

文章编号 1004-924X(2025)14-2153-13

基于粗糙表面的高阶镜面反射 pBRDF 模型

段 锦*, 丁华藤, 杨嘉豪, 李冠霏, 史成旭, 战俊彤
(长春理工大学 电信学院, 吉林 长春 130022)

摘要: 基于 Microfacet 理论, 当光线照射到粗糙表面时会发生显著的多次镜面反射现象, 而传统偏振双向反射分布函数 (Polarized Bidirectional Reflectance Distribution Function, pBRDF) 未能很好地描述这种现象, 为了得到更精确的 pBRDF 模型, 更好地分析材料的偏振特性, 本文在包含镜面反射、漫反射和定向漫反射的三分量 pBRDF 模型基础上, 进一步定义了高阶微相位角与一阶相位角的关系。改进后的 pBRDF 模型不仅考虑了多次镜面反射的几何衰减因子, 还引入了微相位角的定义, 从而建立了一个更全面的高阶镜面反射 pBRDF 模型。通过比较不同的 pBRDF 模型, 并结合偏振特性采集装置进行验证, 实验结果表明, 本文提出的模型优于其他模型, 三阶模型效果普遍优于二阶。在偏振图像渲染中, 峰值信噪比和结构相似性平均分别提升 10.09% 和 2.97%, 呈现更加真实的渲染效果。验证本文提出的高阶镜面反射 pBRDF 模型能够更准确地描述目标表面的偏振特性。

关键词: 高阶镜面反射 pBRDF 模型; Microfacet 理论; 粗糙表面; 偏振特性; 偏振图像渲染

中图分类号: 0436.3 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20253314.2153 **CSTR:** 32169.14.OPE.20253314.2153

High order specular reflection pBRDF model based on rough surface

DUAN Jin*, DING Huateng, YANG Jiahao, LI Guanfei, SHI Chengxu, ZHAN Juntong

(School of Telecommunications, Changchun University of Science and Technology,
Changchun 130022, China)

* Corresponding author, E-mail: duanjin@vip.sina.com

Abstract: Based on the Microfacet theory, significant multiple specular reflections occur when light shines on a rough surface, while the traditional Polarized Bidirectional Reflectance Distribution Function (pBRDF), this phenomenon was not well described by pBRDF. In order to obtain a more accurate pBRDF model and to analyze the polarization characteristics of the material more effectively, this paper further defined the relationship between the higher-order micro-phase angle and the first-order phase angle on the basis of the three-component pBRDF model that had included specular reflection, diffuse reflection, and directional diffuse reflection. The improved pBRDF model not only considered the geometric attenuation factor of multiple specular reflections, but also introduced the definition of the micro-phase angle, thereby establishing a more comprehensive higher-order specular-reflection pBRDF model. By comparing different pBRDF models and verifying them with the polarization-characteristic acquisition device, the ex-

收稿日期: 2025-03-26; 修订日期: 2025-05-07.

基金项目: 国家自然科学基金重大仪器专项 (No. 62127813); 吉林省科技发展计划项目 (No. 20220508152RC)

perimental results showed that the model proposed in this paper was superior to other models, and the performance of the third-order model was generally better than that of the second-order model. In polarized image rendering, the peak signal-to-noise ratio and structural similarity increase by an average of 10.09% and 2.97% respectively, presenting a more realistic rendering effect. It is verified that the high-order specular reflection pBRDF model proposed in this paper can describe the polarization characteristics of the target surface more accurately.

Key words: high order specular reflection pBRDF model; microfacet theory; roughened surface; polarization property; polarization image rendering

1 引言

为了表征材料表面的光学特性^[1-3],并定义入射辐照度与出射辐照度的关系,Nicodemus提出了双向反射分布函数(Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF)模型。随后,越来越多基于几何光学的 BRDF 模型被提出,其中,Torrance-Sparrow 模型和 Cook-Torrance 模型得到了广泛地应用。Torrance-Sparrow 模型主要分析了光线照射到粗糙表面后的辐射通量方向分布^[4],而 Cook-Torrance 模型主要用于计算机合成图像的渲染^[5]。

为了同时考虑光的强度分布与偏振特性,更准确地描述光线与材料之间的相互作用,偏振双向反射分布函数(polarization Bidirectional Reflection Distribution Function, pBRDF)模型应运而生,并在随后的研究中不断发展。Aivar Abrashuly 在研究中指出,在光谱散射过程中,需要考虑复色光分解为单色光的现象。随着对光的偏振散射特性研究的深入,阴影与遮蔽效应的影响逐渐受到关注,这种效应决定了光线在材料表面如何相互作用并反射,对最终的偏振特性产生重要影响^[6]。Priest 和 Germer 进一步将 Torrance-Sparrow 模型与穆勒矩阵结合,形成了偏振化 pBRDF,简称为 PG 模型^[7]。Wang 等人针对 Blinn 遮蔽效应,构建了包含镜面反射、漫反射和体散射的 pBRDF 模型,以研究目标表面的偏振特性。M. W. Hyde IV 等人在 PG 模型的基础上,进一步考虑遮蔽效应与朗伯漫反射,从而建立了更精确的目标表面 pBRDF 模型^[8]。某些具有周期性微截面结构的材料,其相邻结构单元之间容易引发光线的多次反弹,而具有分层粗糙表面的材料,则可能通过不同层级的粗糙特征形成

“阶梯式”的反射路径。这些材料均能有效促进光线的多次反射。Hao Youfei 等人针对粗糙表面实际情况,将原有的等腰“V”形微表面结构进行了改进,提出了一种非等腰“V”形结构的分段函数来描述阴影与遮蔽函数。他们分析了光线照射到粗糙表面后,多次镜面反射的现象,并据此定义了多次镜面反射的几何衰减因子计算方法。最后,他们在原 pBRDF 模型的基础上,引入定向漫反射项,拓展了模型的适用范围,并建立了一种基于非等腰“V”形结构的包含镜面反射、漫反射、定向漫反射的三分量 pBRDF 模型,使其能够更准确地描述目标表面 pBRDF 模型^[9]。

本文针对具有周期性微截面结构或分层粗糙表面的材料(如金属及其合金、介质光学材料、复合材料与涂层等)开展 pBRDF 模型改进工作。这类材料的镜面反射分量占主导且易发生多次镜面反射现象。基于现有包含镜面反射、漫反射和定向漫反射三分量的 pBRDF 模型,本文重点对镜面反射分量进行改进。本文选择金属涂层的塑料进行仿真渲染实验,主要因为,金属涂层能够提供较高的镜面反射分量,满足多次镜面反射研究的基本要求,其次,塑料基底本身含有一定比例的漫反射和定向漫反射分量。这种材料组合特性使其能够更全面地验证本文提出的 pBRDF 模型在描述粗糙表面光线反射行为方面的准确性。本文针对原三分量 pBRDF 模型在描述多次镜面反射时的局限性,基于微面元理论,引入高阶镜面反射项,以提升模型的精确性,并适应不同阶数的反射设定。该高阶镜面反射项不仅定义了多次镜面反射的几何衰减因子,还对 pBRDF 模型公式中的微相位角进行了修正。本文总结了微相位角与一阶相位角的关系,并强调了微相位角在衡量 pBRDF 模型对材料偏振特性

