

文章编号 1004-924X(2025)14-2191-15

激光灯塔合作靶标传感器布局优化与 位姿测量精度分析

袁浩然, 陈汉瑜, 武俊峰*, 康国华
(南京航空航天大学 航天学院, 江苏 南京 211106)

摘要: 针对航天器编队任务的合作靶标在不同传感器布局下, 造成测量精度差异性较大的问题, 将测量精度进行可视化分析, 提出一个传感器优化的准则, 以此来指导复杂环境下的光电传感器安装布局设计, 保证激光灯塔良好的工作性能。本文选择测角误差和传感器安装误差进行分析建模, 更加严密地建立了激光灯塔系统的误差传播模型, 并提出一种 AP (角-精度) 球形映射的方法, 建立了传感器优化准则, 用于评价传感器安装构型。仿真结果表明, 激光灯塔系统测量误差均方根和推算值基本一致, 其推算相对误差在 5% 之内, 由此验证了误差传播分析模型的正确性。此外, 在传感器布局优化方面, 利用提出的 AP 球形映射可视化测量精度, 对位姿测量精度进行分析, 并进行了实验验证, 发现相对于共面构型, 激光灯塔对非共面的传感器安装构型的位姿测量精度随观测视角分布更为均匀, 不易出现测量误差发散情况。

关键词: 相对位姿测量; 激光灯塔; 误差传播模型; 构型优化

中图分类号: TH74 **文献标识码:** A

doi: 10. 37188/OPE. 20253314. 2191

CSTR: 32169. 14. OPE. 20253314. 2191

Precision analysis and visualization of posture measurement for cooperative spacecraft based on laser lighthouse

YUAN Haoran, CHEN Hanyu, WU Junfeng*, KANG Guohua

(College of Aeronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

* Corresponding author, E-mail: wujunfeng@nuaa.edu.cn

Abstract: Aiming at the problem that the measurement accuracy of cooperative targets in spacecraft formation missions varies greatly under different sensor layouts, we visualized the accuracy and proposed a sensor optimization criterion to guide the installation layout design of photoelectric sensors in complex environments and ensure good working performance of laser lighthouse. In this paper, Angle measurement error and sensor installation error were selected for analysis and modeling, and the error propagation model of laser lighthouse system was more strictly established. An AP (angle-precision) mapping method was proposed to evaluate the sensor installation configuration. The experimental results show that the RMS of the measurement error of the laser lighthouse system is basically consistent with the calculated value, and the calculated relative error is within 5%, which verifies the correctness of the error propagation analysis model. In addition, in terms of sensor layout optimization, using the proposed AP spherical mapping to visualize the measurement accuracy, it is found that compared with the coplanar configuration, the pose measure-

收稿日期: 2025-01-02; 修订日期: 2025-03-07.

基金项目: 江苏省双创人才项目 (No. JSSCBS20210181)

ment accuracy of the laser lighthouse for the non-coplanar sensor installation configuration is more evenly distributed with the observation Angle, and the measurement error divergence is not easy.

Key words: pose measurement; lighthouse; error propagation model; configuration optimization

1 引言

二十世纪末,由于微小卫星编队飞行模式的提出,航天器编队技术逐渐发展起来,并成为航天技术的研究热点和发展方向^[1]。其中,星间相对测量和控制技术是实现星群系统成员间相对导航的关键性问题^[2]。

现有的主要测量方式可以分为以下三个方式:基于视觉的相对测量技术^[3]、基于全球导航卫星系统的差分相对导航^[4]、星间测距系统^[5]。基于视觉的相对测量主要是用光学敏感器测量星间的相对距离和角度关系,从而计算相对位置、速度和卫星姿态^[6]。赵逸伦^[7]等利用共线投影原理建立测量模型,并设计扩展卡尔曼滤波器^[8],仿真验证了相对导航算法的正确性;杜小平^[9]等采用计算机视觉和投影成像原理建立测量模型,测量结构简单有效,能够广泛应用于空间目标相对状态测量。

全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)凭借其全球覆盖性、全天候可用性和较好的精度^[10],已经广泛应用于编队航天器任务中。其差分相对技术主要采用载波相位差分,张维斌^[11]等人在原有基础上,将 RTK (Real-Time Kinematic)与惯性导航技术相融合,使得 ADF(Automatic Direction Finder)导航精度进一步提升。针对基于激光灯塔的测量精度误差分析,国内外学者提出了很多卓越的见解^[12]。Paijens 等^[13]用三角测量分析激光灯塔,研究了三元组排列对位置计算误差传播的影响,并且通过正方形构型的传感器进行验证;Matthies 等^[14]提出了一种三维高斯分布的方法,对三角误差进行建模显示,在测量精度方面有所提升;Z. Wang 等^[15]对于单一圆形特征的位姿分析其成像特征对姿态参数变化的敏感性,姿态误差分布与理论值吻合,验证了其正确性;Li 等^[16]分析机器人姿态旋转和平移的相关性,合理简化了误差传播模型,为之后的位姿估计提供理论基础。但是,这些误差精度分析方式,一方面未能针对一般化的

PnP(Perspective-n-Point)模型进行研究,另一方面,也没能很好地利用误差传播模型分析位姿不确定度空间分布特性,并在此基础上为传感器安装结构提出建设性的指导。武俊峰团队提出了一种基于激光灯塔的合作航天器相对位姿测量方法^[17],建立了通用的 PnP 测角误差传播模型,并给出了该方法的精度评价指标:姿态精度因子(Attitude Dilution of Precision, ADOP)和位置精度因子(Position Dilution of Precision, PDOP)。该方法能够解决针对航天器编队任务中相对位姿多变导致位姿计算效率低、多目标并行测量出现差错的问题。

本文在此基础上,将测量精度进行可视化分析,提出传感器构型优化分析准则,用来指导传感器布局,提高合作靶标的测量精度。主要内容如下:第一部分,基于激光灯塔位姿求解方程,更加严密地分析了激光灯塔系统的误差传播模型;第二部分,根据位姿数据协方差矩阵,提出位姿不确定度空间分布特性分析方法;第三部分,利用 AP(Angle-Precision)映射的方法,对位姿测量精度进行分析,提出一种评价传感器构型的优化准则,最终能够指导安装传感器构型并通过了实验验证。

2 误差传播分析

激光灯塔位姿测量系统的主要误差来源分为随机误差和系统误差两个部分。随机误差存在于激光灯塔系统中的同步脉冲出发时刻误差、转子驱动电机转速波动误差等方面,这些误差是由一些无法控制的变量引起的,没有办法避免;而光电传感器安装误差、激光灯塔的激光线性度误差等作为系统误差是由于一些可以控制的变量引起的,可以通过参数标定进行误差修订^[17]。

位姿估算算法有两个输入量:传感器测角值、传感器的安装坐标,上述测量系统的误差通常来源于传感器测角不准。因而,最终选择测角误差和传感器安装误差进行分析建模。

根据激光灯塔位姿测量模型,建立激光灯塔位姿求解方程组:

$$f(\alpha, \psi, \{ {}^b q_i \}) = 0, \quad (1)$$

其中: α 表示全部光电传感器测角数据所构成的列向量,角位移矢量 φ 与位姿矢量 t 组成位姿参数 $\psi = [\varphi^T, t^T]^T$, $\{ {}^b q_i \}$ 表示全部光电传感器安装坐标向量所构成的列向量。

设定最小二乘残差向量:

$$\begin{cases} f(\psi) = [f_1^T(\psi), f_2^T(\psi), \dots, f_n^T(\psi)]^T \\ f_i(\psi) = \begin{bmatrix} \operatorname{arccot}(x_i/z_i) - \alpha_{i,x} \\ \operatorname{arccot}(y_i/z_i) - \alpha_{i,y} \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (2)$$

则设定激光灯塔位姿求解方程组为:

$$\begin{cases} f(\alpha, \psi, {}^b q_i) = \begin{bmatrix} \operatorname{arccot}(x_i/z_i) - \alpha_{i,x} \\ \operatorname{arccot}(y_i/z_i) - \alpha_{i,y} \end{bmatrix} = 0 \\ f(\alpha, \psi, \{ {}^b q_i \}) = [f_1^T, f_2^T, \dots, f_n^T]^T = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

