量中心 P26 测量结果对比,左、右齿面单个齿距偏差的差异最大为 2.8 μm ,左、右齿面的齿距累积总偏差的差异最大为一6.6 μm 。测量结果较为接近并具有一定差异。

(3)本文建立的工业 CT 齿轮齿距偏差测量数据处理方法,为复杂的 CT 测量齿轮精度的应用方向奠定了方法基础,并可为工业 CT 测量复杂精密零件提供参考。

作者贡献说明:

李京忱:方法研究,数据处理和分析,软件编程,论文草稿撰写和修改;

汤洁:方法提出,仪器试验,论文结构确定和稿件修改;

石照耀:论文指导、方法指导、试验指导。

参考文献:

[1] HE X S, WU W Q. A practical numerical approach to characterizing non-linear shrinkage and optimizing dimensional deviation of injection-molded small module plastic gears [J]. *Polymers*, 2021, 13 (13) : 2092.

[2] KRUTH J P, BARTSCHER M, CARMIGNATO S, *et al.* Computed tomography for dimensional metrology[J]. *CIRP Annals*, 2011, 60(2): 821-842.

[3] DE CHIFFRE L, CARMIGNATO S, KRUTH J P, *et al.* Industrial applications of computed tomog-

raphy[J]. *CIRP Annals*, 2014, 63(2): 655-677.

[4] TANG J, YANG Y, LI J C. Projection and reconstruction method of industrial CT for small module spur gears [J]. *Engineering Research Express*, 2025, 7(1): 015585.

[5] BARTSCHER M, HILPERT U, GOEBBELS J, *et al.* Enhancement and proof of accuracy of industrial computed tomography (CT) measurements[J]. *CIRP Annals*, 2007, 56(1): 495-498.

[6] 杨泽南,黄子婴,查海勇,等. 基于森林球的工业 CT 测量不确定度评定与分析[J]. *光学精密工程*, 2023, 31(11): 1672-1683.

- YANG Z N, HUANG Z Y, ZHA H Y, *et al.* Measurement uncertainty evaluation and analysis for industrial computed tomography based on forest balls [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31 (11): 1672-1683. (in Chinese)
- [7] LONG C, SI L, JIANG Y J, *et al.* Manufacturing errors detection and visualization system for parts with complex internal cavity structural through industrial CT image[J]. *Measurement Science and Technology*, 2024, 35(5): 055205.
- [8] HORVATIC NOVAK A, RUNJE B, STEPANIC J. Capabilities of industrial computed tomography in the field of dimensional measurements [J]. *Advances in Production Engineering & Management*, 2017, 12(3): 245-253.
- [9] VILLARRAGA-GÓMEZ H, AMIRKHANOV A, HEINZL C, *et al.* Assessing the effect of sample orientation on dimensional X-ray computed tomography through experimental and simulated data [J]. *Measurement*, 2021, 178: 109343.
- [10] FERRUCCI M, AMETOVA E. Charting the course towards dimensional measurement traceability by X-ray computed tomography [J]. *Measurement Science and Technology*, 2021, 32 (9): 092001.
- [11] NEUSCHAEFER-RUBE U, ILLEMANN J, STURM M, *et al.* Validation of a fast and traceable radiographic scale calibration of dimensional computed tomography [J]. *Measurement Science and Technology*, 2022, 33(9): 094007.
- [12] NEUSCHAEFER-RUBE U, BARTSCHER M, NEUKAMM M, *et al.* Measurement of micro gears: comparison of optical, tactile-optical, and CT measurements [C]. *Three-Dimensional Imaging, Interaction, and Measurement. San Francisco Airport, California, USA. SPIE*, 2011.
- [13] DOU C Y, CHEN Y H, LI Z Y, *et al.* Study on the fast measurement method of fine-pitch hourglass worm tooth surface based on industrial CT [J]. *Measurement*, 2022, 200: 111621.
- [14] MIZOGUCHI T, KANAI S. Decomposing scanned assembly meshes based on periodicity recognition and its application to kinematic simulation modeling [C]. *Advances in Geometric Modeling and Processing. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg*, 2010: 137-160.
- [15] EHRIG K, BARTSCHER M, GOEBBELS J, *et al.* *Dimensional Control of Micro Components with Synchrotron Computed Tomography* [M]. USA: AIP Publishing. 2010: 164-171.
- [16] URBAS U, HRGA T, POVH J, *et al.* Novel alignment method for optical 3D gear metrology of spur gears with a plain borehole [J]. *Measurement*, 2022, 192: 110839.
- [17] 杨吟, 谭川东, 盛晋银, 等. 基于工业CT的零件内外曲面形位误差分析[J]. *仪器仪表学报*, 2021, 42(11): 230-238.
- YANG H, TAN C D, SHENG J Y, *et al.* Form and position error analysis of inner and outer surface of parts based on the industrial CT [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2021, 42 (11): 230-238. (in Chinese)
- [18] 韦会鸿, 邹永宁, 秦倩, 等. 基于CT图像的回转点云分割及逆向重建[J]. *光学精密工程*, 2024, 32(19): 2957-2970.
- WEI H H, ZOU Y N, QIN Q, *et al.* Rotating point cloud segmentation and reverse reconstruction based on computed tomography images [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(19): 2957-2970. (in Chinese)
- [19] YAO G, ZOU Y, WANG J, *et al.* Fully automated registration of 3D CT data to CAD model for surface deviation measurement [J]. *J Xray Sci Technol*, 2019, 27(6): 1101-1119.
- [20] ZHONG Y. Intrinsic shape signatures: a shape descriptor for 3d object recognition [C]. *2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops. September 27 - October 4, 2009, Kyoto, Japan. IEEE*, 2009: 689-696.
- [21] RUSU R B, BLODOW N, BEETZ M. Fast point feature histograms (Fpfh) for 3d registration [C]. *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation. May 12-17, 2009, Kobe, Japan. IEEE*, 2009: 3212-3217.
- [22] RUSU R B, MARTON Z C, BLODOW N, *et al.* Learning informative point classes for the acquisition of object model maps [C]. *2008 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. December 17-20, 2008, Hanoi, Vietnam. IEEE*, 2008: 643-650.
- [23] FISCHLER M A, BOLLES R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartogra-

- phy[J]. *Readings in Computer Vision*, 1987, 24 (6): 726-740.
- [24] DUAN L, XU L D, GUO F, *et al.* A local-density based spatial clustering algorithm with noise[J]. *Information Systems*, 2007, 32(7): 978-986.
- [25] BENTLEY J L. Multidimensional binary search trees used for associative searching[J]. *Communications of the ACM*, 1975, 18(9): 509-517.

作者简介:



李京忱(2000—),女,河南夏邑人,硕士研究生,主要研究方向为齿轮测量点云处理等。E-mail: jingchen0222@163.com

作者简介:



石照耀(1964—),男,湖南岳阳人,博士,教育部长江学者特聘教师,博士生导师,1984年于合肥工业大学获得学士学位,1988年于陕西机械学院获得硕士学位,2001年于合肥工业大学获得博士学位,主要研究方向为齿轮工程及精密测试技术与仪器。E-mail: shizhaoyao@bjut.edu.cn

通讯作者:



汤洁(1975—),女,江苏射阳人,博士,副教授,1998年于东南大学获得学士学位,2009年于北京工业大学获得博士学位,主要从事精密测试技术及仪器方面的研究。E-mail: tangjie@bjut.edu.cn