

文章编号 1004-924X(2025)16-2552-13

顾及多尺度深度误差的 3D 手眼标定方法

江以恒, 李佳田*, 刘佳音, 何 烽, 张 鹏

(昆明理工大学 国土资源工程学院, 云南 昆明 650093)

摘要:点云传感器通常带有深度误差, 现有手眼标定方法较少顾及这一因素, 导致手眼矩阵在不同尺度下存在适用性问题。提出一种基于交替最小二乘优化的高精度手眼标定方法。首先, 通过拟合标定板平面与体素均匀降采样, 对近、中、远三种尺度的点云数据进行预处理, 统一不同尺度下标定板点云的密度; 其次, 使用 GICP (Generalized-ICP) 算法得到点云的配准矩阵, 并求解各尺度手眼矩阵的初值, 交替固定一个尺度的手眼矩阵, 构建旋转平移误差的最小二乘问题优化其余尺度配准参数; 最后, 基于优化后的各尺度配准矩阵重新进行 Tsai-Lenz 方法标定, 得到补偿深度误差的手眼矩阵。对比实验结果表明: 本文方法旋转矩阵的平均误差为 0.1448° , 平移向量的平均误差为 0.6335 mm , 应用手眼矩阵的点云配准均方根误差为 0.2769 mm 。相较标定球方法近焦距离的点云配准误差平均降低 19%, 远焦距离的点云配准误差平均降低 16%。本文方法可有效降低深度误差对标定精度的影响, 提高适用性。

关键词:深度误差; 手眼标定; 结构光; 点云配准

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20253316.2552

CSTR: 32169.14.OPE.20253316.2552

3D hand-eye calibration method considering multi-scale depth errors

JIANG Yiheng, LI Jiatian*, LIU Jiayin, HE Feng, ZHANG Peng

(Faculty of Land Resources Engineering, Kunming University of Science and Technology,
Kunming 650093, China)

* Corresponding author, E-mail: ljtwcx@163.com

Abstract: Point cloud sensors usually have depth errors, and the existing hand-eye calibration methods rarely take this factor into account, which leads to the applicability of hand-eye matrices at different scales. A high-precision hand-eye calibration method based on alternating least squares optimization was proposed. First, by fitting the plane and voxels of the calibration plate to uniformly downsample, the point cloud data of the near, middle and far scales were preprocessed, and the density of the point cloud of the calibration plate at different scales was unified; Secondly, the GICP (Generalized-ICP) algorithm was used to obtain the registration matrix of the point cloud, and the initial value of the hand-eye matrix of each scale was solved, the hand-eye matrix of one scale was fixed alternately, and the least-squares problem of rotation translation error is constructed to optimize the registration parameters of the remaining scales. Finally, the Tsai-Lenz method was recalibrated based on the optimized registration matrix of each scale, and

收稿日期: 2025-02-21; 修订日期: 2025-04-18.

基金项目: 国家自然科学基金地区项目 (No. 41561082)

the hand-eye matrix to compensate for the depth error was obtained. The comparative experimental results show that the average error of the rotation matrix is 0.1448° , the average error of the translation vector is 0.6335 mm , and the root mean square error of the point cloud registration using the hand-eye matrix is 0.2769 mm . Compared with the calibration ball method, the point cloud registration error of the near focus distance is reduced by 19% on average, and the point cloud registration error of the far focus distance is reduced by 16% on average. The method in this paper can effectively reduce the influence of depth error on calibration accuracy and improve applicability.

Key words: depth error; hand-eye calibration; structured light; point cloud registration

1 引言

在计算机视觉和机器人领域,手眼标定对于提高自动化有重要意义^[1-3]。Tsai等^[4]和Shiu等^[5]提出手眼标定问题,并提出了基于轴角变换的手眼标定闭环线性解法,作为手眼标定研究的基础数学模型。在机器人与视觉系统配合的常规场景中,手眼标定通常依赖于精确的标定对象和多个机器人位姿,通过视觉传感器拍摄空间中特定标定物,获取不同角度下传感器坐标系与机械臂末端坐标系之间的位姿关系求解手眼矩阵。

目前,手眼标定方法可依据不同视觉传感器分为 2D 图像和 3D 点云两种类型。前者通过移动机器人末端执行器至一系列预设的已知位置,并收集对应的相机图像和机械臂姿态数据,将手眼标定转化为图像特征点提取与优化求解过程^[6-9]。而 2D 传感器仅提供二维数据,因此,计算激光传感器的六自由度位姿需要依赖于多次测量、3D 结构化物体的使用,或两者的结合^[10-11]。3D 点云或深度图像通过目标对象上的三维信息,使用点云配准等方法直接求解 3D 坐标之间的位姿关系来实现手眼标定^[9]。杨等^[12]使用标准球作为标定物体,基于球心约束,通过迭代算法同时得到准确的手眼关系和实际的机器人运动学参数;高等^[13]将圆柱作为标定物,通过改变机器人的姿态对圆柱侧面扫描,以圆柱中轴线为约束建立优化方程,优化求解手眼标定的变换矩阵;Han等^[14]利用高精度 3D 扫描仪直接测量机器人工具法兰上标准化几何特征,提出了一种迭代方法促进点云处理以获得精细校准结果的手眼标定方法;Wang^[15]等利用平面棋盘标定板,通过改变机器人和标定目标的姿态,同一组图像同时标定相机、结构光平面和手眼参数,简单高效地求解手眼

矩阵;Yang等^[16]提出了一种基于组合优化的手眼标定方法,通过选择不同姿态下的标准球体扫描数据,计算多个变换矩阵并拟合得到最佳手眼变换矩阵,从而减少随机误差的影响。该类方法通过标定物的几何不变量建立约束,提升了标定精度与鲁棒性,但依赖外部高精度标定物体作为几何基准以及复杂的特征提取算法^[17]。

另一方面,手眼标定的精度与三维传感技术密切相关。3D 数据获取方法包括光度立体视觉(Photometric Stereo, PS)^[18]、运动恢复结构(Structure From Motion, SfM)^[19]等被动视觉方法,成本较低,可操作性强,但依赖环境纹理且易受光照干扰;主动视觉方法以条纹投影轮廓术(Fringe Projection Profilometry, FPP)^[20]为代表,通过相位解析编码光栅可实现微米精度的三维测量。FPP 技术根据相位解码策略不同,先后发展出多种技术路径,包括基于单幅图像实现快速测量的傅里叶变换轮廓术(Fourier Transform Profilometry, FTP)^[21]、以及通过多幅相移图像提升测量精度的相移轮廓术(Phase-Shifting Profilometry, PSP)^[22],其中相位测量轮廓术(Phase Measuring Profilometry, PMP)^[23]是 PSP 典型实现形式。为提升系统鲁棒性,进一步提出基于几何视差的相位差轮廓术(Phase Differencing Profilometry, PDP)及其拓展形式动态相位差轮廓术(Dynamic Phase Differencing Profilometry, DPDP)^[24];此外,莫尔轮廓术(Moiré Profilometry, MP)^[25]与其拓展计算莫尔轮廓术(Computer-generated Moiré profilometry, CGMP)^[26]适用于大尺度测量场景,而调制度测量轮廓术(Modulation Measuring Profilometry, MMP)^[27]则面向高反差或反光表面优化条纹调制度分析。该类技术拥有较高的测量精度和较强的抗干扰能力,但也存