其中: $f_i(\psi)$ 为传感器 i 的最小二乘残差; n 表示本测量周期完成测角的光电传感器数量,其中 $i = 1, 2, \dots, n$; x_i, y_i, z_i 为传感器 i 的激光灯塔坐标系坐标分量,是位姿参数 ψ 的函数组;位姿参数 ψ 可确定为所有光电传感器的测角向量 α 和安装坐标 $\{ {}^b q_i \}$ 的隐函数。

$$\begin{cases} J(f, \psi) = [J^T(f_1, \psi), J^T(f_2, \psi), \dots, J^T(f_n, \psi)]^T \\ J(f, \psi) = \begin{pmatrix} \frac{z_i}{x_i^2 + z_i^2} & 0 & -\frac{x_i}{x_i^2 + z_i^2} \\ 0 & \frac{z_i}{y_i^2 + z_i^2} & -\frac{y_i}{y_i^2 + z_i^2} \end{pmatrix} \left((R(\varphi^b p_i)^T J_r(\varphi) - I) \right) \end{cases}, \quad (7)$$

其中: R 为坐标系转换矩阵, $J_r(\varphi)$ 为 $SO(3)$ 群的右乘 BCH 近似雅可比矩阵。

该矩阵 $J(f, \psi)$ 是由各个传感器的残差向量关于位姿参数 ψ 的雅可比矩阵 $J_i(f, \psi)$ 组成。在各传感器的安装坐标确定的情况下,其激光灯塔坐标系坐标是位姿参数的函数,位姿参数 ψ 变化 $\delta\psi$ 后,对传感器的激光灯塔坐标系坐标产生扰动。因此根据链式法则以及传感器的最小二乘残差,如公式(2)所示,能够得到残差向量对位姿参数的雅可比矩阵。文献[14]中有过详细的推导。

之后会经常引用,所以本文简化用 J 代表,因此有:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = (J^T J)^{-1} J^T. \quad (8)$$

2.1 测角误差传播建模

将 $f(\alpha, \psi, \{ {}^b q_i \})$ 对测角向量求偏导,且由上述分析可以得知,位姿参数是传感器的测角向量的隐函数,所以:

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = 0, \quad (4)$$

其中: $\frac{\partial \psi}{\partial \alpha}$ 是位姿参数关于测角向量的雅可比矩阵,是位姿参数变化和测角数据变化的比值,体现两者之间的传播关系。

根据公式(3)的第一个式子,对测角求偏导,最后可以得到 $\frac{\partial f}{\partial \alpha}$ 为 $-I_{2n \times 2n}$, 因此有:

$$\frac{\partial f}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = I_{2n \times 2n}. \quad (5)$$

将等式两边同时左乘 $\frac{\partial f}{\partial \psi}$ 的最小二乘广义逆,得:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = \left(\frac{\partial f}{\partial \psi}^T \frac{\partial f}{\partial \psi} \right)^{-1} \frac{\partial f}{\partial \psi}^T, \quad (6)$$

其中: $\frac{\partial f}{\partial \psi}$ 为残差向量对位姿参数的雅可比矩阵 $J(f, \psi)$, 其形式为:

测角误差 $\delta\alpha$ 造成的位姿参数误差 $d\psi$ 为:

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \delta\alpha = (J^T J)^{-1} J^T \delta\alpha. \quad (9)$$

假设两转子转速波动相互独立,转子与光电传感器的共同测角精度为 σ_a , 传感器测角噪声协方差为 $Cov(\alpha) = R_a \sigma_a^2$. R_a 的建模利用文献中的定义取值。

在最后,由协方差矩阵传播率就可以得到位姿参数的协方差矩阵 $Cov(\psi)$:

$$Cov(\psi) = (J^T J)^{-1} J^T Cov(\alpha) J (J^T J)^{-1}. \quad (10)$$

2.2 传感器安装误差传播建模

将 $f(\alpha, \psi, \{ {}^b q_i \})$ 对传感器安装坐标求偏导,之前分析可以得知,位姿参数 ψ 是传感器安

装坐标的隐函数,因此有:

$$\frac{\partial f}{\partial \{ {}^b q_i \}} + \frac{\partial f}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \{ {}^b q_i \}} = 0. \quad (11)$$

令 $\alpha_i = \begin{bmatrix} \operatorname{arccot}(x_i/z_i) \\ \operatorname{arccot}(y_i/z_i) \end{bmatrix}$ 为第 i 个传感器测角

向量的估计,则有:

$$\frac{\partial f_i}{\partial {}^b q_i} = \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial {}^b q_i} = \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial {}^b q_i} = \begin{pmatrix} -\frac{z_i}{x_i^2 + z_i^2} & 0 & \frac{x_i}{x_i^2 + z_i^2} \\ 0 & -\frac{z_i}{y_i^2 + z_i^2} & \frac{y_i}{y_i^2 + z_i^2} \end{pmatrix} R(\varphi). \quad (12)$$

第 i 个传感器对应的残差向量与第 j 个传感器的安装坐标无关,则有:

$$\frac{\partial f_i}{\partial {}^b q_j} = 0. \quad (13)$$

因此 $\{ {}^b q_i \}$ 为:

$$\frac{\partial f}{\partial \{ {}^b q_i \}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial {}^b q_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial {}^b q_n} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

其中: $\frac{\partial f}{\partial {}^b q_i}$ 为维度是 2×3 的矩阵, 所以有 $\frac{\partial f}{\partial \{ {}^b q_i \}}$ 是 $2n \times 3n$ 矩阵。

仿照公式(4)的求解方法对公式(11)进行求解,可以得到位姿参数对于传感器安装坐标的雅可比矩阵:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \{ {}^b q_i \}} = -(J^T J)^{-1} J^T \frac{\partial f}{\partial \{ {}^b q_i \}}. \quad (15)$$

令传感器安装坐标误差协方差矩阵 $Cov({}^b q) = \sigma_q^2 I_{3n \times 3n}$, 则传感器安装误差造成的位姿参数协方差矩阵为:

$$Cov(\psi) = (J^T J)^{-1} J^T \frac{\partial f}{\partial \{ {}^b q_i \}} \frac{\partial f}{\partial \{ {}^b q_i \}}^T J (J^T J)^{-1} \sigma_q^2. \quad (16)$$

$Cov(\psi)$ 的第 1~3 行、第 1~3 列组成的矩阵为角位移矢量协方差矩阵 $Cov(\varphi)$, 第 4~6 行、第 4~6 列组成的矩阵为位置矢量协方差矩阵 $Cov(t)$ 。

则姿态误差均方根 e_φ 、位置误差均方根 e_t 为:

$$\begin{cases} e_\varphi = \sqrt{\operatorname{tr}[J_r(\varphi) Cov(\varphi) J_r^T(\varphi)]} \\ e_t = \sqrt{\operatorname{tr}[Cov(t)]} \end{cases}. \quad (17)$$

3 位姿测量精度评价

3.1 位姿测量精度因子

GNSS 系统使用几何精度因子(Geometric Dilution of Precision, GDOP)作为卫星几何分布的优劣衡量指标^[15],对航天器位姿进行测量。本文利用文献[17]提出的姿态精度因子(Attitude Dilution of Precision, ADOP)和位置精度因子(Position Dilution of Precision, PDOP)分别衡量激光灯塔系统的姿态、位置测量精度。

将上述定义的角精度 σ_α 和传感器测角噪声协方差 $Cov(\alpha)$ 代入位姿参数协方差矩阵:

$$Cov(\psi) = (J^T J)^{-1} J^T Cov(\alpha) J (J^T J)^{-1} = (J^T J)^{-1} J^T R_\alpha J (J^T J)^{-1} \sigma_\alpha^2 = H \sigma_\alpha^2. \quad (18)$$

将矩阵 H 定义为测角误差传播矩阵,写成分块矩阵之后,每个分块矩阵为 3×3 矩阵的形式, H_φ 是角位移矢量的部分、 H_t 是位移矢量的部分:

$$H = (J^T J)^{-1} J^T R_\alpha J (J^T J)^{-1} = \begin{pmatrix} H_\varphi & H_{t,\varphi} \\ H_{\varphi,t} & H_t \end{pmatrix}. \quad (19)$$

根据姿态误差 $\varphi_\delta = J_r(\varphi)(\hat{\varphi} - \varphi)$ ($\hat{\varphi}$ 是角位移矢量的估计, $J_r(\varphi)$ 是 $SO(3)$ 群的右乘 BCH 近似雅可比矩阵)以及协方差矩阵传播率可得:

$$Cov(\varphi_\delta) = J_r(\varphi) Cov(\varphi) J_r^T(\varphi) = \sigma_\alpha^2 J_r(\varphi) H_\varphi J_r^T(\varphi). \quad (20)$$