影响中的重要性。基于此,本文建立了一种综合考虑几何衰减因子与微相位角的高阶镜面反射 pBRDF 模型。

2 高阶镜面反射 pBRDF 模型的构建

2.1 偏振双向反射分布函数

双向反射分布函数用于描述材料表面反射光线的强度分布,定义了入射光线与出射光线的关系,常用于计算材料表面的反射特性^[10]。BRDF 模型通常表示为:

$$f_r(\omega_i, \omega_r, \lambda) = \frac{dL_o(\omega_r, \lambda)}{dE_i(\omega_i, \lambda)}, \quad (1)$$

其中: ω_i, ω_r 分别表示入射角和反射角, λ 为入射光的波长, dL_o 为反射辐亮度, dE_i 为入射辐照度, f_r 为出射辐亮度与入射辐照度的比值,单位为 sr^{-1} 。微面元模型的几何关系如图 1 所示。图中 ω_i 为光源入射方向, ω_r 为相机的视线方向, α 为粗糙表面的平均法线 z 与微平面法线 ω_m 之间的夹角,即微相位角, β 为入射光与反射光夹角的半角, θ_i 为入射天顶角, θ_r 为出射天顶角, ϕ_r 为出射方位角, ϕ_i 为入射方位角。

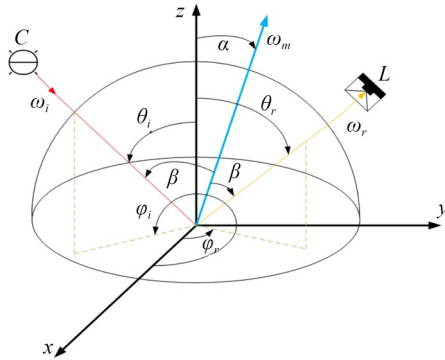


图 1 微面元几何关系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the geometric relationship of microplane elements

BRDF 用于描述物质表面对光线的反射或散射特性,能够全面考虑其在半球空间中的各向异性和分布特征。当光线与物质相互作用时,不仅会引起光强的变化,还会影响光的偏振状态。基于对偏振效应的考量,衍生出了

pBRDF 的概念。pBRDF 作为标准 BRDF 的重要扩展,是研究目标表面偏振反射特性的重要模型之一。

pBRDF 是对标量 BRDF 更为一般的描述形式。它不仅能够表征散射光在反射半球上的能量分布,还能考虑散射光的偏振特性。pBRDF 的定义式是对标量 BRDF 定义式的矢量扩展,从而能够更全面地描绘出光在物质表面上的反射或散射行为,使复杂光学现象的模拟与理解更加精准。

在基于经验模型和物理模型的研究基础上,为了便于分析与探讨,本文对偏振 pBRDF 模型进行了解析表达。通常,为了更清晰地理解和描述光线在物体表面的反射或散射行为,pBRDF 模型会被分解为漫反射和镜面反射两部分。

从微观的尺度去理解物体表面镜面反射与漫反射的现象,Cook-Torrance BRDF 正是考虑了这两种情形的 BRDF,定义如下:

$$f_r = \rho_d f_{\text{lambert}} + \rho_s f_{\text{cook-torrance}}, \quad (2)$$

其中: $f_{\text{cook-torrance}}$ 为镜面反射项, f_{lambert} 为漫反射项, ρ_s, ρ_d 分别为镜面反射率、漫反射率。

2.2 高阶镜面反射 pBRDF 模型

基于 Cook-Torrance 理论对目标表面进行建模时,为了提高该模型的精确度,通常将额外添加定向漫反射分量,如下式所示:

$$f_r = \rho_d f_{\text{lambert}} + \rho_s f_{\text{cook-torrance}} + \rho_{\text{dd}} f_{\text{dd}}, \quad (3)$$

其中: f_{dd} 为定向漫反射分量, ρ_{dd} 为定向漫反射系数。

在粗糙物体表面的反射过程中,镜面反射分量在整个反射中所占比例是最大的,它描述了入射光在粗糙平面的单次反射过程。基于微面元理论的镜面反射 f_s 的表达式为:

$$f_s(\theta_i, \theta_r, \varphi) = \frac{P(\alpha)G(\theta_i, \theta_r, \varphi)F(\beta)}{4\cos\alpha\cos\theta_r\cos\theta_i}, \quad (4)$$

其中: $P(\alpha)$ 为概率密度分布函数, $G(\theta_i, \theta_r, \varphi)$ 为阴影与遮蔽函数, $F(\beta)$ 为非涅尔反射项, α 为微相位角。

本文中的微表面元素模型采用高斯分布^[11]作为微表面元素在粗糙物体表面正态分布的概率密度分布函数,其表达式为:

$$P(\alpha) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\cos^3\alpha} \exp\left[\frac{-\tan^2\alpha}{2\sigma^2}\right]. \quad (5)$$

$G(\theta_i, \theta_r, \varphi)$ 表示阴影与遮蔽函数, 又称为几何衰减因子, 用于计算不同微平面之间的阴影与遮蔽效应^[12], 几何衰减因子主要分为两种类型: 分离式的 G1 函数和联合式的 G2 函数, 其中, 分离式几何衰减因子将阴影与遮蔽函数视为相互独立, 而联合式几何衰减因子则表示为入射光和出射光在微平面上可见比例的乘积, 能够更全面地反映阴影与遮蔽函数效应的综合影响^[13]。在实际应用中, 联合式阴影与遮蔽函数表现更优, 因此本文选用联合式几何衰减因子。

阴影与遮蔽函数示意图如图 2 所示, 模拟光线在不同微平面的作用效果, 解释这种光线作用现象。

双向反射分布函数模型中发生一次镜面反射时, 镜面反射项的数学定义方程如下:

$$f_{j,k}(\theta_i, \theta_r, \varphi) = \frac{\exp\left(\frac{-\tan^2 \alpha}{2\sigma^2}\right) G_1(\theta_i, \theta_r, \varphi) M_{j,k}^s(\theta_i, \theta_r, \varphi)}{2\pi 4\sigma^2 \cos^4 \alpha \cos \theta_i \cos \theta_r}, \quad (6)$$

其中: $G_1(\theta_i, \theta_r, \varphi)$ 为一次镜面反射的几何衰减因子, $M_{j,k}^s(\theta_i, \theta_r, \varphi)$ 为 Mueller 矩阵, σ 为表面粗糙度。

$$F_{k,j}(\theta_i, \theta_r, \phi_r - \phi_i) = \rho_s \frac{\exp\left(\frac{-\tan^2 \alpha}{2\sigma^2}\right) [G(\theta_i, \theta_r, \varphi)] M_{j,k}^s(\theta_i, \theta_r, \varphi)}{2\pi 4\sigma^2 \cos^4 \theta_n \cos \theta_i \cos \theta_r} + \rho_d \frac{G(\theta_i, \theta_r, \phi_r - \phi_i)}{\pi} \left[B1 + B2 \left(\frac{\sin \theta_i \sin \theta_r \cos(\phi_r - \phi_i)}{\cos \theta_i \cos \theta_r} \right) \right] M_{k,j}^d(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) + \rho_{dd} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp(-2 \tan \theta_r / \sigma^2) M_{k,j}^{dd}(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r), \quad (k, j = 0, 1, 2, 3). \quad (7)$$

虽然现有的三分量 pBRDF 模型考虑了多次镜面反射, 但仅针对镜面反射项中的几何衰减因子进行了定义, 无法精确描述光线与材料之间的复杂相互作用。为了获得更精确的 pBRDF 模型, 本文在镜面反射、漫反射和定向漫反射的三分量 pBRDF 模型基础上, 加入了一种高阶镜面反射项。通过总结镜面反射相位角与一阶相位角之间的关系, 并将其应用到原 pBRDF 模型中。改进后的模型能够综合考虑多次镜面反射中的几何衰减因子和微相位角, 同时允许人为设置反射的阶数, 从而得到一个更为精确和完整的