在着深度误差随距离非线性增长的缺陷。

在传感器采集物体三维数据的过程中,测量误差是视距误差、传感器固有误差与被测物体相互作用的结果^[28]。其中深度误差会随着基线距离、视角变化和噪声干扰而显著增大,这种忽视可导致手眼矩阵在近距离和远距离场景中的精度不一致。现有 3D 手眼标定方法在几何关系和数学模型方面已较为成熟,但较少顾及这一因素造成的影响,导致手眼矩阵在不同尺度下的适用性受限。为此,本文提出一种交替最小二乘优化方法,交替固定单一尺度的手眼矩阵,利用最小二乘优化其余尺度的配准矩阵,逐步减小不同尺度下的标定误差。最终,基于优化后的各尺度配准矩阵及其对应的机械臂变换矩阵重新进行标定,得到有效补偿深度误差的手眼矩阵。为验证该方法的优点,分别通过标定板^[15]、标准球^[12]方式进行对比实验,以重建后球心偏差、点云的均方根误差、平面法向夹角作为手眼标定的精度评价标准。

2 交替最小二乘优化方法

2.1 手眼矩阵初值标定

根据传感器位置放置的不同,手眼标定分为眼在手上(eye-in-hand)与眼在手外(eye-to-hand)^[29]两种模型。在设计高精度装配操作或视觉引导的焊接任务中,眼在手上模型配置由于其紧凑的机械结构,可以提供更大的工作空间和更灵活的操作模式^[30]以获取更多的点云细节,故本文采用眼在手上模型进行实验。

眼在手上的手眼标定求解的是相机和机械

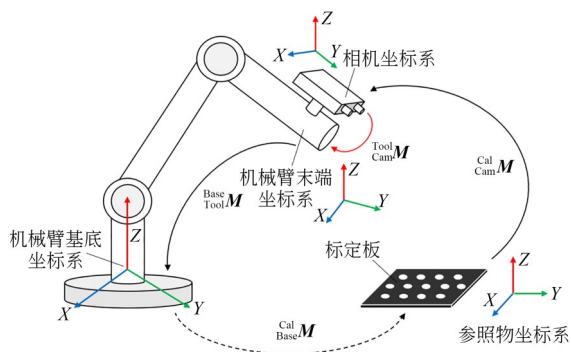


图 1 Eye-in-Hand 眼在手上标定示意图

Fig. 1 Schematic diagram of Eye-in-Hand calibration

臂末端工具的姿态变换关系,表示为:

$${}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M = {}^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} M {}^{\text{Cal}}_{\text{Base}} M {}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M, \quad (1)$$

式中:

$${}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M = \begin{bmatrix} R^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} & t^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} M = \begin{bmatrix} R^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} & t^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$${}^{\text{Cal}}_{\text{Base}} M = \begin{bmatrix} R^{\text{Cal}}_{\text{Base}} & t^{\text{Cal}}_{\text{Base}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M = \begin{bmatrix} R^{\text{Base}}_{\text{Tool}} & t^{\text{Base}}_{\text{Tool}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中: ${}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M$ 为机械臂末端到相机的位姿变换矩阵,及待求解的 4×4 齐次手眼矩阵, $R^{\text{Cam}}_{\text{Tool}}$ 为机械臂末端到相机的旋转矩阵, $t^{\text{Cam}}_{\text{Tool}}$ 为机械臂末端到相机的平移向量;同理, ${}^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} M$ 为相机到标定物的位姿变换矩阵; ${}^{\text{Cal}}_{\text{Base}} M$ 为机械臂基底到目标物的位姿变换矩阵; ${}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M$ 为机械臂末端到机械臂基底的位姿变换矩阵; ${}^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} M$ 可通过拍摄标定板二维图片并基于相机的内参和畸变系数直接获得; ${}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M$ 可通过示教器直接获得机械臂末端位姿; ${}^{\text{Cal}}_{\text{Base}} M$ 由于标定板相对机械臂基底固定不动,所以对每组图片该变换阵固定,取两组不同的位姿,可得到两个联立等式:

$${}^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} M_1^{-1} {}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M_1 {}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M_1^{-1} = {}^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} M_2^{-1} {}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M_2 {}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M_2^{-1}. \quad (3)$$

对于 n 张图片,可建立 $AX=XB$ 方程:

$$\left({}^{\text{Cam}}_{\text{Cal}} M_n {}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M_n^{-1} \right) {}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M = {}^{\text{Cam}}_{\text{Tool}} M \left({}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M_n^{-1} {}^{\text{Base}}_{\text{Tool}} M_{n-1} \right). \quad (4)$$

A 表示两个相机坐标系之间的空间变换矩阵,其通过配准在两种不同相机姿态下获取的点云数据计算得到。本文使用结构光相机获取各个姿态下标定板的点云信息,使用 GICP 方法进行点云配准。GICP 考虑每个点的局部特征,构造局部平面,用马氏距离替代欧式距离描述局部平面之间的差距,整合了点对点的 ICP 和点对面的 ICP 算法^[31]。 B 表示两个机械臂坐标系之间的空间变换矩阵,其通过读取机械臂示教器中的数据并进行转换计算后得到。由以上公式可知,至少两组拍摄数据可求得唯一解 X ,但在实际应用中,为了提高求解的精度和稳健性,通常需要多组数据来减少噪声、误差等不稳定性等因素,因此实验中采集 15 组数据,通过冗余的数据点来降低噪声和误差的影响,从而获得 X 的精确解。

将旋转矩阵 A 和 B 转化为罗德里格斯参数形式旋转向量并归一化:

$$N_a = \frac{r_a}{\|r_a\|_2}, N_b = \frac{r_b}{\|r_b\|_2}, \quad (5)$$

其中: r_a, r_b 分别为机械臂与相机的旋转向量, $\|r_a\|_2, \|r_b\|_2$ 为对应罗德里格斯向量的二范数, 用于计算对应的归一化旋转向量 N_a, N_b 。计算修正罗德里格斯参数 p_a, p_b 并求解为初始旋转向量 p'_x :

$$\text{skew}(p_a + p_b)p'_x = p_b - p_a, \quad (6)$$

式中:

$$\begin{cases} p_a = 2\sin \frac{\|r_a\|_2}{2} N_a \\ p_b = 2\sin \frac{\|r_b\|_2}{2} N_b \end{cases}, \quad (7)$$