姿态测量精度为:

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\operatorname{tr}(Cov(\delta\varphi))} = \sigma_\alpha \sqrt{\operatorname{tr}(J_r(\varphi) H_\varphi J_r^T(\varphi))}. \quad (21)$$

此时可定义姿态精度因子和位置精度因子:

$$ADOP = \sqrt{\operatorname{tr}[J_r(\varphi) H_\varphi J_r^T(\varphi)]} \quad (22)$$

$$PDOP = \sqrt{\operatorname{tr}(H_t)}.$$

3.2 位姿测量精度因子

根据公式(18)得到的位姿数据协方差矩阵,可以获得激光灯塔系统测量误差信息。

此外,在这个协方差矩阵中还包含了测量不确定度的空间分布特性。将所包含的空间分布特性解释为不确定度椭球,下面对此姿态和位置不确定度的空间分布分别进行分析。

姿态误差协方差矩阵为公式(20)所示,位置误差协方差矩阵用同样的推导可以得出: $Cov(t_\delta) = \sigma_a^2 H_t$,参数之间的相关性会影响之后的分析判断,所以需要进行奇异值分解去消除影响,最后分解的结果为:

$$Cov(\delta\varphi) = [u_{\varphi,1}, u_{\varphi,2}, u_{\varphi,3}] \begin{pmatrix} \sigma_{\varphi,1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varphi,2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\varphi,3}^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u_{\varphi,1}^T \\ u_{\varphi,2}^T \\ u_{\varphi,3}^T \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$Cov(\delta t) = [u_{t,1}, u_{t,2}, u_{t,3}] \begin{pmatrix} \sigma_{t,1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{t,2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{t,3}^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u_{t,1}^T \\ u_{t,2}^T \\ u_{t,3}^T \end{bmatrix}, \quad (24)$$

其中:向量 $u_{\varphi,1}, u_{\varphi,2}, u_{\varphi,3}$ 是 $Cov(\varphi_\delta)$ 的特征向量,描述了姿态不确定度的主要分布方向,所对应的奇异值是姿态测量结果在该向量方向上的方差大小; $u_{t,1}, u_{t,2}, u_{t,3}$ 是 $Cov(t_\delta)$ 的特征向量,确定了位置不确定度的主要分布方向,奇异值对应了向量方向上的方差大小。

若将其可视化,协方差矩阵所隐含的不确定度空间分布可以形象地将其解释为不确定椭球,矩阵的特征值和特征向量分别对应大小和方向。椭球的半轴长为包含因子和奇异值的乘积,椭球的主轴与特征向量平行。当包含因子取 2.80 时,不确定度椭球的包含概率 $p=95\%$ 。

4 传感器安装构型评价方法

利用精度分析结果可以设计指导光电传感器安装构型。

由公式(7)得知,姿态、位置精度因子不仅仅和传感器数量、构型有关,激光灯塔和光电传感器的相对位姿也对其有影响。良好的传感器应该能够在不同观测视角下保持良好的测量精度。

然而,姿态、位置精度因子只能反映某一种位姿的测量精度,要想一次性了解不同位姿下测量精度的分布情况,更好地评判传感器的安装构

型,可以通过可视化的方式,更加直观地进行讨论分析。

本文提出一种 AP(Angle-Precision)球形映射的方法来解决这个问题。将传感器的测量精度和激光灯塔的观测视角在传感器安装坐标系下面做三维映射,形成的映射图定义为 AP(Angle-Precision)球形映射图,从而可视化测量精度和观测视角之间的关系,定性评价传感器安装构型。其中,定义传感器坐标原点到曲面上任意一点连线的单位方向向量为“观测视角向量”,也就是观测视角的方向,期间的距离也就是对应的测量精度。此外,激光灯塔坐标系的 z 轴指向传感器安装坐标系的原点,因此,该 z 轴方向也就是观测视角方向。例:观测视角向量 $L=[1, 1, 1]^T$ 下的示意图如图 1 所示。

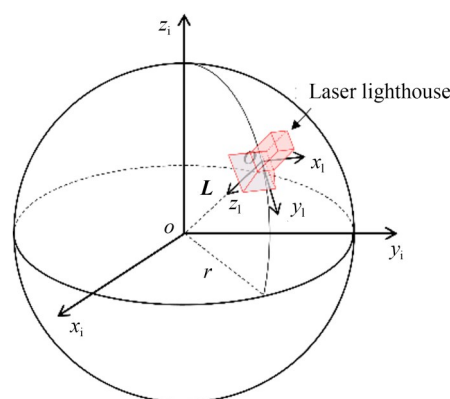


图 1 激光灯塔观测视角示意图

Fig. 1 Viewing Angle diagram of laser lighthouse

可知,在不同观测视角下,测量精度不发生剧烈变化的传感器,则其安装构型良好;如果激光灯塔的测量精度在某些视角下精度高,在其他视角下不高,或者严重恶化,那么其光电传感器构型差。

在 AP 球形映射方法的基础上,本文构建一个评价传感器优劣的准则:如果 AP 球形映射图为类球形,证明激光灯塔的测量精度随观测视角的分布较为均匀,在不同观测视角下,测量精度不发生剧烈变化,该 AP 球形映射图对应的传感器构型较为良好,反之,则该种传感器安装构型较差。

5 测量实验与结果

5.1 激光灯塔误差传播模型验证仿真

为了验证所建立的激光灯塔测角误差传播模型,本文设置蒙特卡洛仿真,仿真模拟若干组传感器安装构型随机、相对位姿随机、存在测角噪声、传感器安装坐标存在误差的激光灯塔测量结果。实验过程中,将对测量结果的态度测量精度与位置测量精度进行统计,并分别运用ADOP和PDOP对这两项测量精度展开推算。通过对比测量精度的统计数值与推算数值,实现对ADOP和PDOP的验证。

仿真的步骤如下:

(1) 在一个球面半径 1 m,球心位于传感器安装坐标系原点的球面上随机采样 4~20 个点,生成随机传感器安装构型。

(2) 随机生成相对位姿真值,其中角位移矢量 φ 随机产生,位姿位移矢量 t 在激光灯塔坐标系的 $[-50, 50]m \times [-50, 50]m \times [2, 100]m$ 范围内随机产生,依据透视投影模型,根据相对位姿真值模拟采样 1 000 次测角向量真值。

(3) 根据建模生成测角噪声 w ,在测角向量真值的基础上添加测角噪声 w ,生成传感器输出的测角数据,测角噪声均方根 σ_θ 为 $4.01 \times 10^{-5} \text{ rad}$ (0.0023°),相关系数 ρ 为 0.871 7;

(4) 根据传感器的输出测角数据完成位姿解算,统计激光灯塔的姿态、位置测量精度。同时根据ADOP,PDOP计算姿态、位置测量精度的推算值。

重复以上步骤 50 次,获取 50 组数据,得到仿真结果如图 2~图 3 所示。

对比统计值和推算值,可以看出两者在数值上基本相符,这表明了误差传播分析结果以及所提出的位姿测量精度因子的有效性。

进一步计算推算值相对统计值的误差。通过ADOP,PDOP进行推算的相对误差在 5% 以内,这表明所建立的误差传播模型、以及精度因子模型的准确性。

同样,为了验证所建立的激光灯塔传感器安装误差传播模型,依旧设置蒙特卡洛仿真,进行验证仿真。统计测量结果的态度、位置测量误

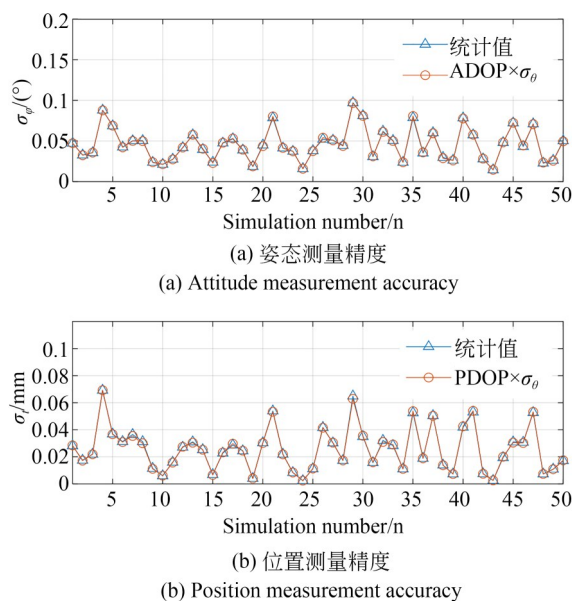


图 2 测量精度统计值与推算值对比图

Fig. 2 Comparison of statistical values and calculated values of measurement accuracy