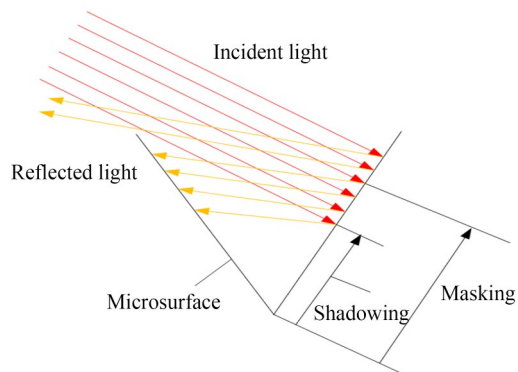


图 2 阴影与遮蔽函数示意图

Fig. 2 Shading and masking function diagram

由于材料表面较为粗糙时, 光线照射到表面会发生多次镜面反射, 因此不能仅用一次镜面反射来描述光线的反射特性。原三分量 pBRDF 模型对多次镜面反射的几何衰减因子进行了定义, 反射次数不同, 几何衰减因子值不同。同时考虑了漫反射和定向漫反射, 其中漫反射主要是光线经过相邻大角度间的多次反射引起, 将朗伯微表面应用于整个微表面积分, 而定向漫反射能量主要来自表面法线方向附近的小反射方向^[9]。同时考虑三分量, 得到原 pBRDF 模型表达式如式(7)所示:

pBRDF 模型。经验证, 改进后的 pBRDF 模型更符合实际反射情况。发生多次镜面反射的材料表面光反射示意图如图 3 所示, 以此来表明光线反射关系。

当考虑多次镜面反射后, 微相位角和几何衰减因子由式(8)表示:

$$\begin{cases} \alpha_n = \frac{(n-1)\pi + \alpha_1}{n}, n = 1, 2, \dots, n, \\ [G_n(\theta_i, \theta_r, \varphi)] = [G_1(\theta_i, \theta_r, \varphi)]^n \end{cases} \quad (8)$$

其中: α_n 为 n 阶微相位角, n 为阶数, α_1 为一阶相位角, $[G_n(\theta_i, \theta_r, \varphi)]$ 为 n 次镜面反射的几何衰减

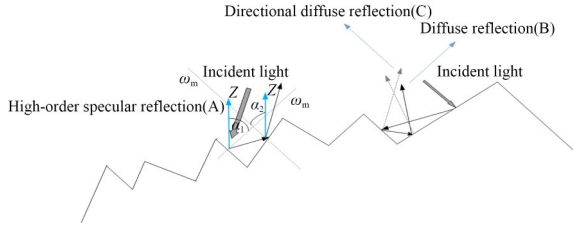


图3 材料表面光反射示意图

Fig. 3 Schematic diagram of light reflection on the material surface

因子, $[G_1(\theta_i, \theta_r, \varphi)]^n$ 为一次镜面反射衰减因子的 n 次幂。该式既总结了高阶相位角与一阶相位

角的关系,也总结了多次镜面反射几何衰减因子与几何衰减的关系,根据实际情况,可以自定义 n 的值,将该式代入镜面反射函数模型的定义式中,得到双向反射函数模型中高阶镜面反射项的数学定义方程式,如式(9):

$$f_n(\theta_i, \theta_r, \varphi) = \frac{\exp\left(\frac{-\tan^2 \alpha_n}{2\sigma^2}\right) [G_1(\theta_i, \theta_r, \varphi)]^n M_{j,k}^s(\theta_i, \theta_r, \varphi)}{2\pi 4\sigma^2 \cos^4 \alpha_n \cos \theta_i \cos \theta_r} \quad (9)$$

修正后的微面 pBRDF 模型表达式为:

$$F_{k,j}(\theta_i, \theta_r, \phi_r - \phi_i) = \rho_s \frac{\exp\left(\frac{-\tan^2 \alpha_n}{2\sigma^2}\right) [G_1(\theta_i, \theta_r, \varphi)]^n M_{j,k}^s(\theta_i, \theta_r, \varphi)}{2\pi 4\sigma^2 \cos^4 \theta_n \cos \theta_i \cos \theta_r} + \rho_d \frac{G(\theta_i, \theta_r, \phi_r - \phi_i)}{\pi} \left[B_1 + B_2 \left(\frac{\sin \theta_i \sin \theta_r \cos(\phi_r - \phi_i)}{\cos \theta_i \cos \theta_r} \right) \right] M_{k,j}^d(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) + \rho_{dd} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp(-2 \tan \theta_r / \sigma^2) M_{k,j}^{dd}(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r), (k, j = 0, 1, 2, 3), \quad (10)$$

其中: $\rho_s, \rho_d, \rho_{dd}$ 分别表示镜面反射率、漫反射率和定向漫反射率, $M_{j,k}^s(\theta_i, \theta_r, \varphi)$ 表示菲涅尔反射矩阵, $M_{k,j}^d(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$ 表示去穆勒矩阵, $M_{k,j}^{dd}(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$ 表示定向漫反射矩阵, B_1, B_2 为

常数。在入射光源为自然光时可以被当作是非偏振光源^[14], 入射光的 Stokes 矢量 S^{in} 为 $[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, 则反射光的 Stokes 矢量^[15-16]可以表示为:

$$S^{\text{out}} = F_{k,j} \cdot S^{\text{in}} = \begin{bmatrix} F_{00}^s + F_{00}^d + F_{00}^{dd} & F_{01}^s + F_{01}^{dd} & F_{02}^s + F_{02}^{dd} & F_{03}^s + F_{03}^{dd} \\ F_{10}^s + F_{10}^{dd} & F_{11}^s + F_{11}^{dd} & F_{12}^s + F_{12}^{dd} & F_{13}^s + F_{13}^{dd} \\ F_{20}^s + F_{20}^{dd} & F_{21}^s + F_{21}^{dd} & F_{22}^s + F_{22}^{dd} & F_{23}^s + F_{23}^{dd} \\ F_{30}^s + F_{30}^{dd} & F_{31}^s + F_{31}^{dd} & F_{32}^s + F_{32}^{dd} & F_{33}^s + F_{33}^{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{00}^s + F_{00}^d + F_{00}^{dd} \\ F_{10}^s + F_{10}^{dd} \\ F_{20}^s + F_{20}^{dd} \\ F_{30}^s + F_{30}^{dd} \end{bmatrix} \quad (11)$$

因此, DoP 的表达式如下:

$$DoP = \frac{\sqrt{(F_{10}^s + F_{10}^{dd})^2 + (F_{20}^s + F_{20}^{dd})^2}}{F_{00}^s + F_{00}^d + F_{00}^{dd}} = \frac{\sqrt{\left(\rho_s^2 \frac{G^2 P^2(\alpha)}{16 \cos^2 \theta_i \cos^2 \theta_r} + \rho_s \rho_{dd} \frac{GP(\alpha)}{2\sqrt{2\pi} \cos \theta_i \cos \theta_r \sigma} + \rho_{dd}^2 \frac{\exp[-(4 \tan^2 \theta_r)/\sigma^4]}{2\pi \sigma} \right) (M_{10}^2 + M_{20}^2)}}{M_{00} \left(\rho_s \frac{GP(\alpha)}{4 \cos \theta_i \cos \theta_r} + \rho_{dd} \frac{\exp[-(2 \tan \theta_r)/\sigma^2]}{\sqrt{2\pi} \sigma} \right) + \frac{\rho_d}{\pi} G \left(B_1 + B_2 \frac{\sin \theta_i \sin \theta_r \cos \phi_v}{\cos \theta_i \cos \theta_r} \right)} \quad (12)$$