其中: p_a 表示第 i 次运动时机械臂的相对旋转的轴角参数, p_b 表示第 i 次时运动相机的相对旋转的轴角参数, $\text{skew}()$ 表示向量的反对称矩阵。以初始旋转向量 p_x 求解旋转向量 p_x :

$$p_x = \frac{2p'_x}{\sqrt{1 + \|p'_x\|_2^2}}. \quad (8)$$

先求得标定方程解 X 的旋转部分 R_x , 后求得平移部分 T_x , 得到手眼矩阵:

$$R_x = \left(1 - \frac{\|p_x\|_2^2}{2}\right) I + \frac{1}{2} (P_x P_x^T + \sqrt{4 - \|p_x\|_2^2} \text{skew}(p_x)), \quad (9)$$

$$(R_A - I)T_x = R_x T_B - T_A, \quad (10)$$

其中: I 为单位矩阵, T_B 为标定方程中 B 的平移部分; T_A 为标定方程中 A 的平移部分。

最后根据各尺度的机械臂相对位姿与相机相对位姿求解初始手眼矩阵:

$$A_i X = X B_i, \quad (11)$$

其中: A^s, A^m, A^l 为各尺度机械臂变换矩阵, B^s, B^m, B^l 为对应各尺度点云配准矩阵, 根据上式求解各尺度手眼矩阵 X_1, X_2, X_3 , 至此完成手眼矩阵初值的标定。

2.2 交替最小二乘优化配准矩阵

为提升各尺度图像在标定过程中的配准精度, 引入交替最小二乘优化策略, 对初始配准矩阵进行迭代更新和全局一致性优化。

设定配准矩阵 B 的误差函数:

$$E(B) = \sum_{i=1}^n \|A_i X - X B_i\|^2. \quad (12)$$

固定手眼初值 X , 将 $A_i X$ 作为已知的目标变换, $X B_i$ 是优化后的变换结果, 故最小化该误差函数得到的优化问题为:

$$\hat{B}_i = \arg \min_{B_i} E(B_i) = \arg \min_{B_i} \sum_{i=1}^n \|A_i X - X B_i\|^2. \quad (13)$$

以近焦手眼矩阵 X_1 , 将中焦初始配准矩阵 B_i^m 与远焦初始配准矩阵 B_i^l 代入式 (13), 得到近焦手眼矩阵优化后的配准矩阵 $\tilde{B}_i^m, \tilde{B}_i^l$ 。

以中焦手眼矩阵 X_2 , 将近焦初始配准矩阵 B_i^s 与远焦配准矩阵 $\tilde{B}_i^l$ 代入式 (13), 得到中焦手眼矩阵优化后的配准矩阵 $\tilde{B}_i^s, \hat{B}_i^l$ 。

以远焦手眼矩阵 X_3 , 将近焦配准矩阵 $\tilde{B}_i^s$ 与中焦配准矩阵 $\tilde{B}_i^l$ 代入式 (13), 得到远焦手眼矩阵优化后的配准矩阵 $\hat{B}_i^s, \hat{B}_i^l$ 。

至此, 完成通过各尺度手眼矩阵最小二乘优化的配准矩阵 $\hat{B}_i$ 。该优化过程交替迭代直至收敛, 使得三尺度下的配准矩阵在各自手眼矩阵的参考系中均保持最优一致性。几何上, 该方法通过一个尺度的稳定参考, 对其他尺度的配准误差进行矫正, 从而有效提升多尺度点云之间的配准精度。

2.3 融合标定

本文在多尺度优化基础上, 提出融合标定策略, 对多个焦距尺度下得到的优化配准矩阵进行统一求解, 获得最终的手眼矩阵 X_f 。在前一节中基于最小二乘方法对三个尺度优化后的配准矩阵 $\hat{B}_i$, 对应地, 机械臂在三个尺度下的运动也构成三组变换矩阵 A_i , 代入公式 (10), 完成标定:

$$A_i X_f = X_f \hat{B}_i, \quad (14)$$

其中: X_f 为求解的最终手眼矩阵, $A_i = \{A_i^s, A_i^m, A_i^l\}$, $\hat{B}_i = \{\hat{B}_i^s, \hat{B}_i^m, \hat{B}_i^l\} (i=1, 2, \dots, 14)$ 。将上述多个尺度下的等式一并构成约束方程组, 基于旋转矩阵和四元数表示的最小二乘方法 Tsai-Lenz 进行全局优化, 求解出统一的 X_f 。

3 实验与分析

实验设备为 E03-Pro 六轴机械臂、CGB-020 标定板、Mech-Eye NANO ULTRA 超高精度近距离结构光工业 3D 相机; 配置 OpenCV 4.9.0 和 PCL 1.12.1 与集成的 Eigen, FLANN 等第三方库。所使用的 CGB-020 标定板为标定圆数 5×4 的非对称圆点阵标定板, 标定圆间距为 20 mm。

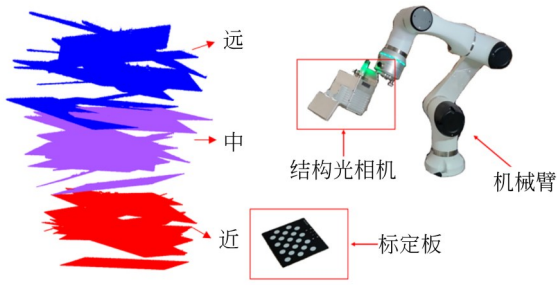


图2 手眼标定实验场景

Fig. 2 Hand-eye calibration experimental scene

3.1 点云预处理

3.1.1 点云平面拟合

采用RANSAC(随机采样一致性)算法对标定板点云进行平面拟合,通过反复从点云中随机选取样本计算平面模型,并根据点到平面的距离

剔除不符合模型的离群点,有效减少噪声和外界光照变化带来的干扰,提升拟合精度,同时修整点云边缘的毛边。

3.1.2 体素均匀降采样

采用体素栅格滤波对三组点云进行降采样,以统一不同尺度(短焦、中焦、远焦)下点云的密度和质量。在保持点云空间分布和局部结构特征的前提下,确保各尺度点云在降采样后具有相近的点云数量,从而在降低配准计算负担的同时,提高不同视角点云的一致性和对齐效果。

如图3所示,近、中、远焦三组点云数量的标准差分别从29.31(万个)、11.62(万个)、8.10(万个)降到了8.56(万个)、3.57(万个)、1.29(万个),表明各组点云数量更加均匀,减少各视角下点云密度不一导致的配准误差与精度评定。