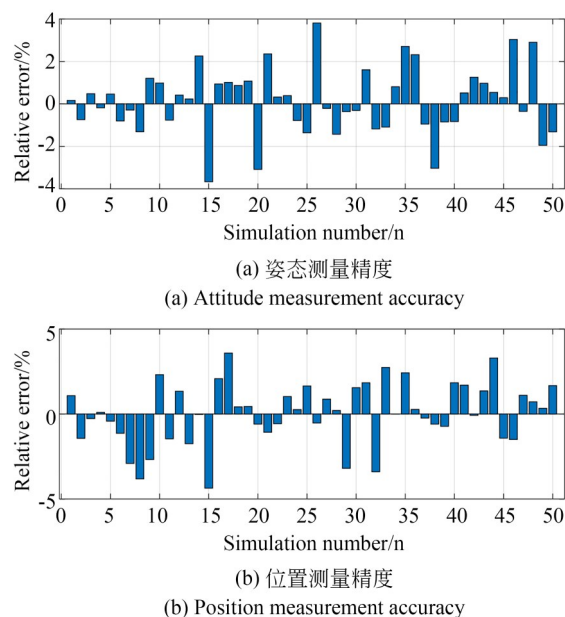


图 3 测角误差传播模型推算值的相对误差

Fig. 3 Relative error of the calculated value of the angular error propagation model

差,并使用传感器安装误差传播模型推算姿态、位置误差的数值,对传感器安装误差传播模型进行验证。

对比统计值和推算值,可以看出两者在数值上基本相符,且通过安装误差传播模型进行推算

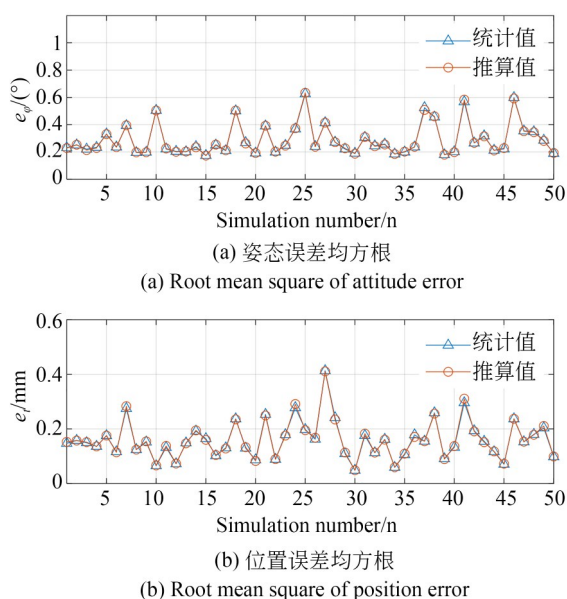


图4 测量误差均方根统计值与推算值对比图

Fig. 4 Measurement error RMS statistical values compared with calculated values

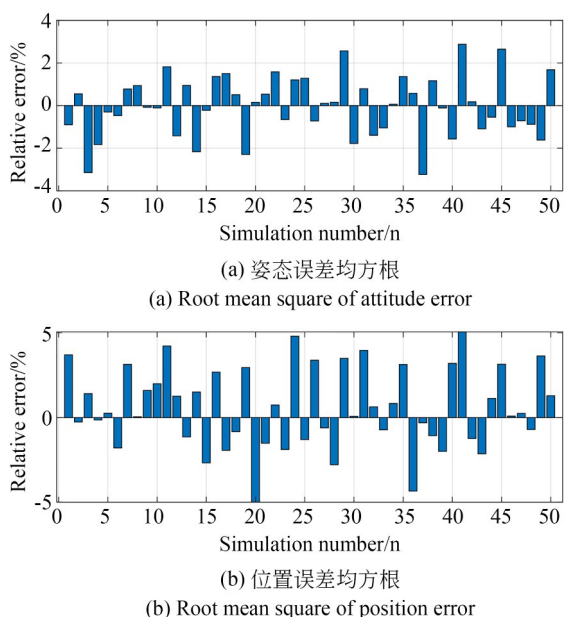


图5 传感器安装误差传播模型推算值的相对误差

Fig. 5 Relative error of the calculated value of the sensor installation error propagation model

的相对误差在 5% 以内,这表明了所建立的安装误差传播模型的正确性。

5.2 传感器安装构型仿真

传感器的安装构型可以分为共面和非共面两类。由于正方形作为共面构型的典型代表,结

构对称、几何参数简洁,便于数学建模;四面体则是非共面构型的基础,其高度对称的三维分布利于分析空间位姿测量特点;此外,二者在平面定位、空间导航等实际工程中应用广泛。因此,选取具有代表性的正方形和四面体结构进行 AP 球形映射实验进行位姿测量精度分析,并根据上面提出的评价准则,指导传感器的安装构型。

(1) 四点共面——正方形构型

传感器安装构型中共面构型占有一部分比例,正方形构型是共面构型的一个典型代表,对它进行分析,能够反映出共面构型的共性问题。如图 6 所示,本文以边长为 1 m 的四点共面正方形构型的传感器为例,其中,光电传感器位置位于四边形的四个顶点,即蓝点位置,他们之间的距离为 1 m,相对 z 轴坐标为 0 m (彩图见期刊电子版)。

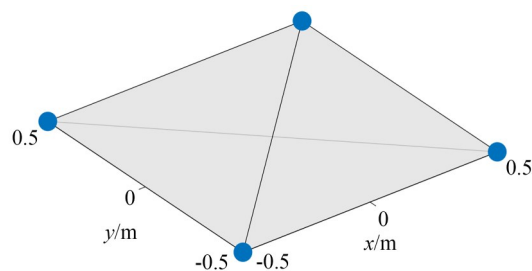
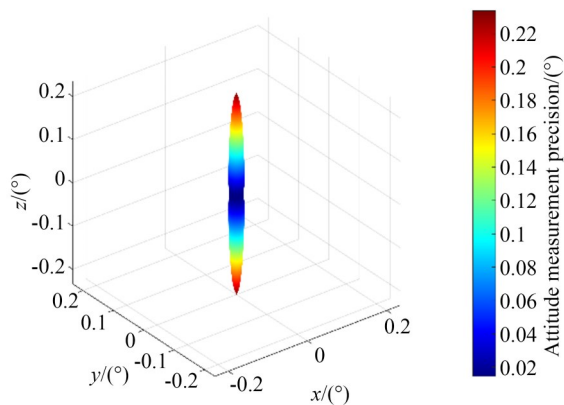


图6 边长为 1 m 的四点共面正方形传感器安装构型

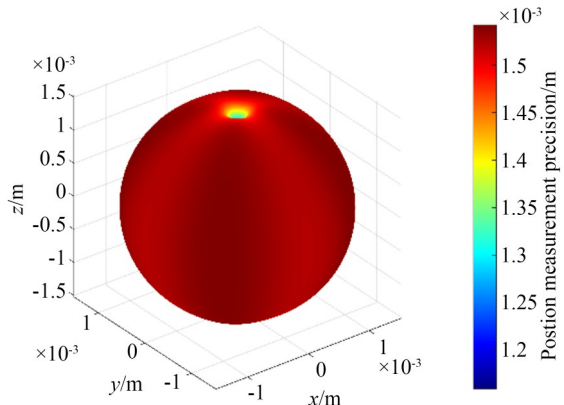
Fig. 6 Coplanar square sensor installation configuration with four-points spaced 1 m apart along each side

传感器构型设置好之后,为了进行测量精度和观测视角的可视化,根据 AP 球形映射需要,设定观测距离 r 为 10 m,测角噪声均方根为 4.01×10^{-5} rad (0.0023°),最终实验得出的 AP 球形映射图如图 7 所示。