3 实验设计

3.1 偏振特性采集装置

pBRDF 为双向反射分布函数,通过参数化描述材料的反射特性,能够更准确地模拟不同材质的外观和材质信息。为了验证本文提出的

pBRDF 模型的准确性,本文应用 Mitsuba 3 渲染该模型^[17]。目前较为完整的 pBRDF 数据库是 KAIST pBRDF 数据库,其中提供了 25 个各向同性的 pBRDF 数据。为了构建自己的数据库并验证所构建的 pBRDF 模型,本文设计并搭建了基于图像的 BRDF 采集装置和光谱偏振仪采集系统的

pBRDF 采集装置。该装置能够在五个波长通道下捕获各向同性的 pBRDF 数据^[18],如图 4 所示。

该系统采用双旋转波片法计算待测目标材

料的 Mueller 矩阵,主要包括光源、相机、偏振状态产生系统、偏振状态分析系统,标准球体样本,如图 5 所示。

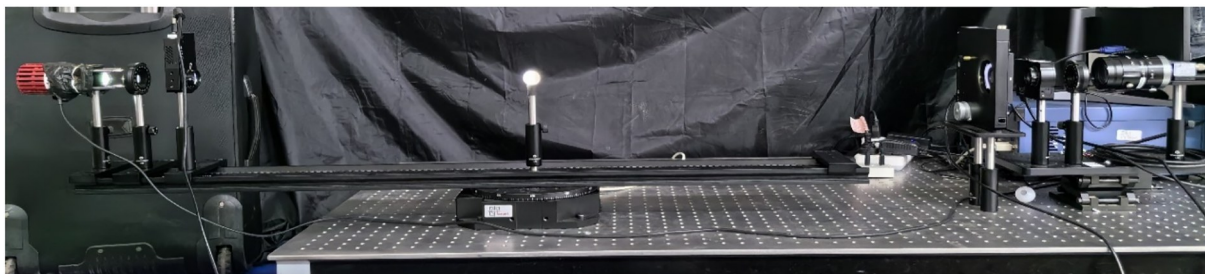


图 4 多波长全角度的偏振反射率采集装置

Fig. 4 Multi-wavelength and full Angle material polarization reflectance acquisition device

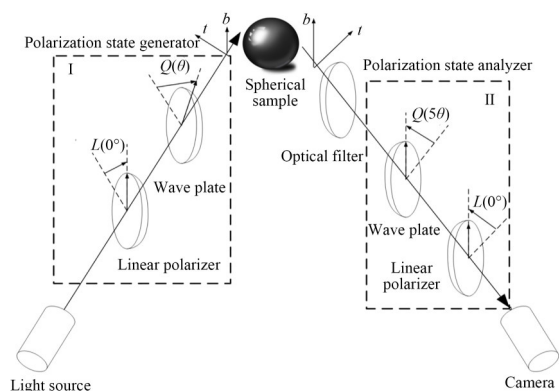


图 5 双旋转波片法示意图

Fig. 5 Diagram of double rotating wave plate method

3.2 Mueller 矩阵解算及几何索引原理

双旋转波片偏振计主要由偏振态发生器和偏振态分析仪组成。在实验中,发生器和分析仪的波片设定分别以 1:5 的角速度旋转,从而产生了 12 个傅里叶谱的谐波频率。样本的 Mueller 矩阵元素可以通过傅里叶系数进行计算。计算得到的输出 Stokes 向量如式(13)所示:

$$\mathbf{S}_{\text{Out}} = L(0^\circ)Q(5\theta)\mathbf{M}_{\text{Sample}}Q(\theta)L(0^\circ)\mathbf{S}_{\text{In}}, \quad (13)$$

$$\mathbf{M}_{\text{Sample}} = \begin{bmatrix} a_0 - a_2 + a_8 - a_{10} + a_{12} & 2a_2 - 2a_8 - 2a_{12} & 2b_2 + 2b_8 - 2b_{12} & b_1 + 2b_9 \\ -2a_8 + 2a_{10} - 2a_{12} & 4a_8 + 4a_{12} & -4b_8 + 4b_{12} & 4b_{11} \\ -2b_8 + 2b_{10} - 2b_{12} & 4a_8 + 4a_{12} & 4a_8 - 4a_{12} & 4a_9 \\ 2b_3 - b_5 & -4b_3 & -4a_3 & 2a_6 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

采集图片时,水平分辨率设为 X ,垂直分辨率设为 Y ,转台旋转 R 个角度,滤光轮旋转 τ 个波长。完成所有计算后,可以得到一个大小为 $R \times \tau \times X \times Y \times 4 \times 4$ 的六维全向偏振反射矩阵。

其中: $L(0^\circ)$ 为线性偏振片,设置偏振度为 0° , $Q(\theta)$, $Q(5\theta)$ 表示波片以 $\theta:5\theta$ 的速度旋转, $\mathbf{M}_{\text{Sample}}$ 为标准球体样本的 Mueller 矩阵。

输出光可以由斯托克斯分量表示,包含四个分量,分别为 I, Q, U, V ,其中 I 即偏振图像的强度值,可以由傅里叶十二次谐波频率的级数形式表达,如式(14)所示:

$$I_{\text{Measure}}(\theta) = c_0 + \sum_{m=1}^{12} (c_m \cos(2m\theta) + d_m \sin(2m\theta)). \quad (14)$$

根据傅里叶级数的表达形式,可以得到共有 25 个未知系数,结合线性代数知识,至少需要 25 个线性无关的方程进行求解。本文将 θ 设置为 5° ,则两个 $\lambda/4$ 波片分别旋转 36 次,因此可以得到 36 个方程。由于光的强度值和旋转角度已知,因此可以利用这个包含 36 个方程的方程组求解出 25 个傅里叶系数。由于傅里叶系数与 Mueller 矩阵元素值存在反演关系,从而可以通过这些傅里叶系数计算出 Mueller 矩阵元素值,具体如式(15)所示:

将计算得到的 Mueller 矩阵数据保存到六维偏振反射矩阵中。根据标准球体的几何特性,采用几何索引算法进行数据提取。几何索引原理图如图 6 所示。

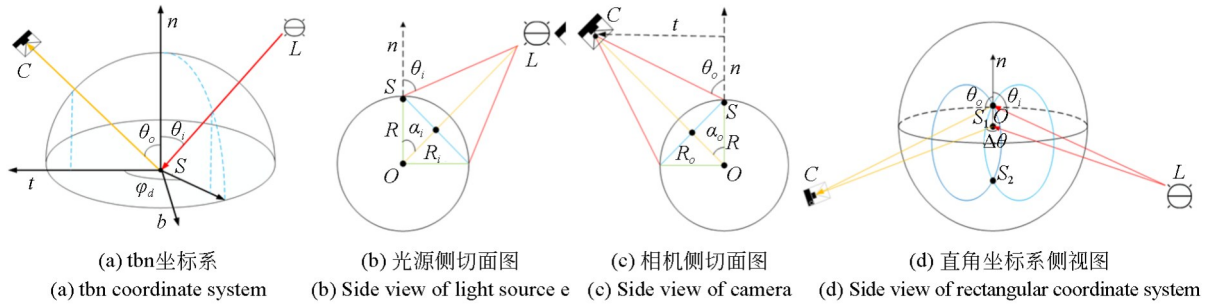


图 6 几何索引原理图

Fig. 6 Schematic diagram of geometric index.