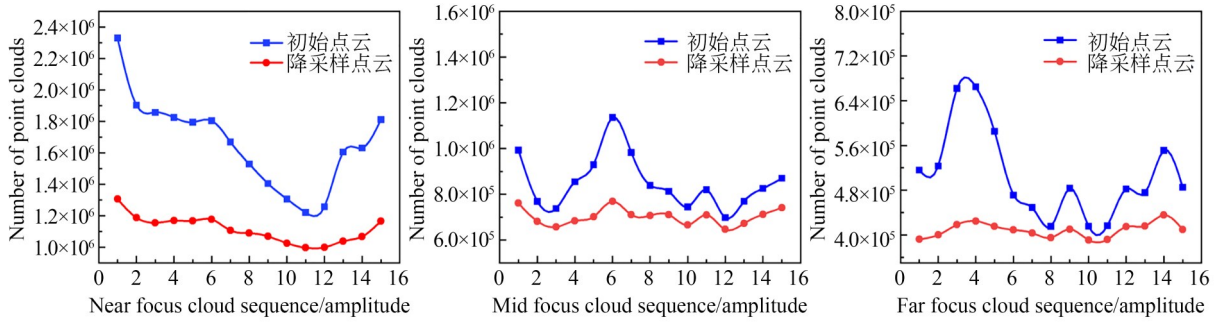


图3 均匀降采样点云数

Fig. 3 Diagram of the number of point clouds uniformly downsampled

3.2 标定实验

使用E03-Pro机械臂搭载的结构光深度相机,选取近焦距的15组位姿对标定板进行拍摄,获得标定板的点云信息;同时记录每个位姿下机械臂末端的位置信息。

使用GICP算法求出第1帧点云到剩余14帧

点云的变换矩阵 $A_n(n=1,2,\dots,14)$:

$$A_n = {}^{\text{Cam}}M_{\text{Cal}} {}^{\text{Cam}}M_1^{-1}. \quad (15)$$

以第1帧点云下的机械臂末端位姿 ${}^{\text{Base}}M_{\text{Tool}}M_1$ 作为目标姿态,求出剩余14组机械臂末端姿态 ${}^{\text{Base}}M_{\text{Tool}}M_n(n=1,2,\dots,14)$ 到目标姿态的变换矩阵 $B_n(n=1,2,\dots,14)$:

$$B_n = {}^{\text{Base}}M_{\text{Tool}}^{-1} {}^{\text{Base}}M_{\text{Tool}}M_n. \quad (16)$$

将14组点云配准矩阵与机械臂末端转换矩阵一一对应,根据公式(3)求得 X_1 ,即近焦手眼矩阵初值:

$$X_1 =$$

$$\begin{bmatrix} -0.9166 & 0.3997 & 0.0057 & 75.2369 \\ -0.3997 & 0.9166 & -0.0134 & -72.7587 \\ 0.0046 & -0.0388 & 0.9999 & 117.0491 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

同理,求解中、远焦手眼矩阵初值 X_2, X_3 :

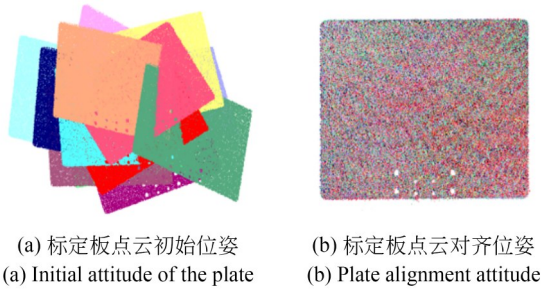


图4 GICP标定板点云配准

Fig. 4 GICP calibration board point cloud registration

$$X_2 = \begin{bmatrix} -0.9170 & 0.3988 & 0.0056 & 75.7001 \\ -0.3988 & -0.9171 & -0.0054 & -73.1455 \\ 0.0027 & -0.0072 & 0.9999 & 119.0989 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} -0.9186 & 0.3950 & -0.0072 & 75.2009 \\ -0.3951 & 0.9186 & 0.0034 & -75.8259 \\ 0.0080 & -0.0003 & 0.9999 & 117.2763 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

通过手眼标定求出的初始矩阵 X_1 , 代入式 (17) 求取标定的旋转平移误差:

$$E_{R,t} = A_i X - X B_i. \quad (17)$$

如表 1 所示, 标定旋转部分的平均误差为 $0.189\ 116^\circ$, 标定平移部分的平均误差为 $0.686\ 247\ \text{mm}$ 。

根据标定的各尺度手眼初值 X_1, X_2, X_3 代入公式 (13), 交替优化各尺度配准矩阵 B^s, B^m, B^l 。优化后近、中、远焦点云配准误差如图 5 所示, 平均点云均方根误差分别为 $0.157\ 3\ \text{mm}$,

表 1 近焦手眼矩阵旋转偏移误差

Tab. 1 Rotation offset error of near-focus hand-eye matrix

组别	旋转误差/ $(^\circ)$	平移误差/mm
1	0.271 964	0.561 867
2	0.226 522	0.485 297
3	0.056 157	0.655 379
4	0.169 585	0.715 179
5	0.124 343	0.638 354
6	0.113 687	0.317 123
7	0.135 967	0.548 882
8	0.213 244	1.208 35
9	0.162 245	0.990 522
10	0.300 494	1.081 92
11	0.306 208	0.417 242
12	0.261 984	0.527 058
13	0.137 437	0.742 476
14	0.167 783	0.717 810

$0.190\ 2\ \text{mm}$ 和 $0.280\ 7\ \text{mm}$, 较优化前分别提升了 10%, 22% 和 23%。

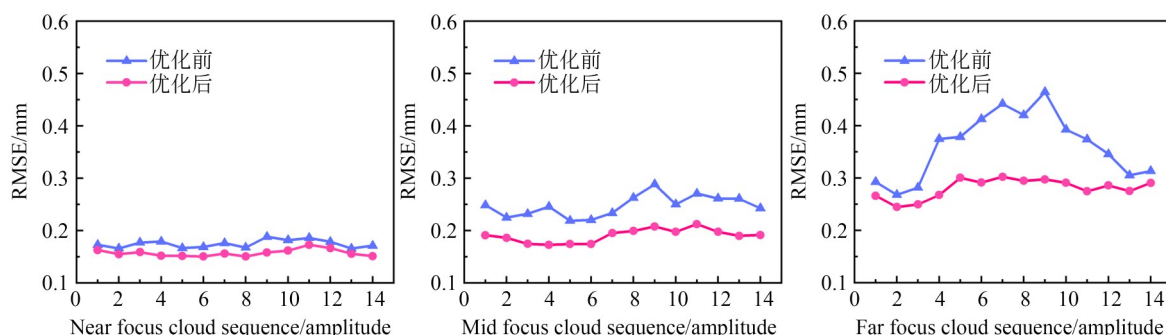


图 5 点云均方根误差

Fig. 5 Root mean square error of the point cloud

优化前通过 GICP 配准方法得到的点云初始对齐对噪声敏感, 且在点云初始位姿变化较大的情况下该算法精度会受到一定影响; 交替最小二乘法结合了全局优化, 通过标定初值逐步各个尺度的点云配准精度, 有效克服了初始 GICP 的局部最优、噪声敏感性问题, 最终的配准结果精度更高, 在不同尺度下具有更强的鲁棒性和一致性。优化后的近、中、远焦手眼标定结果如图 6 所示, 平均旋转误差分别为 $0.119\ 5^\circ$, $0.112\ 6^\circ$ 和 $0.146\ 2^\circ$, 分别提高了 37%, 53% 和 18%; 平均平移误差为 $0.463\ 4\ \text{mm}$, $0.488\ 7\ \text{mm}$ 和 $1.079\ 9$

mm , 分别提高了 33%, 47% 和 28%。

通过交替最小二乘优化后的近、中、远焦三组配准矩阵及对应的机械臂变换矩阵代入公式 (14), 得到最终的手眼矩阵 X_f :

$$X_f = \begin{bmatrix} -0.9168 & 0.3992 & 0.0057 & 76.1469 \\ -0.3992 & 0.9169 & 0.0008 & -73.8721 \\ 0.0054 & -0.0015 & 0.9999 & 117.1386 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