由图 7 可知,在姿态测量精度与观测视角关系上,正方形安装构型的传感器 AP 球形映射图呈长条状,在观测向量为 $[0, 0, \pm 1]^T$ 的视角下,测量误差明显大于其他观测视角,姿态测量精度变化区间约为 $0.02^\circ \sim 0.22^\circ$;在位置测量精度与观测视角关系上,其 AP 球形映射图呈类球形,分布均匀,各个观测角之间没有太大的误差,位置测量精度变化区间约为 1.2~1.5 mm。这表明,虽然正方形构型的传感器在不同观测视角下,位置测量精度分布较为均匀,但是姿态测量精度发



(a) 姿态测量精度与观测视角关系
(a) Relationship between attitude measurement accuracy and observation angle



(b) 位置测量精度与观测视角关系
(b) Relationship between position measurement accuracy and observation angle

图 7 正方形构型的 AP 球形映射图
Fig. 7 AP spherical map of square configuration

生了剧烈变化,具有严重的各向异性。

因此可以得出结论:正方形安装构型的传感器不能作为一种良好的传感器安装构型。为了更好地指导设计传感器的构型,本文进一步对姿态测量误差发散的原因进行了分析。

由图 7(a)可知,观测向量为 $[0, 0, \pm 1]^T$ 的视角下,姿态测量误差最大,因此选择这个视角下,观察正方形传感器安装构型整体与激光灯塔的相对位姿,从而分析产生误差的原因。如图 8 所示,正方形构型的法线指向激光灯塔。

根据第 1.1 节推导得到的姿态测量误差协方差矩阵 $Cov(\psi) = (J^T J)^{-1} J^T Cov(\alpha) J (J^T J)^{-1}$ 和公式 (23),就能够对激光灯塔推算出姿态不确定

度椭球参数,最终得到姿态不确定度椭球的主轴参数,如表 1 所示。

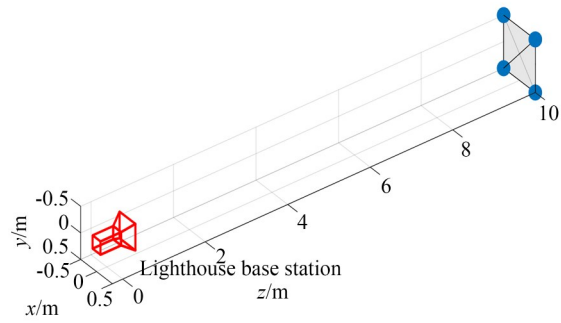


图 8 光电传感器整体与激光灯塔的相对位姿示意
Fig. 8 Relative pose of photoelectric sensor and laser lighthouse

表 1 观测视角向量 $[0, 0, \pm 1]^T$ 对应观测视角下的姿态(包含因子 $k=1$)

Tab. 1 Observation perspective vector corresponds to the attitude under $[0, 0, \pm 1]^T$ (Inclusion factor $k=1$)		
主轴类型	主轴单位方向向量	主轴半轴长/(°)
长轴	$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right]^T$	0.165 8
中轴	$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right]^T$	0.164 5
短轴	$[0, 0, 1]^T$	0.005 8

姿态误差的空间分布特性由不确定椭球的主轴方向和半轴长所决定,其短轴方向是激光灯塔传感器安装坐标的径长方向,中长轴方向与短轴方向垂直,作为切线方向,且长轴和中轴的半轴长相近,远大于短轴的半轴长。因此,如果绕径向方向和切向方向旋转,绕切向方向旋转的姿态测量误差一定远大于径向方向旋转的姿态测量误差,如图 9 所示。

从图 8 来解释出现这个问题的原因:在观测视角 $[0, 0, \pm 1]^T$ 下,共面传感器安装构型的法线指向激光灯塔,则径向方向构成传感器正方形构型的法线方向,切向方向为构型的几何中心到传感器的方向矢量。若绕切向旋转,传感器的测角值变化率极小,相比与径向方向的变化率差值极大,测量误差也相距极大,最终导致姿态测量精度发生了严重的各向异性。

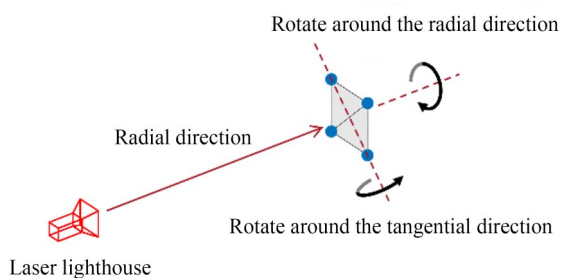


图 9 绕径轴旋转与绕切向旋转示意图

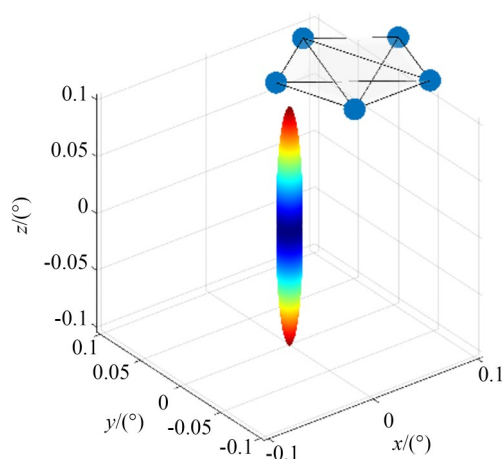
Fig. 9 Diagram of rotation around radial axis and rotation around tangential axis

分析正方形安装构型传感器测量误差之后,继续通过正五边形、正六边形、乃至 n 点随机共面构型的 AP 球形映射图进行实验验证,发现这些共面构型的 AP 球形映射图均呈长条状,能够推断姿态测量误差的发散问题是所有共面传感器的共性问题,如图 10 所示。

(2)非共面——四面体构型

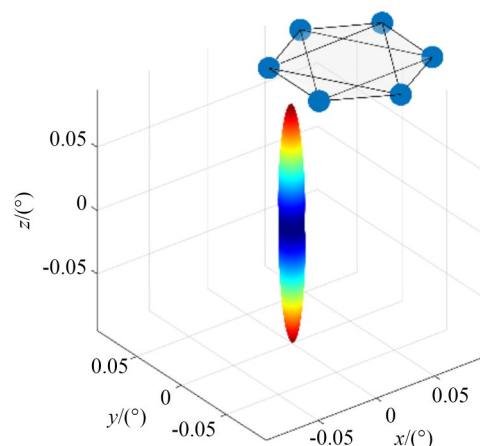
根据共面传感器误差产生原因,可以推知,非共面传感器构型能够避免测量误差的发散。因为非共面的构型,在所有观测视角下,都不出现构型几何中心到传感器的方向矢量沿激光灯塔的切向这一情况。

与选择正方形构型作为非共面构型的代表相对应,本节选择四面体构型作为非共面型的代表进行分析。将图 6 所示正方形的两组对角线传感器分别在 z 方向分别移动 -0.5 m 和 0.5 m 可形成正四面体构型,如图 11 所示。



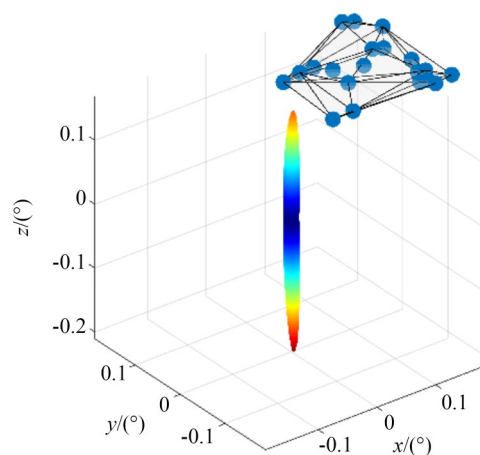
(a) 正五边形构型的姿态测量精度与观测视角关系

(a) Relationship between attitude measurement accuracy and viewing Angle of regular pentagon configuration



(b) 正六边形构型的姿态测量精度与观测视角关系

(b) Relationship between attitude measurement accuracy and viewing Angle of regular hexagon configuration

(c) n 点随机共面构型的姿态测量精度与观测视角关系

(c) Relationship between attitude measurement accuracy and viewing Angle of N-point random coplanar configuration

图 10 观测视角向量 $[0, 0, \pm 1]^T$ 附近姿态测量误差发散是共面构型的共性问题

Fig. 10 Divergence of attitude measurement error near the viewing Angle vector is a common problem of coplanar configuration