首先,采用 tbn 坐标系,以采样点 S 作为默认坐标原点,其中相机位置为 $SC \times (\sin \theta_o, 0, 0)$,光源位置为 $SL \times (\sin \theta_o \cos \varphi_d, \sin \theta_o \sin \varphi_d, \cos \theta_o)$,所测标准小球的球心坐标 O_{tbn-S} 为 $(0, 0, -r)$ 。

先利用正弦定理计算 OL 与 OS 的夹角 α_i , OC 与 OS 的夹角 α_o ,如式(16):

$$\begin{cases} \alpha_i = \theta_i - \arcsin((R/OL) * \sin(180^\circ - \theta_i)) \\ \alpha_o = \theta_o - \arcsin((R/OC) * \sin(180^\circ - \theta_o)) \end{cases} \quad (16)$$

进而可以计算出采样点与相机之间的距离 SC 和采样点与光源之间的距离 SL :

$$\begin{cases} SC = (OC / \sin(180^\circ - \theta_o)) * \sin \alpha_o \\ SL = (OL / \sin(180^\circ - \theta_i)) * \sin \alpha_i \end{cases} \quad (17)$$

求出 SC, SL 后,可以进一步计算出 C_{tbn-S} , L_{tbn-S} 。进而,利用余弦定理的逆推,可以求出转台的旋转角度 $\Delta\theta$:

$$(x_s, y_s, z_s) = \begin{cases} (x_s - C_{center}(1))^2 + (y_s - C_{center}(2))^2 + (z_s - C_{center}(3))^2 = R_c^2 \\ (x_s - L_{center}(1))^2 + (y_s - L_{center}(2))^2 + (z_s - L_{center}(3))^2 = R_L^2 \\ x_s^2 + y_s^2 + z_s^2 = R^2 \end{cases} \quad (20)$$

其中: (x_s, y_s, z_s) 为采样点坐标, C_{center} 为相机在标准球体样本投影圆的圆心坐标, R_c 为相机在标准球体样本上的投影圆半径, L_{center} 为光源在标准球体样本上投影圆的圆心坐标, R_L 为光源在标准球体样本上的投影圆半径, R 为标准球体样本的半径。根据这些信息,可以计算出采样点在图像上的像素坐标为 $(X \times (R - x_s)/R, Y \times (R - y_s)/R)$,其中 X 为图像的水平分辨率, Y 为图像的

$$\Delta\theta = \arccos\left(\frac{OL \cdot OC}{|OL| |OC|}\right) \quad (18)$$

求出旋转角度 $\Delta\theta$ 后,即可将其与对应的角度 $\theta_i, \theta_o, \varphi_d$ 这组图像相关联。接下来,需要确定采样点 S 。在标准球体上,有两个符合条件的点,本文选择小球上半球的点作为采样点,因为小球下半球的面可以认为是上半球的对称面。

为了得到采样点的坐标,需要将原坐标系转换为标准球体的球心 O 为坐标原点,且 n 轴与 OC 共线, b 轴为纵轴, t 轴为横轴的新坐标系。则可得:

$$\begin{cases} R_c = R \times \sin \alpha_o \\ R_L = R \times \sin \alpha_i \\ C_{center} = (0, 0, R \times \cos \alpha_o) \\ L_{center} = (R \times \cos \alpha_o \times \sin \Delta\theta, 0, R \times \cos \alpha_i \times \cos \Delta\theta) \end{cases} \quad (19)$$

然后,通过将球体方程与投影圆方程联立,得到采样点的坐标:

垂直分辨率。

最后,将坐标系转为 Rusinkiewicz 坐标系^[19],可以实现像素位置与原始六维偏振反射矩阵中每一组 $\theta_i, \theta_o, \varphi_d$ 索引的一一映射,从而得到一个矩阵形式为 $\Psi_d \times \Omega_i \times \Omega_o \times M \times 4 \times 4$ 的六维全向偏振反射矩阵,其中 Ψ_d 为所测 φ_d 的总数, Ω_i 为所测 θ_i 的总数, Ω_o 为所测 θ_o 的总数。该六维全向偏振反射矩阵包括了标准球体样本在 M 个波长下的全角度偏振反射率数据。

通过构建完整的六维全向偏振反射矩阵,可以建立数据驱动模型,并将其导入 Mitsuba 3 中进行偏振特性图像的渲染。同时,将本文构建的 pBRDF 模型以及其他 pBRDF 模型导入 Mitsuba 3,与实验获得的渲染偏振图像进行比较,从而验证所构建 pBRDF 模型的优越性,实验结果的分析将在第 4 章进行展示。

4 实验结果与分析

4.1 几种 pBRDF 模型偏振度对比

为了验证不同 pBRDF 模型在描述材料偏振特性方面的效果,本文对几种 pBRDF 模型在偏振度(Degree of Polarization, DoP)指标上进行了对比分析。分别计算全角度的 K-M 模型^[20]、原始三分量 pBRDF 模型^[9]和改进的高阶镜面反射 pBRDF 模型的 DoP 值,并绘制了 DoP 分布图,以比较不同 pBRDF 模型的效果。

将本文提出的 pBRDF 模型的阶数分别定为二阶和三阶,不同模型得到的仿真结果,如图 7 所示。

图 7 中分别展示了采用 K-M pBRDF 模型、原始三分量 pBRDF 模型以及本文提出的高阶镜面反射(二阶和三阶)pBRDF 模型的 DoP 值分布图。图中显示,最左侧的 K-M 模型图的 DoP 分布图较为分散,当方位角为 180° 且出射天顶角为 90° 时,DoP 值突然变大,不符合渐变规律。第二幅图展示的原始三分量 pBRDF 模型的 DoP 分布,相比于第一幅图更符合逐层递减的衰减过程,DoP 的明亮区域也更加集中。第三和第四幅图展示了本文提出的高阶镜面反射 pBRDF 模型,分别为二阶和三阶反射阶数。由图中可以看出,本文提出的模型的 DoP 明亮区域更加集中,衰减过程也更加平缓。对比第三和第四幅图发现,三阶镜面反射的 DoP 分布图更加集中,衰减规律也更符合实际衰减特性。通过图 7,可以验证本文提出的 pBRDF 模型能够更好地反映材料的偏振特性,尤其是在材料具有复杂纹理表面或者表面不光滑,易发生多重镜面反射的情况下。根据给定的微相位角表达式,可以灵活定义高阶镜面反射的阶数,使得反射过程更符合实际情况,从而更准确地描述材料的偏振特性。