最终将融合手眼矩阵 X_f 代入公式 (18), 求解

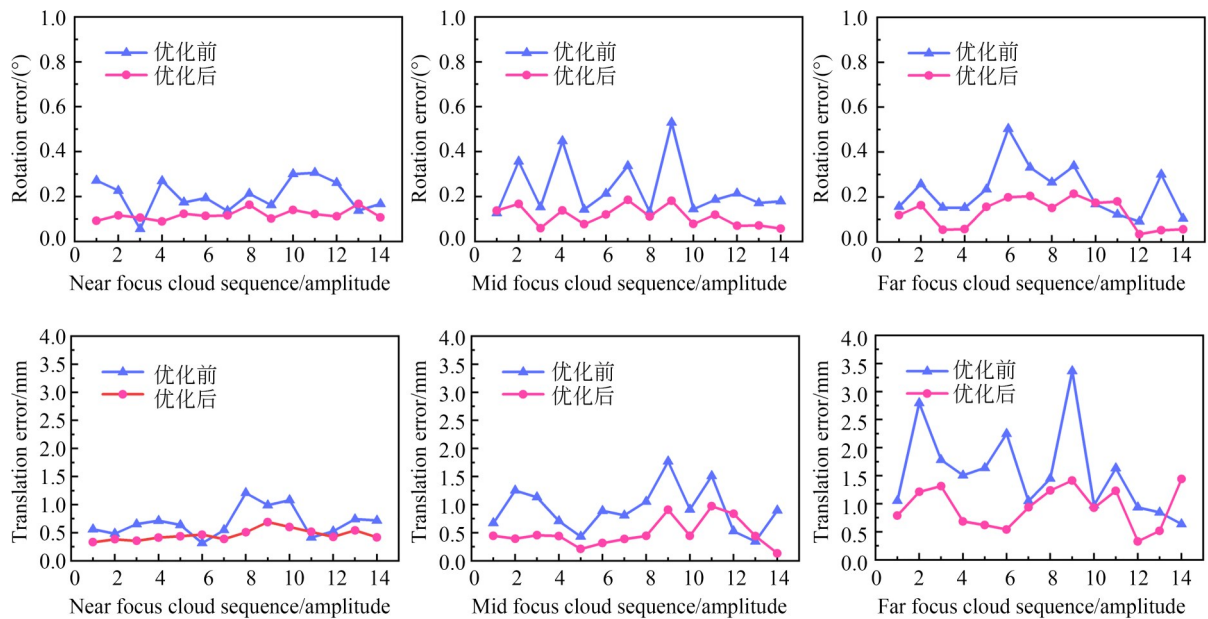


图6 手眼矩阵旋转平移误差
Fig. 6 Rotation and translation error

表 2 各尺度手眼矩阵旋转偏移误差

Tab. 2 Rotation offset error of the hand-eye matrix at each scale

标定场景	优化前旋转误差/(°)	优化前平移误差/mm	优化后旋转误差/(°)	优化后平移误差/mm
近焦标定	0.189 116	0.686 247	0.119 517	0.463 386
中焦标定	0.238 121	0.923 366	0.112 610	0.488 676
远焦标定	0.246 233	1.509 148	0.146 232	1.079 330
交替最小二乘			0.144 811	0.633 462

的平均旋转平移误差如表 2 所示,相较融合前不同尺度的标定精度均有较好的提升。

从表 2 可以看出,本文方法在近焦、中焦和远焦三个尺度下,经过交替最小二乘优化后,旋转误差优化效果较为稳定,优化幅度约为 35%~50%;而平移误差的改善更为明显,最大降幅超过 40%。此外,通过交替最小二乘融合三个尺度后最终优化得到的结果,其旋转误差为 0.145°,平移误差为约 0.633 mm,位于三个尺度之间,体现了融合策略在保持多尺度一致性的同时,有效缓解了单尺度误差波动的问题,进一步提升了标定的稳定性和精度。交替最小二乘优化方法充分利用了不同尺度下的配准信息,通过在各尺度间交替迭代,有效避免了单一初始估计可能陷入的局部最优问题。

3.3 稳定性分析

3.3.1 噪声扰动分析

为验证方法在不同噪声水平下的稳定性,同时在相机变换矩阵与机械臂位姿变换矩阵上添加不同水平的噪声,以评估手眼矩阵在噪声干扰下的解算表现。设置三组噪声等级,对每组噪声水平下的方法输出结果与无噪声结果作差,计算旋转误差 E_R :

$$E_R = \cos^{-1} \left(\frac{T_r(R_{\text{ref}}^T R)}{2} - 0.5 \right). \quad (19)$$

计算平移误差 E_t :

$$E_t = \|t - t_{\text{ref}}\|, \quad (20)$$

其中: $R_{\text{ref}}, t_{\text{ref}}$ 为无噪声下的旋转矩阵与平移向量, R, t 为当前带噪声数据计算得到的旋转矩阵与平移向量。分别使用 Tsai^[4], Danliilidis^[32] 手眼标定

方法与本文方法计算手眼矩阵,每组噪声情况重复计算 10 次,取误差均值±标准差作为评价标准,实验结果如表 3 所示。

从表 3 可以看出,本文方法与 Tsai,Daniilidis 方法的手眼标定精度同噪声水平成正比关系,但整体上本文方法所得平均误差均低于对比方法,说明添加噪声后本文方法在标定精度上的稳定性表现更好。

表 3 不同噪声水平下的方法对比

Tab. 3 Rotation offset error of the hand-eye matrix at each scale

噪声等级 (旋转/平移)	旋转误差/(°)			平移误差/mm		
	本文方法	Tsai	Daniilidis	本文方法	Tsai	Daniilidis
0.5°/0.5 mm	0.12±0.03	0.20±0.11	0.15±0.08	0.59±0.25	0.87±0.72	0.85±0.62
1.0°/1.0 mm	0.15±0.07	0.42±0.15	0.47±0.13	0.66±0.31	2.27±1.39	2.03±1.01
2.0°/2.0 mm	0.17±0.11	0.46±0.18	0.61±0.16	0.71±0.55	3.17±1.92	3.48±1.66

具体来说,在噪声较小时三者性能相近,而随着噪声增大,本文方法的误差增幅小于其他两种方法,表现出更好的鲁棒性。Tsai 方法先解旋转再解平移,误差易在转换中放大;Daniilidis 方法依赖位姿精度构建四元数约束,一旦输入数据带噪,旋转或平移都易偏离;而本文方法每次迭代都同时优化旋转和平移,误差不会单方向积累,并且可在多尺度下逐步逼近最优解,从而有效抑制输入数据中的噪声与扰动。故在加入机械臂位姿扰动或相机配准噪声的情况下,本文方法能更稳定地恢复真实的手眼变换矩阵,表现出更好的鲁棒性。