因为同样采用 AP 球形映射的方式可视化判断,所以需要设定观测距离和测角噪声。此次实验为了和正方形安装构型对照,将这两个因变量设定为同样的数值, r 为 10 m ,测角噪声均方根为 $4.01 \times 10^{-5}\text{ rad}$ (0.0023°)最终实验得出的 AP 球形映射图为如图 12 所示。

由图可知,无论在姿态测量精度还是位置测量精度与观测视角的关系上,正四面体构型的

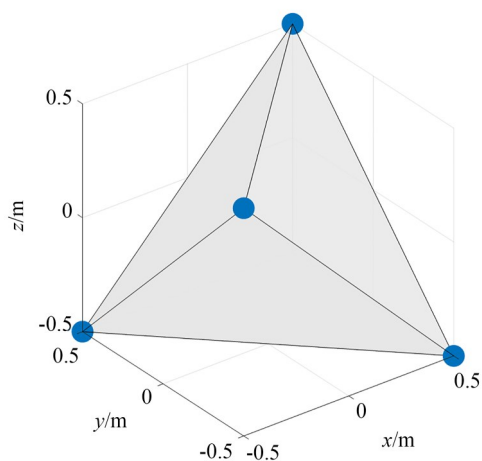
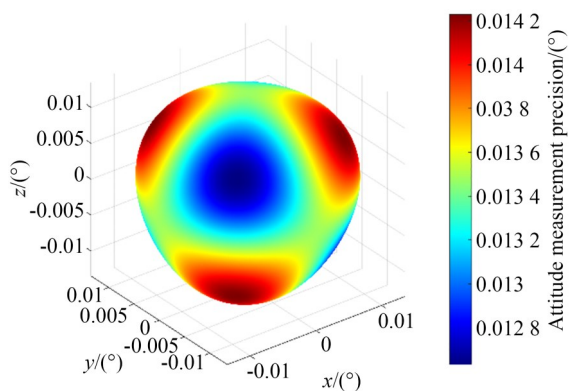


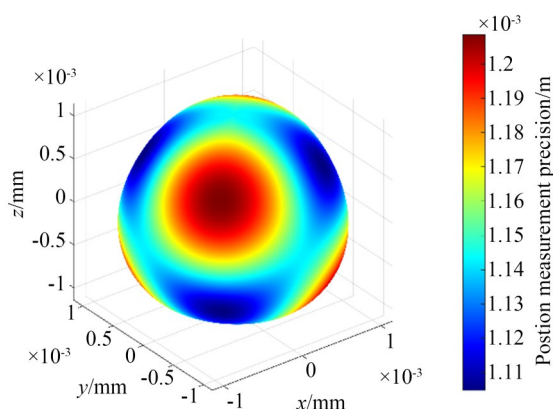
图 11 正四面体构型

Fig. 11 Regular tetrahedral configuration



(a) 姿态测量精度与观测视角关系

(a) Relationship between attitude measurement accuracy and viewing Angle



(b) 位置测量精度与观测视角关系

(b) Relationship between position measurement accuracy and viewing Angle

图 12 正四面体构型的 AP 球形映射图

Fig. 12 AP spherical map of regular tetrahedral configuration

AP 球形映射图均呈现接近球形的形状,精度随观测视角分布较为均匀。这表明该构型测量精度在任何观测视角下,测量精度不会产生各向异性。其中,姿态测量精度的变化范围约为 $0.0128^{\circ} \sim 0.0142^{\circ}$,位置测量精度变化范围约为 $1.11 \sim 1.2 \text{ mm}$ 。

正四面体构型是非共面构型中的一个典型构型,能够较大程度地体现整个非共面构型的精度测量共性。

和共面的传感器安装构型方式比较,非共面测量精度分布更加均匀,在不同观测视角下,测量精度的各向异性较小,而且姿态和位置的测量精度都有所提升。因此,对于传感器的安装构型来说,非共面比共面表现得更好。

5.3 实验验证分析

实验使用的激光灯塔发射站采用商用设备 HTC VIVE Lighthouse 1.0 基站。

利用合作靶标作为位姿测量实验的被测物,通过靶标内部脉冲破译模块完成传感器信号的破译,并向计算机传输各传感器测角数据完成位姿解算,在合作靶标上安装多个光电传感器。

所设计的合作靶标如图 13 所示,其主体部分通过 3D 打印一体成型,设计为尺度大小 $12.5 \text{ cm} \times 12.5 \text{ cm} \times 6.25 \text{ cm}$ 的凸多面壳体,其表面安装有 12 个光电传感器用于接收激光灯塔所发出的光信号。除了光电感应器外,为了利用动作捕捉系统测量合作目标的位姿,合作靶标还安装了 6 个可作为位姿资料真值来源的动捕靶球。

传感器安装构型如图 14 所示,传感器的安装布局可以保证在靶标正面各个观测视角下受到

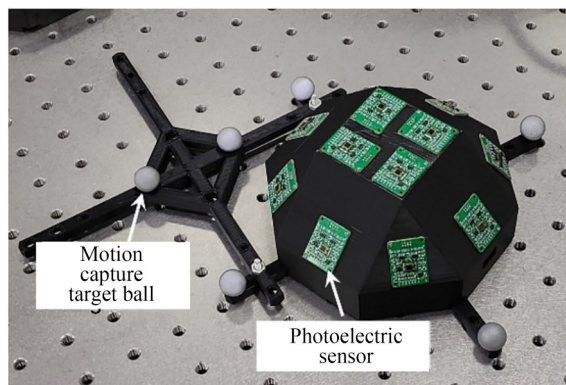


图 13 合作靶标实物图

Fig. 13 Cooperation target physical picture

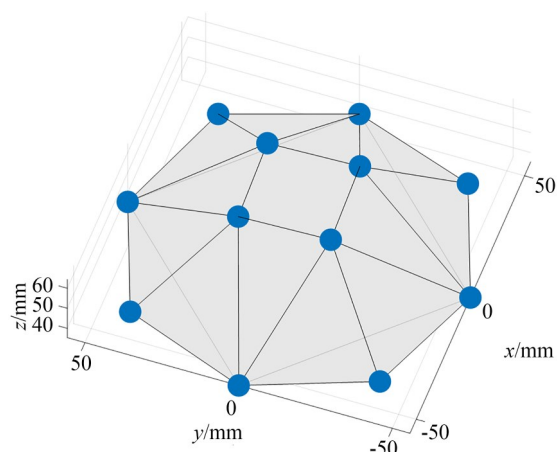


图 14 合作靶标的光电传感器构型

Fig. 14 Photoelectric sensor configurations for cooperative targets

激光灯塔光照的传感器都不呈现共面分布情况,能够有效避免实验中测量误差的发散。

使用NOKOV公司的动作捕捉系统,如图15所示,动作捕捉系统配置了该公司的Mars系列相机,动捕相机视场覆盖范围约为 $4\text{ m} \times 4\text{ m}$,数据刷新率为60 Hz。动捕系统合作靶标的姿态测量精度实测为 0.01° 量级,位置测量精度实测为亚毫米级,其测量精度满足作为真值的要求。

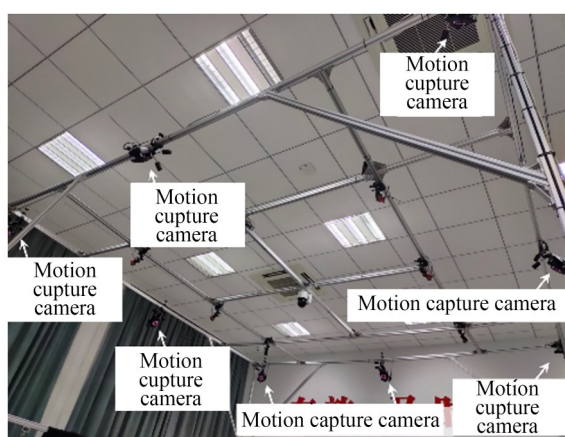


图 15 NOKOV 动作捕捉系统

Fig. 15 NOKOV motion capture system

设置静态位姿测量实验,保持重复性测量条件进行相对位姿测量,对激光灯塔的位姿测量精度进行测试,并验证本文所提出的激光灯塔位姿测量精度评价方法的正确性。实验场景^[14]如图16所示,在实验场景中,激光灯塔光信号覆盖前方 $120^\circ \times 120^\circ$ 区域,可确保至少4个传感器稳定

接收到激光灯塔光信号。在激光灯塔前方 $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ 大理石平台范围内任意选取位置、姿态摆放合作靶标,保持靶标静止,使用激光灯塔对合作靶标位姿进行测量。