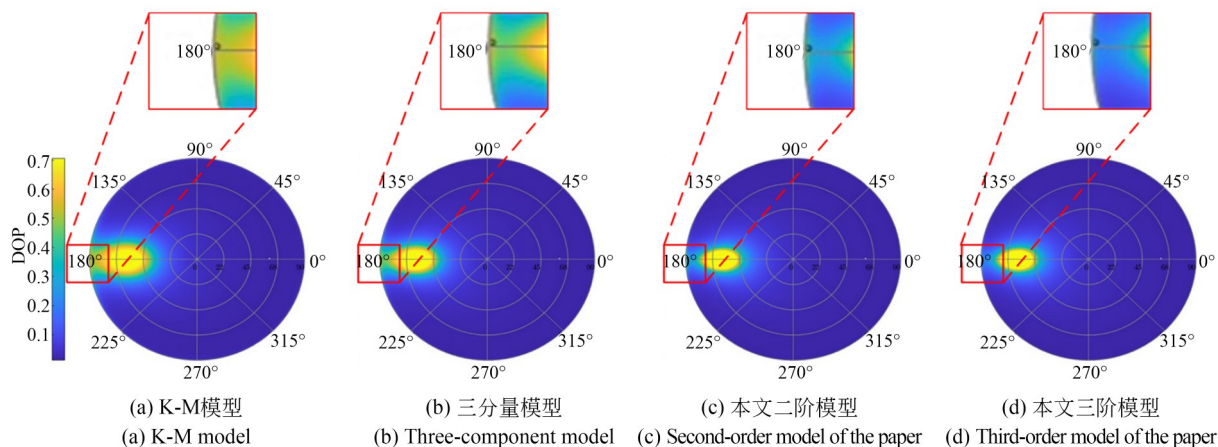


图 7 几种 pBRDF 模型的 DoP 分布图

Fig. 7 DoP distribution of several pBRDF models

另外,选取了四种材料,拟合它们的散射特性,并设置观测角为 60° ,方位角为 180° 。图 8 展示了原始三分量 pBRDF 模型^[9]与本文模型在拟合效果上的比较,并与实际实验测量数据进行了对比。

由图 8 可知,不同材料散射特性变化趋势各

异。与原始三分量 pBRDF 模型相比,本文提出的模型能够更好地拟合数据,偏振度与实际测量结果更为接近。而原始模型在不同入射角下的 DoP 值偏高,与实际测量值的差距较大。仿真结果验证了本文模型在描述材料偏振特性方面的优越性^[21]。

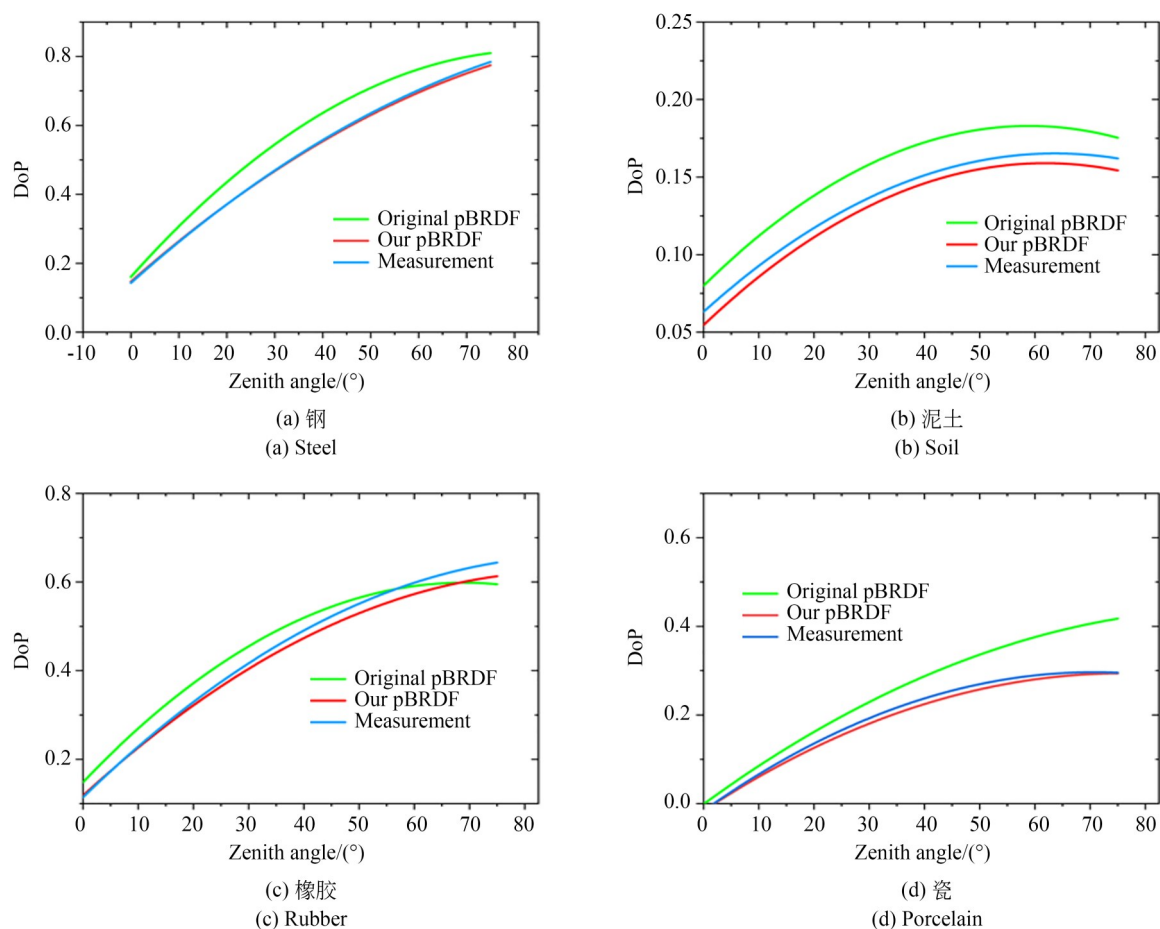


图8 不同入射角下原始模型与本文模型对各材料偏振度的拟合比较图

Fig. 8 Fitting comparison between the original model and the proposed model for the polarization degree of each material at different incidence angles

4.2 偏振特性图像重建

4.2.1 渲染效果对比

由 4.1 节不同 pBRDF 模型的 DoP 分布图中可以看出,原始的三分量 pBRDF 模型^[9]和本文提出的高阶 pBRDF 能够更好地表现材料的偏振特性。为了进一步对比不同 pBRDF 模型对偏振特性的表现能力,进行偏振特性渲染对比实验。设置渲染材料为具有金属涂层的塑料,由于 K-M 模型在仿真 DoP 分布图时表现不佳,仅将原始三分量 pBRDF 模型、所构建的高阶镜面反射 pBRDF 模型(二阶和三阶)导入到 Mitsuba 3 渲染器中进行偏振特性渲染。同时将搭建的偏振反射率采集装置采集的 Mueller 矩阵数据构成的数据驱动模型,导入渲染器,作为对照实验,以验证所提出的模型更能反映材料的偏振特性^[22-23]。

如图 9 所示,前两行为原始三分量 pBRDF 模

型渲染的强度图和 DoP 图,第三、四行为本文提出的高阶镜面反射 pBRDF 模型(二阶)渲染的强度图和 DoP 图,第五、六行为本文提出的高阶镜面反射 pBRDF 模型(三阶)渲染的强度图和 DoP 图,最后两行为偏振特性采集装置采集数据渲染的强度图和 DoP 图。从渲染结果可以得到以下结论:

本文提出模型相较于传统三分量 pBRDF 模型具有更好的性能表现。通过偏振特性采集装置采集数据进行图像渲染的对比验证可以表明,本文模型能够更准确地描述材料表面的偏振特性,其中三阶模型的效果更加优异。

通过对比强度图像,不同粗糙度下的渲染图像具有不同的亮度表现,当材料为低粗糙度时的渲染图像更为明亮。其中,三阶模型渲染的强度图像亮度最高,最接近偏振特性采集装置实际渲