3.3.2 不同机械臂位姿下的稳定性验证

验证本实验在不同机械臂位姿下的稳定

性,选取 20 组不同的机械臂位姿,控制机械臂在不同角度和工作空间范围内运动,分别使用 Tsai,Danliilidis、标定板、标准球手眼标定方法计算不同位姿下的手眼矩阵。为量化不同方法在不同位姿下的稳定性,分别计算各方法手眼矩阵的旋转误差与平移误差,绘制误差分布图。

实验结果如图 7 所示,本文方法在平移误差方面表现出更优的性能,其均值和标准差均小于其他手眼标定方法。本文方法通过交替最小二乘优化,使不同尺度的手眼矩阵相互约束,并在优化过程中对旋转与平移进行联合优化,使得平移部分的解更平稳。Tsai 方法因先解旋转再求平移,旋转矩阵存在微小误差,平

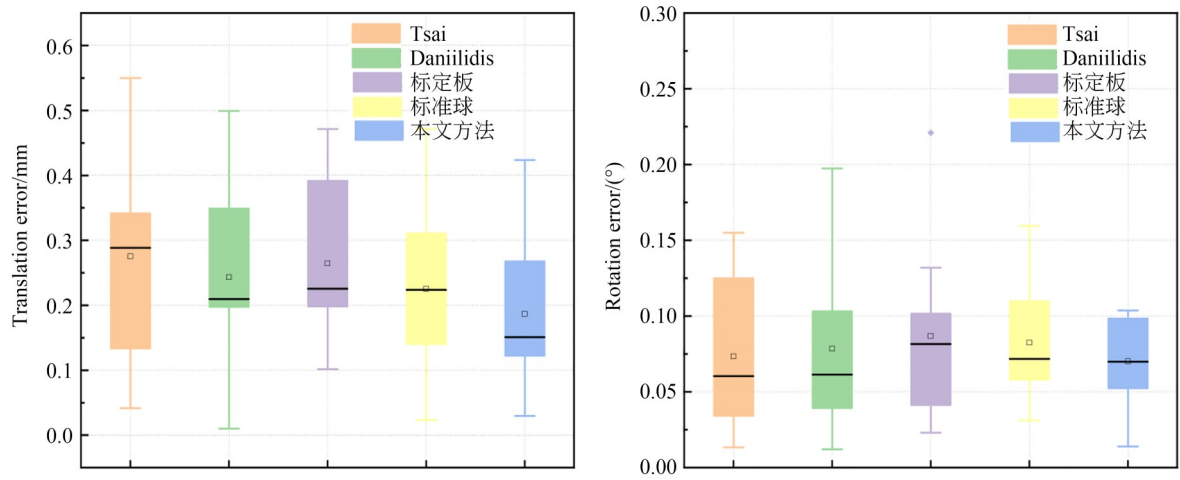


图 7 稳定性分析

Fig. 7 Stability analysis diagram

移误差会被放大;Daniilidis 方法采用代数优化求解,精度依赖于位姿数据的准确性,平移误差表现较好;标定板方法依赖于特征点检测的精度,深度误差会导致平移计算产生偏差,标准球方法依赖于球心的拟合,导致平移部分的误差在不同角度下难以精确控制。而在旋转误差方面,本文方法误差均值和标准差与其他方法差距不显著,Tsai 和 Daniilidis 方法能够通过闭式解或迭代优化方式保证较好的旋转精度,而标定板和标准球方法由于目标特征点较为精确,计算得到的旋转矩阵在多个实验中的波动较小。本文方法采用交替最小二乘优化策略,通过多尺度点云优化旋转矩阵,使得最终的旋转误差与其他方法相近。表明本文方法在机械臂不同工作空间与不同角度范围求解的手眼矩阵有着较好的稳定性。

3.4 对比分析

3.4.1 重投影误差分析

从不同相机坐标系下拍摄 20 组标定板的点云,以第一张标定板点云为基准,利用手眼标定矩阵将其余标定板点云转换到基准坐标系中,再通过相机内参投影回二维图像并提取圆心特征点,计算其重投影误差以验证精度,对比结果如图 8 所示。

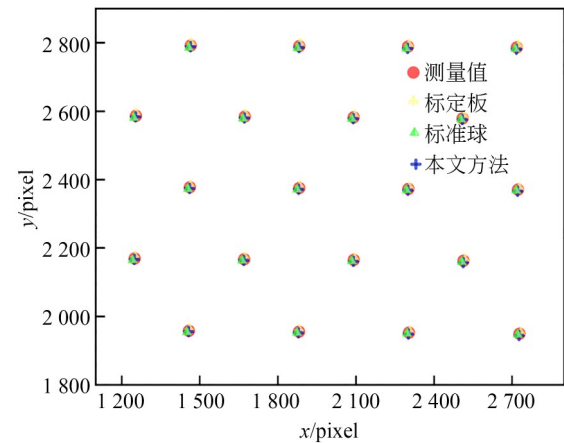


图 8 像平面重投影图

Fig. 8 Image plane reprojection diagram

由图 8 可知,标定板方法与标准球方法平均重投影误差分别为 1.04 pixels,0.68 pixels,本文方法与测量值相近,平均重投影误差为 0.22 pix-



(a) 标定板重建 (b) 标准球重建
(a) Calibration plate reconstruction (b) Standard ball reconstruction

图 9 重建场景图

Fig. 9 Reconstruct the scene graph

els。标定板方法依赖于点云密度、分辨率影响,且初始位姿估计不准确,噪声和误差会在多个变换之间累积,使得重投影误差更大;标准球方法特征点为拟合球心,而球的表面曲率一致易导致球心提取存在一定模糊性,引入小范围误差。而本文方法通过标定初值优化旋转矩阵与平移向量,有效减少累计误差以及点云数据影响,重投影的像素更接近测量值。

3.4.2 点云重建分析

通过本文方法与标定板方法、标准球方法进行近、远尺度的标定板与标准球点云重建实验。

带动结构光传感器在两个尺度下分别拍摄 10 组标定板与标准球点云,通过各方法求得的手眼矩阵将相机坐标系下的点云还原到机械臂基底坐标系下,以标定板点云均方根误差、标定板平面法向量夹角及标准球的中心点偏差作为评价指标,分析近、远尺度下标定精度的保持情况,对比结果如图 10 所示。

由图 10 可知,本文方法在近、远焦距离重建的平均球心偏差分别为 0.522 2 mm 和 2.031 9 mm,平均点云均方根误差分别为 0.276 9 mm 和 0.598 5 mm,平均平面法向夹角分别为 0.064 2° 和 0.319 5°。标定板方法由于缺少初始对齐且受限于点云数据质量,累积误差导致球心偏差增加。并且标定板方法可能在配准时陷入局部最优解,导致手眼矩阵在某些角度的重建精度较高,而在其他角度重建精度较低,重建的稳定性不高;标准球方法虽然对球体重建有一定的优势,但其对平面几何特征和旋转矩阵的优化较弱,且在球体的遮挡与点云分布不均匀时,标定时拟合球心精度的下降直接影响标定精度,导致平面重建误差较大;本文方法能在手眼标定时精确优化旋转矩阵,使得重建的平面法向方向更接