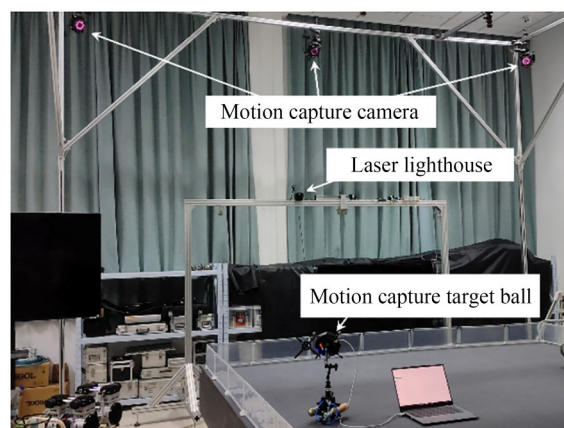


图 16 位姿测量精度测试

Fig. 16 Position measurement accuracy test

在进行的50组重复性测量实验中,收集了激光灯塔的静态测量数据。每组实验数据包含了3 600帧测角数据及其对应的位姿解算结果。为了评估位姿测量的精度,采用了样本均值偏差的方法来衡量姿态和位移的偏差。具体来说,本文定义了姿态和位置测量精度为位姿参数样本相对于样本均值的偏差的均方根(Root Mean Square, RMS)。

计算方法如式(25)所示:

$$\begin{cases} \sigma_\varphi = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \|\varphi(R(\varphi_i)R^T(\varphi_{\text{mean}}))\|^2}{N}} \\ \sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \|\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_{\text{mean}}\|^2}{N}} \end{cases}, \quad (25)$$

其中: $\varphi_i, \mathbf{t}_i$ 表示该组数据中第*i*帧位姿参数中角位移矢量、位移矢量测量值; $\varphi_{\text{mean}}, \mathbf{t}_{\text{mean}}$ 表示该组数据角位移矢量、位移矢量的均值; $R(\varphi)$ 表示角位移矢量 φ 对应的旋转矩阵; $\varphi(R)$ 表示旋转矩阵 R 对应的角位移矢量。

另一方面,根据位姿测量精度因子,可计算出各组数据的ADOP,PDOP,再分别乘以测角精度 $\sigma_\theta(\text{rad})$ 得到理论预测值 $\hat{\sigma}_\varphi, \hat{\sigma}_t$:

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_\varphi = \text{ADOP} \times \sigma_\theta \\ \hat{\sigma}_t = \text{PDOP} \times \sigma_\theta \end{cases}, \quad (26)$$

其中: σ_θ 统计值 4.014×10^{-5} rad (0.0023°)。相关系数矩阵 R_θ 中,来自同一电机的不同传感器测角值之间相关系数 ρ 取统计值0.8717。 σ_θ, ρ 取决于激光灯塔、光电传感器硬件特性,因此当激光灯塔系统硬件不发生改变时,可认为 σ_θ, ρ 均保持不变。

根据上述计算方法,得到50组位姿测量精度测试实验的位姿测量精度的实测值、理论预测值如图17所示。结果显示激光灯塔的姿态、位置测量精度分别为 0.1° 级和mm级。

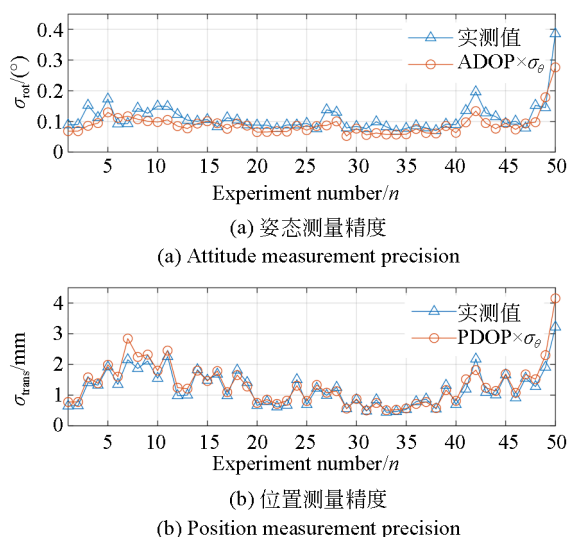


图17 位姿测量精度的实测值与理论预测值对比

Fig. 17 Comparison of measured and theoretically predicted values of position measurement accuracy

在对比实验中收集的姿态和位置测量精度的实测值与理论预测值时,发现两者在数值和趋势上高度一致,这一结果验证了本研究所提出的激光灯塔位姿测量精度因子的有效性和准确性。

除了测量精度外,位姿测量的不确定度空间分布特性同样重要。通过激光灯塔的测角误差传播模型,可以计算出姿态和位置的误差协方差矩阵,进而确定位姿测量不确定度的椭球参数,这有助于分析位姿测量不确定度的空间分布特性。

以第一组位姿测量精度测试实验为例,展示了位姿不确定度的空间分布。图18展示了第一组实验的不确定度散点图和椭球。散点图基

于实验数据与均值的偏差绘制,代表实际测量结果;而椭球则是根据协方差矩阵绘制的理论预测。图18(a)展示了姿态(角位移矢量)的不确定度散点图和椭球;图18(b)展示了位置(位移矢量)的不确定度散点图和椭球。结果显示,不确定度椭球包含了主要的偏差散点分布区域,且椭球的方向与实验结果一致,表明椭球能够清晰地展示测量不确定度的空间分布,并进一步证实了本研究中测角误差传播分析模型的准确性。

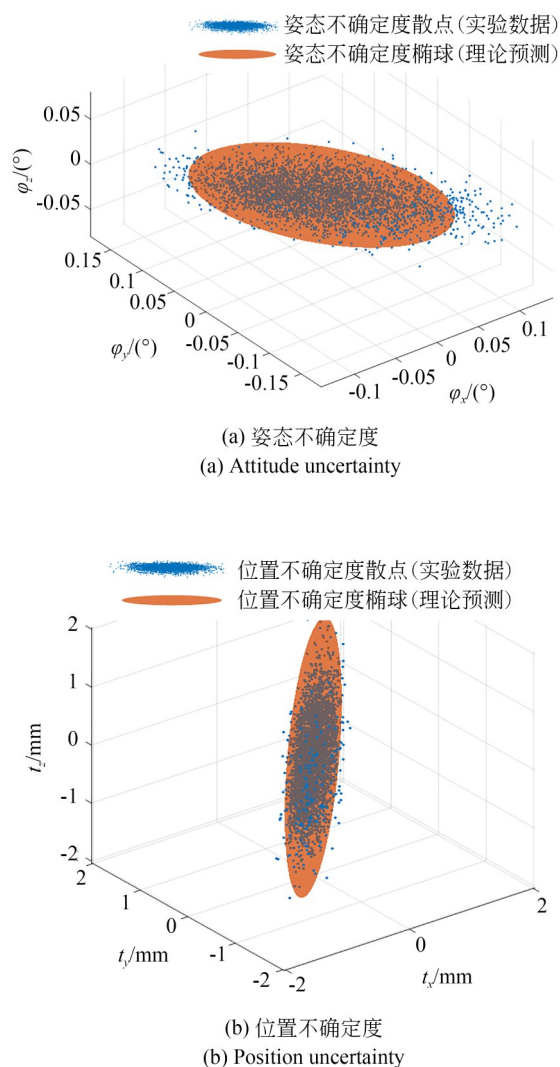


图18 第1组位姿测量精度测试实验中位姿不确定度的空间分布

Fig. 18 Spatial distribution of attitude uncertainty in the group 1 attitude measurement accuracy test experiment

6 工程适用性

在实际编队制导控制系统中,任务特性与运行环境决定了对测量精度阈值的差异化需求。依据运动学与控制理论,低动态场景(如无人机编队巡航)因运动状态变化率低,允许较大的测量容差,通常位置误差容限可达米级量级,姿态角误差阈值可放宽至数度范围;而高动态场景(如导弹协同突防)受动力学约束与精确制导需求驱动,对位置测量精度要求提升至分米级甚至厘米级,姿态角误差需严格控制在 1° 以内,以满足实时轨迹修正与目标协同打击的需求。