染效果。这表明提高模型阶数一定程度上可以增强对多次镜面反射的描述力。

从不同模型渲染的 DoP 图像来看,本文模型的优势更加明显。其中,三阶模型在材料细节丰富的区域(如福牛模型的面部和腹部)表现为深蓝色且更为明亮,与采集装置的渲染效果最为相似,二阶模型表现为浅蓝色,而传统的三分量 pBRDF 模型则表现为绿色,并且在细节信息较多的区域,这种趋势更加明显(彩图见期刊电子

版)。这一情况表明本文模型对光线发生多次镜面反射的描述更为精确,能够更好地对粗糙表面的光线反射行为进行建模。

实验结果表明,将模型阶数提升,能够更好地描述多次反射行为,二阶模型效果优于传统三分量模型,而三阶模型效果优于二阶模型。这些结论为粗糙材料表面的建模提供了灵感,同时也为高阶反射 pBRDF 模型的研究提供了一个新的思路。

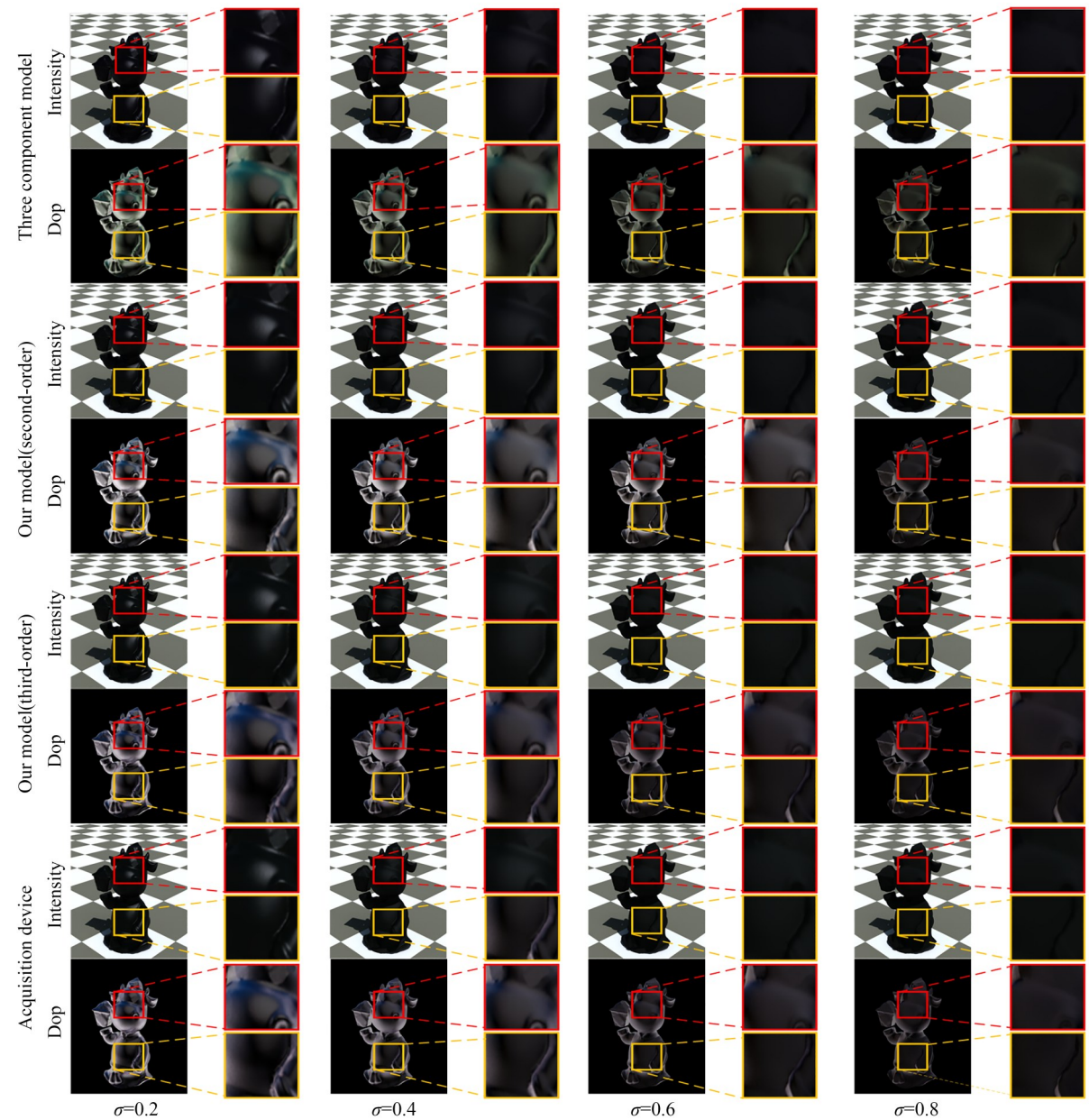


图9 不同模型及偏振特性采集装置在不同粗糙度下的渲染图

Fig. 9 Rendering of different models and polarization characteristic acquisition devices under different roughness

4. 2. 2 指标对比

为了进一步验证本文提出的高阶 pBRDF 模型在渲染效果上的准确性,采用四种图像质量评价指标:峰值信噪比(Peak signal-to-noise ratio, PSNR)和结构相似性(Structural Similarity, SSIM)用于验证模型优势,均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE)和平均梯度(Average Gradient, AG)用于量化渲染质量。具体而

言:PSNR 反映重建图像与参考图像的误差水平;SSIM 评估重建图像与实测图像的结构相似性;RMSE 计算预测值与真实值的平均差异;AG 通过灰度变化率表征图像清晰度,其数值越大表明图像细节更清晰。本文设置渲染过程的 σ 为 0.2,0.4,0.6 和 0.8,分别将不同模型渲染后的强度图和 DoP 图进行上述指标计算操作,验证本文模型渲染效果的真实性。

表 1 结果图像对比指标表
Tab. 1 Comparison indicators of result images

σ	Algorithm	Plastic with a metal coating							
		Intensity				DOP			
		PSNR/%	SSIM	RMSE	AG	PSNR/%	SSIM	RMSE	AG
0.2	Literature [9]	41.56	0.956	0.187	52.154	42.91	0.928	0.264	24.534
	Our second-order model	46.58	0.977	0.163	55.126	47.57	0.967	0.243	28.656
	Our third-order model	48.56	0.980	0.143	55.169	49.37	0.977	0.194	29.215
0.4	Literature [9]	35.59	0.963	0.192	51.157	38.62	0.941	0.281	22.312
	Our second-order model	47.63	0.978	0.175	55.147	49.93	0.965	0.256	27.732
	Our third-order model	49.52	0.981	0.162	55.163	50.06	0.971	0.203	28.146
0.6	Literature [9]	36.97	0.963	0.171	51.413	42.22	0.936	0.243	16.878
	Our second-order model	46.56	0.986	0.156	54.382	48.93	0.979	0.221	23.623
	Our third-order model	47.63	0.976	0.126	54.562	49.31	0.981	0.196	23.955
0.8	Literature [9]	32.65	0.962	0.164	54.173	38.92	0.945	0.181	12.234
	Our second-order model	45.61	0.981	0.153	54.188	47.92	0.986	0.152	13.237
	Our third-order model	46.58	0.991	0.155	54.452	49.17	0.975	0.161	16.566

由表 1 可知,在不同的 σ 条件下,相比于 Hao 提出的三分量 pBRDF 模型^[9],无论是强度图像还是 DoP 图像,本文提出的高阶镜面反射 pBRDF 模型与偏振特性采集装置所测得的数据渲染的偏振特性图像效果更为接近,其中三阶模型普遍比二阶模型表现更出色。这种差异在 DoP 图像更为明显,这表明 DoP 图像能够更好地表现材料的偏振特性,经定量计算,在偏振图像渲染中,PSNR 和 SSIM 平均分别提升 10.09% 和 2.97%。此外,本文模型渲染图像的 RMSE 值更小,表示其预测精度更高;同时平均梯度值更大,说明渲染效果具有更清晰的细节体现,进一步体现模型的精确性。