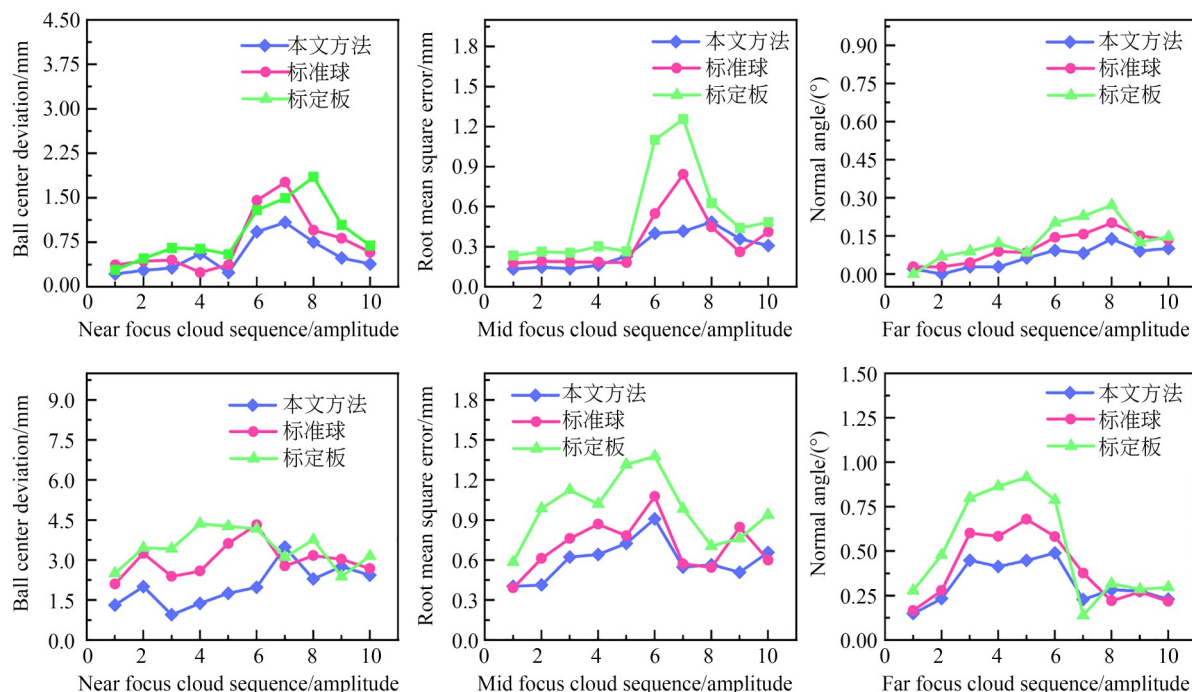


图 10 不同方法对比结果图

Fig. 10 Comparison of results between different methods

近真实值, 夹角误差最小。即使存在噪声, 交替最小二乘法的迭代优化能有效减少配准误差。此外, 标准球与标定板方法的拟合球心偏差、点云均方根误差与平面法向夹角受相机拍摄距离影响较大。当相机拍摄距离增大时, 深度误差造成的旋转平移误差被放大, 球体与标定板重建的表现相应较差。而通过本文方法融合多个尺度求解的手眼矩阵, 在拍摄距离增大时手眼矩阵也能很好地补偿深度误差, 保持较好的重建精度。

为进一步验证标定方法在具体三维重建任务中的有效性, 选取形状结构复杂的石膏像作为实验对象, 开展激光扫描重建实验。通过结构光相机扫描的三帧原始点云, 再以各方法获取的手眼矩阵进行点云的还原拼接。重建结果对比可以如图 11 所示, 本文方法能够有效减少边缘区域的偏移, 更精确地重建复杂物体的三维几何结构, 验证了该方法的有效性和实际应用价值。

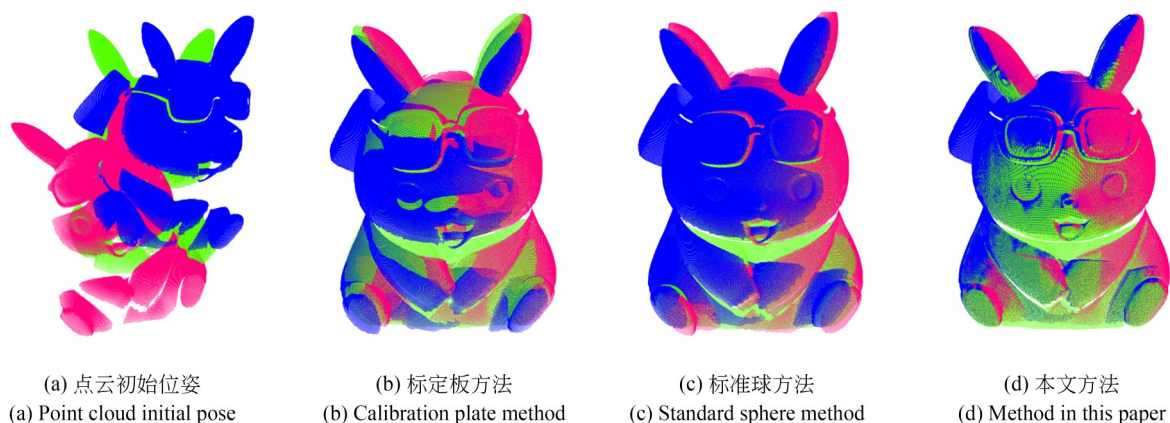


图 11 石膏点云重建图

Fig. 11 Gypsum point cloud reconstruction

4 结 论

本文提出一种基于交替最小二乘优化的手眼标定方法,通过各尺度手眼矩阵的标定初值,交替优化并融合近、中、远焦手眼矩阵。经对比实验验证,本文方法旋转矩阵的平均误差为 0.1448° ,平移向量的平均误差为 0.6335 mm ,应用手眼矩阵的点云配准均方根误差为 0.2769 mm ,在近、远焦距下的重建效果均表现出较高的精度和鲁棒性,在较大拍摄距离下能够有效补偿由深度误差引起的旋转和平移误差,从而提升三维重建的稳定性,在复杂物体的重建任务中具备一定的实用价值。本文方法不仅提高了标定精度,其交替优化机制在多尺度数据条件下展现了

更强的适应性和稳定性。未来的研究可以进一步优化标定算法,扩展其在动态环境中的应用,以进一步提升机器人视觉系统的操作精度和智能化水平。

作者贡献声明:

江以恒:论文构思,初稿撰写,实验设计与验证,可视化;

李佳田:研究概念生成,论文构思,论文审阅与修订;

刘佳音:论文审阅与修订,提供资源支持;

何烽:实际调查研究,实验数据分析;

张鹏:实验设计与验证,实验数据采集,数据整理与管理。

参考文献:

- [1] 刘昶, 罗寅, 曲广宇. 应用垂直角特征的机器人与 2D 激光雷达手眼标定[J]. 光学 精密工程, 2024, 32(22): 3336-3347.
LIU C, LUO Y, QU G Y. Hand-eye calibration between robot and 2D LiDAR using orthogonal corner feature[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(22): 3336-3347. (in Chinese)
- [2] LÜ X Q, XIE C Z, HE X H, *et al.* Automatic recognition of multiple weld types based on structured light vision sensor using deep transfer learning[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(7): 7142-7152.
- [3] LIANG J X, YE Y P, WU D, *et al.* High-efficiency automated triaxial robot grasping system for motor rotors using 3D structured light sensor[J]. *Machine Vision and Applications*, 2024, 35(6): 132.
- [4] TSAI R Y, LENZ R K. A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, 5(3): 345-358.
- [5] SHIU Y C, AHMAD S. Calibration of wrist-mounted robotic sensors by solving homogeneous transform equations of the form $AX=XB$ [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, 5(1): 16-29.
- [6] CHEN L, ZHONG G W, WAN Z H, *et al.* A novel binocular vision-robot hand-eye calibration method using dual nonlinear optimization and sample screening[J]. *Mechatronics*, 2023, 96: 103083.
- [7] LEE K H, KIM H S, LEE S J, *et al.* High precision hand-eye self-calibration for industrial robots[C]. 2018 *International Conference on Electronics, Information, and Communication (ICEIC)*. January 24-27, 2018, Honolulu, HI, USA. IEEE, 2018: 1-2.
- [8] 丁翠. 基于相机与手眼标定的机械手移栽引导算法[J]. 控制工程, 2018, 25(12): 2171-2176.
DING C. Mechanical loading system based on camera calibration and hand-eye calibration[J]. *Control Engineering of China*, 2018, 25(12): 2171-2176. (in Chinese)
- [9] CARLSON F B, JOHANSSON R, ROBERTSON A. Six DOF eye-to-hand calibration from 2d measurements using planar constraints[C]. 2015 *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. September 28 - October 2, 2015, Hamburg, Germany. IEEE, 2015: 3628-3632.
- [10] SHARIFZADEH S, BIRO I, KINNELL P. Robust hand-eye calibration of 2D laser sensors using a single-plane calibration artefact[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2020, 61: 101823.
- [11] LI L H, YANG X Y, WANG R W, *et al.* Auto-

- matic robot hand-eye calibration enabled by learning-based 3D vision[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2024, 110(3): 130.
- [12] 杨守瑞,尹仕斌,任永杰,等. 机器人柔性视觉测量系统标定方法的改进[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(12): 3239-3246.
- YANG S R, YIN S B, REN Y J, *et al.* Improvement of calibration method for robotic flexible visual measurement systems [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(12): 3239-3246. (in Chinese)
- [13] 高金锋,梁冬泰,陈叶凯. 基于标准圆柱的线激光轮廓扫描机器人手眼标定方法[J]. *机器人*, 2022, 44(3): 321-332.
- GAO J F, LIANG D T, CHEN Y K. A hand-eye calibration method of line laser profile scanning robot based on standard cylinder[J]. *Robot*, 2022, 44(3): 321-332. (in Chinese)
- [14] HAN X D, GUO N, JIE Y, *et al.* On flange-based 3D hand-eye calibration for soft robotic tactile welding [J]. *Measurement*, 2024, 238: 115376.
- [15] WANG Z, FAN J F, JING F S, *et al.* An efficient calibration method of line structured light vision sensor in robotic eye-in-hand system [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(11): 6200-6208.
- [16] AN Y, WANG X C, ZHU X X, *et al.* Application of combinatorial optimization algorithm in industrial robot hand eye calibration [J]. *Measurement*, 2022, 202: 111815.
- [17] WAN F, SONG C. Flange-Based Hand-Eye Calibration Using a 3D Camera With High Resolution, Accuracy, and Frame Rate [J/OL]. *Frontiers in Robotics and AI*, 2020, 7[2025-09-27].
- [18] WOODHAM R J. Photometric method for determining surface orientation from multiple images [J]. *Optical Engineering*, 1980, 19(1): 139-144.
- [19] WU C C. Towards linear-time incremental structure from motion [C]. 2013 *International Conference on 3D Vision - 3DV 2013. June 29 - July 1, 2013, Seattle, WA, USA*. IEEE, 2013: 127-134.
- [20] 殷永凯,张宗华,刘晓利,等. 条纹投影轮廓术系统模型与标定综述[J]. *红外与激光工程*, 2020, 49(3): 127-144.
- YIN Y K, ZHANG Z H, LIU X L, *et al.* Review of the system model and calibration for fringe projection profilometry [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(3): 127-144. (in Chinese)
- [21] SU X Y, CHEN W J. Fourier transform profilometry: [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2001, 35(5): 263-284.
- [22] HUANG P S, ZHANG S. Fast three-step phase-shifting algorithm [J]. *Applied Optics*, 2006, 45(21): 5086-5091.
- [23] WU H T, CAO Y P, AN H H, *et al.* Ultrafast spatial phase unwrapping algorithm with accurately correcting transient phase error [J]. *Optics Letters*, 2021, 46(24): 6091-6094.
- [24] WEI Z M, CAO Y P, WU H T, *et al.* Dynamic phase-differencing profilometry with number-theoretical phase unwrapping and interleaved projection [J]. *Optics Express*, 2024, 32(11): 19578-19593.
- [25] MEADOWS D M, JOHNSON W O, ALLEN J B. Generation of surface contours by moiré patterns [J]. *Applied Optics*, 1970, 9(4): 942-947.
- [26] LI C M, CAO Y P, CHEN C, *et al.* Computer-generated moiré profilometry [J]. *Optics Express*, 2017, 25(22): 26815-26824.
- [27] LU M T, SU X Y, CAO Y P, *et al.* 3D shape reconstruction algorithms for modulation measuring profilometry with synchronous scanning [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(3): 0308006.
- [28] ALEXA M, BEHR J, COHEN-OR D, *et al.* Computing and rendering point set surfaces [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2003, 9(1): 3-15.
- [29] SHAH M, EASTMAN R D, HONG T. An overview of robot-sensor calibration methods for evaluation of perception systems [C]. *Proceedings of the Workshop on Performance Metrics for Intelligent Systems. College Park Maryland. ACM*, 2012.
- [30] ZHONG K F, LIN J X, GONG T, *et al.* Hand-eye calibration method for a line structured light robot vision system based on a single planar constraint [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2025, 91: 102825.

- [31] 徐晓苏, 高佳誉, 周帅, 等. 基于改进 GICP 配准的激光-惯性 SLAM 算法[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(8): 814-822.

XU X S, GAO J Y, ZHOU S, *et al.* Lidar-inertial SLAM based on improved GICP registration

[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2023, 31(8): 814-822. (in Chinese)

- [32] DANIILIDIS K. Hand-eye calibration using dual quaternions[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 1999, 18(3): 286-298.

作者简介:



江以恒(2001—),男,福建福州人,硕士研究生,2023年于昆明理工大学获得学士学位,现就读于昆明理工大学,主要研究方向为摄影测量与机器视觉。E-mail:1006969338@qq.com

通讯作者:



李佳田(1975—),男,黑龙江佳木斯人,教授,博士生导师,2007年于中国矿业大学(北京)获得博士学位,现就职于昆明理工大学,主要研究方向为摄影测量和数值最优化方法。E-mail:ljtwcx@163.com