本研究中建立的误差传播模型所得推算误差小于5%,其工程适用性需结合具体任务指标进行量化评估。以无人机编队协同侦察任务为例,根据任务规划要求,编队需在保持队形稳定的前提下完成区域覆盖,该场景下位置测量精度需达到0.5 m,姿态角测量精度需控制在 2° 以内。基于误差传播理论,通过对测量系统原始误差分布进行统计分析,结合蒙特卡洛仿真中获取的误差传递特性,可建立推算误差与实际测量误差的映射关系。经计算验证,在5%的推算误差水平下,位置与姿态的实际测量误差均满足任务指标要求,表明该模型在常规编队任务场景中具备良好的工程应用价值。

然而,在卫星编队精密对接等具有亚厘米级位置精度与 0.1° 姿态精度要求的高精度任务中,现有模型的推算误差已超出可接受范围^[18]。此类场景对传感器测量精度、误差补偿算法及系统标定技术提出更高要求,需通过优化误差传播模

型参数、引入先进滤波算法或采用多传感器融合策略等手段,进一步提升测量精度与系统可靠性。

综上所述,本研究提出的误差传播模型及推算方法在常规编队制导控制任务中表现出良好的适用性,但在高精度任务场景中仍需开展针对性优化研究,为不同应用场景下的系统设计与参数选择提供理论依据。

7 结 论

针对现有激光灯塔系统误差分析未能确定位姿不确定度空间分布特性的问题,在之前文献^[11]工作基础上,建立更加严密的误差传播模型,并根据提出的测量精度因子(ADOP, PDOP)衡量激光灯塔的测量精度,进行推算的相对误差在5%以内;使用不确定度椭球表征测量不确定度空间分布,分析了测量不确定度的空间分布特性。此外,对于传感器安装构型优劣的评判问题,提出了AP球形映射的方法,建立评价准则,对共面和非共面两类传感器的安装构型进行分析,并进行仿真验证合理性。实验中利用非共面传感器安装构型的靶标,进一步证实了测角误差传播分析模型的准确性。

作者贡献声明:

袁浩然:测量实验的设计,数据整理,论文撰写;

陈汉瑜:测量方案提出及数据整理和分析;

武俊峰:论文审核;

康国华:论文审核。

参考文献:

- [1] 林来兴,张小琳. 纳型卫星编队飞行技术现状及发展趋势[J]. 航天器工程, 2017, 26(5): 65-73.
LIN L X, ZHANG X L. Current status and developing trends of nanosatellites formation flying[J]. *Spacecraft Engineering*, 2017, 26(5): 65-73. (in Chinese)
- [2] 黄成,邱志聪,许家忠. 地月环境下航天器近距离接近自主决策[J]. 光学精密工程, 2025, 33(6): 979-992.

- HUANG C, QIU Z C, XU J Z. Autonomous decision-making for spacecraft close approaches in the Earth-Moon environment [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2025, 33(6): 979-992. (in Chinese)
- [3] 杨宁,申景诗,张建德,等. 基于立体视觉的空间非合作航天器相对位姿自主测量[J]. 光学精密工程, 2017, 25(5): 1331.
YANG N, SHEN J S, ZHANG J D, et al. Autonomous measurement of relative attitude and position for spatial non-cooperative spacecraft based on stereo vision[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(5):

1331. (in Chinese)
- [4] 许传晓, 康国华, 武俊峰, 等. 集群航天器自主拼接控制地面实验系统设计[J]. 光学精密工程, 2024, 32(24): 3566-3579.
- XU C X, KANG G H, WU J F, *et al.* Key technology research on autonomous docking control simulation system for clustered spacecraft[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(24): 3566-3579. (in Chinese)
- [5] 赵琴, 王立, 郑然, 等. 空间指向测量仪器的多物理场效应研究综述[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(7): 1-16.
- ZHAO Q, WANG L, ZHENG R, *et al.* Review of the research on the multi-physics field effects of space pointing determination instruments[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(7): 1-16. (in Chinese)
- [6] 赵逸伦, 乔兵, 靳永强, 等. 一种采用双目视觉加惯性测量的航天器组合相对导航方法[J]. 航天控制, 2016, 34(4): 47-52.
- ZHAO Y L, QIAO B, JIN Y Q, *et al.* An integrated relative navigation algorithm for spacecraft based on binocular vision and inertial measurement[J]. *Aerospace Control*, 2016, 34(4): 47-52. (in Chinese)
- [7] 杜小平, 赵继广, 崔占忠, 等. 基于计算机视觉的航天器间相对状态测量系统[J]. 光学技术, 2003, 29(6): 664-666.
- DU X P, ZHAO J G, CUI Z Z, *et al.* Optical method for position-attitude determination between spacecrafts based on computer vision[J]. *Optical Technique*, 2003, 29(6): 664-666. (in Chinese)
- [8] 马新宇, 朱维斌, 黄焱, 等. 基于 Kalman 的动态角度测量方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2023, (3): 119-127.
- MA X Y, ZHU W B, HUANG Y, *et al.* Research on the dynamic angle measurement method based on kalman[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, (3): 119-127. (in Chinese)
- [9] 董毅. GNSS/INS 组合动对动精密相对定位方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2020.
- DONG Y. *Research on GNSS/INS Combined Dynamic-To-Dynamic Precise Relative Positioning Method*[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2020. (in Chinese)
- [10] 张维斌, 张毅, 王灵玉. 基于 GPS-RTK 与惯性导航系统的无线电罗盘校准技术[J]. 航空维修与工程, 2023(4): 92-94.
- ZHANG W B, ZHANG Y, WANG L Y. Radio compass calibration technology based on GPS-RTK and inertial navigation system[J]. *Aviation Maintenance & Engineering*, 2023(4): 92-94. (in Chinese)
- [11] 姚鑫, 李嘉敏, 王国永, 等. 面向星间激光干涉测距的高精度小型化验证系统[J]. 中国激光, 2022, 49(9): 0915001.
- YAO X, LI J M, WANG G Y, *et al.* High-precision miniaturized demonstration system for inter-satellite laser interferometric ranging[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2022, 49(9): 0915001. (in Chinese)
- [12] PAIJENS A F M, HUANG L, AL-JUMAILY A. Analysis of sensor arrangements to localize mobile robots with one laser lighthouse[C]. 2017 24th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice (M2VIP). November 21-23, 2017, Auckland, New Zealand. IEEE, 2017: 1-6.
- [13] 胡新源, 杨凌辉, 宋有建, 等. 基于时域可区分特征的双飞秒激光多目标绝对距离测量[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(8): 74-81.
- HU X Y, YANG L H, SONG Y J, *et al.* Dual femtosecond laser multi-target absolute distance measurement based on distinguishable features in temporal domain[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(8): 74-81. (in Chinese)
- [14] MATTHIES L, SHAFER S. Error modeling in stereo navigation[J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(3): 239-248.
- [15] WANG Z P, CHEN D R, GONG J L. Pose error analysis method based on a single circular feature[J]. *Pattern Recognition*, 2022, 129: 108726.
- [16] LI J M, WANG J G, ZHOU W T, *et al.* Robot pose estimation and accuracy analysis based on stereo vision[C]. 2013 IEEE 9th International Conference on Mobile Ad-hoc and Sensor Networks. December 11-13, 2013, Dalian, China. IEEE, 2013: 555-559.
- [17] 陈汉瑜, 武俊峰, 康国华, 等. 基于激光灯塔的合作航天器位姿测量方法及其精度分析[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(12): 101-110.
- CHAN H Y, WU J F, KANG G H, *et al.* LI XU. Pose measurement for cooperative spacecraft based on lighthouse tracking system and its preci-

- sion analysis[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(12): 101-110. (in Chinese)
- [18] 陈红梅,常林江,徐振方,等. 复杂环境下 GNSS/INS/UWB 紧组合的无人机协同导航算法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(7): 98-107.

CHEN H M, CHANG L J, XU Z F, *et al.* UAV collaborative navigation algorithm based on tight combination of GNSS/INS/UWB in complex environment [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2021, 42(7): 98-107. (in Chinese)

作者简介:



袁浩然(2000—),安徽合肥人,现为南京航空航天大学硕士研究生,主要研究方向为计算机视觉、航天器位姿测量、航天器位姿估计。E-mail: yuanhaoran@nuaa.edu.cn

通讯作者:



武俊峰(1982—),吉林长春人,2010年毕业于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获博士学位,现为南京航空航天大学副教授、硕士生导师,主要研究方向为激光传感、光学测控。E-mail: awublack@126.com