5 结 论

针对传统 pBRDF 模型不能很好地描述多次镜面反射现象,本文提出了一种基于粗糙表面的高阶镜面反射 pBRDF 模型。该模型通过构建高阶镜面反射项,定义了高阶相位角与一阶相位角的关系,其能够综合考虑多次镜面反射过程中微相位角与几何衰减因子的影响,克服传统 pBRDF 模型只考虑多次反射时几何衰减因子差异的缺陷,从而能够更精确地描述材料的偏振特性。为验证所提模型的有效性,本文设计并搭建了偏振特性采集装置,并根据几何索引算法原理,对计算的 Mueller 矩阵数据进行索引。通过仿真实验,计算不同 pBRDF 模型

全角度的DoP值,并绘制出DoP分布图。结果表明,本文提出pBRDF模型的DoP分布更符合光线的实际反射过程。为了进一步验证模型的准确性,进行了渲染实验,将不同pBRDF模型分别导入Mitsuba 3进行偏振渲染,并以偏振特性采集装置获取的Mueller矩阵数据作为数据驱动模型导入Mitsuba 3作为验证实验。通过对结果的定量分析,本文提出的pBRDF模型能更准确地描述粗糙材料的偏振特性,其中三阶模型的效果普遍优于二阶。在偏振图像渲染中,本文模型具有更小的均方根误差和更大的平均梯度,峰值信噪比和结构相似性平均分别

提升了10.09%和2.97%,能够呈现更加真实的渲染效果。综上所述,本文提出的高阶镜面反射pBRDF模型在材料偏振特性描述方面表现更为优异。

作者贡献声明:

段锦:理论指导、论文修改;
丁华藤:论文构思、论文初稿撰写;
杨嘉豪:数据处理、统计分析;
李冠霖:进行实验、样本采集;
史成旭:内容修订、语言润色;
战俊彤:提供实验设备、技术指导。

参考文献:

- [1] ISLAM N, ISLAM Z, NOOR N. A survey on optical character recognition system [J]. *arXiv pre-print arXiv:1710.05703*, 2017.
- [2] MITHE R, INDALKAR S, DIVEKAR N. Optical character recognition [J]. *International journal of recent technology and engineering (IJRTE)*, 2013, 2(1): 72-75.
- [3] HAMAD K, KAYA M. A detailed analysis of optical character recognition technology [J]. *International Journal of Applied Mathematics, Electronics and Computers*, 2016, 4(Special Issue-1): 244.
- [4] TORRANCE K E, SPARROW E M. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces [J]. *JOSA*, 1967, 57(9): 1105-1114.
- [5] BERGERON R D, COOK R L, TORRANCE K E. A reflectance model for computer graphics [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1982, 1(1): 7-24.
- [6] ABRASHULY A, VALAGIANNOPOULOS C. Limits for absorption and scattering by core-shell nanowires in the visible spectrum [J]. *Physical Review Applied*, 2019, 11(1): 014051.
- [7] PRIEST R G, GERMER T A. Polarimetric brdf in the microfacet model: theory and measurements [C]. *Proceedings of the 2000 Meeting of the Military Sensing Symposia Specialty Group on Passive Sensors. Infrared Information Analysis Center*, 2000:169-81.
- [8] WANG K, ZHU J P, LIU H. Degree of polarization based on the three-component pBRDF model for metallic materials [J]. *Chinese Physics B*, 2017, 26(2): 024210.
- [9] HAO Y F, DUAN J, LIU J, *et al.* Multiple scattering properties based on modified microsurface pBRDF model [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2023, 15(5): 7801308.
- [10] DUMONT M, BRISSAUD O, PICARD G, *et al.* High-accuracy measurements of snow bidirectional reflectance distribution function at visible and NIR wavelengths-comparison with modelling results [J]. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2010, 10(5): 2507-2520.
- [11] DYTISO A, BUSTIN R, POOR H V, *et al.* Analytical properties of generalized Gaussian distributions [J]. *Journal of Statistical Distributions and Applications*, 2018, 5(1): 6.
- [12] SUN L L, TANG S J, ZHAO F. An algorithm of computing 3D geometric attenuation factor [J]. *Optics Express*, 2019, 27(3): 2056-2073.
- [13] HU Q, YANG J H, DUAN J, *et al.* 3D geometric attenuation factor for discrete Gaussian microsurfaces [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2025, 184: 108656.
- [14] AZZAM R A. Stokes-vector and mueller-matrix polarimetry [J]. *Journal of the Optical Society of America A, Optics, Image Science, and Vision*, 2016, 33(7): 1396-1408.
- [15] WANG Y, SU Y Q, SUN X Y, *et al.* Principle and implementation of stokes vector polarization imaging technology [J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(13): 6613.
- [16] SCHAEFER B, COLLETT E, SMYTH R, *et al.* Measuring the stokes polarization parameters [J]. *American Journal of Physics*, 2007, 75(2):

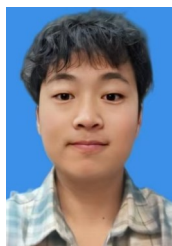
- 163-168.
- [17] JAKOB W, SPEIERER S, ROUSSEL N, *et al.* Mitsuba 3 Renderer[EB/OL]. (2022). <https://mitsuba-renderer.org>.
- [18] BAEK S H, ZELTNER T, KU H J, *et al.* Image-based acquisition and modeling of polarimetric reflectance [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2020, 39(4): 139: 1-139: 14.
- [19] RUSINKIEWICZ S M. *A New Change of Variables for efficient BRDF Representation*[M]. *Rendering Techniques '98*. Vienna: Springer Vienna, 1998: 11-22.
- [20] YANG M, XU W B, SUN Z Y, *et al.* Degree of polarization modeling based on modified microfacet pBRDF model for material surface [J]. *Optics Communications*, 2019, 453: 124390.
- [21] VAN DEVENTER M O, BOOT A J. Polarization properties of stimulated Brillouin scattering in single-mode fibers[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1994, 12(4): 585-590.
- [22] 段锦,方瑞森,陈广秋,等. 基于偏振特征区域分解的耀光抑制方法[J]. *光学精密工程*, 2024, 32(10): 1456-1469.
- DUAN J, FANG R S, CHEN G Q, *et al.* A method for suppressing glare based on polarization feature region decomposition [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(10): 1456-1469. (in Chinese)
- [23] 王稼禹,史浩东,李英超,等. 双编码快照式光谱偏振成像系统偏振优化方法[J]. *光学精密工程*, 2023, 31(22): 3256-3265.
- WANG J Y, SHI H D, LI Y C, *et al.* Research on polarization optimization of dual-coded spectro-polarimeter [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(22): 3256-3265. (in Chinese)

作者简介:



段 锦(1971—),男,吉林长春人,博士生导师,2004年于吉林大学获得博士学位,主要从事偏振成像探测、图像处理与模式识别、数字光学环境仿真研究。E-mail:duanjin@vip.sina.com

作者简介:



丁华藤(1999—),山东威海人,硕士研究生,2023年于山东第一医科大学获得学士学位,主要从事偏振图像处理及偏振特性分析研究。E-mail:1583554486@qq.com