

文章编号 1004-924X(2025)16-2578-14

基于亚像素边缘检测融合光照补偿的 远心成像标定方法

袁 竞^{1,2}, 林 虎^{2*}, 石照耀³, 王 宪¹, 杨国梁²

(1. 湖南科技大学 机电工程学院, 湖南 湘潭 411201;

2. 中国计量科学研究院 几何量计量科学研究所, 北京 100029;

3. 北京工业大学 北京市精密测控技术与仪器工程技术研究中心, 北京 100124)

摘要:针对远心成像系统的高精度标定需求及传统针孔模型失效的问题,本文提出一种结合亚像素边缘检测与光照误差补偿的高精度相机标定方法。首先,利用改进高斯积分曲线拟合法提取标定板圆形靶标亚像素边缘,结合加权迭代最小二乘算法精确定圆心坐标。其次,基于远心成像模型并结合旋转矩阵正交性推导系统放大率方程,求解外参及其正负符号模糊,并给出消解策略。随后,分别构建径向、切向及复合畸变模型,系统研究其在远心透镜畸变表征中的适用性,并通过 Levenberg-Marquardt 非线性优化精确估计畸变参数。在此基础上,结合光照误差补偿模型动态更新校正参数,融入标定流程以消除边缘偏移误差。实验结果表明,上述标定方法最佳重投影误差可达 0.059 pixels,对坐标测量机标准测针球直径在光照强度 15~28 级的范围内测量,经过补偿后误差始终控制在 1.6 μm 以内,验证了标定方法的有效性。

关键词:远心镜头标定;亚像素边缘检测;加权迭代圆心拟合;光强误差补偿

中图分类号:TP394.1;TH745.4 **文献标识码:**A

doi:10.37188/OPE.20253316.2578 **CSTR:**32169.14.OPE.20253316.2578

Telecentric imaging calibration via integrated sub-pixel edge detection and illumination compensation

YUAN Jing^{1,2}, LIN Hu^{2*}, SHI Zhaoyao³, WANG Xian¹, YANG Guoliang²

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology,
Xiangtan 411201, China;

2. Division of Dimensional Metrology, National Institute of Metrology, Beijing 100029, China;

3. Beijing Engineering Research Center of Precision Measurement Technology and Instruments,
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

* Corresponding author, E-mail: linhunim@163.com

Abstract: To address the high-precision calibration demands of telecentric imaging systems and the inadequacy of traditional pinhole models, this paper proposed a high-accuracy camera calibration method that integrated subpixel edge detection with illumination error compensation. First, an improved Gaussian inte-

收稿日期:2025-05-30;修订日期:2025-07-04.

基金项目:国家自然科学基金(No. 52227809)

gral curve fitting algorithm extracted subpixel edges of circular calibration targets, with center coordinates precisely determined via weighted iterative least squares. Second, a system magnification equation was derived based on the telecentric model and rotation matrix orthogonality to resolve extrinsic parameter sign ambiguities, accompanied by a disambiguation strategy. Subsequently, radial, tangential, and composite distortion models were constructed and evaluated for characterizing telecentric lens distortion. Distortion parameters were accurately estimated through Levenberg-Marquardt nonlinear optimization. An illumination error compensation model dynamically updated correction parameters within the calibration pipeline to eliminate edge offset errors. Experimental results show the calibration method achieves an optimal reprojection error of 0.059 pixels, with measurement errors within $1.6\text{ }\mu\text{m}$ for CMM probe ball diameter under 15-28 light intensity levels after compensation, validating its effectiveness.

Key words: telecentric lens calibration; subpixel edge detection; weighted iterative circle fitting; compensation for light intensity errors

1 引 言

相机标定是三维重建和视觉测量等领域的基础性工作,其核心在于通过数学模型精确描述成像过程,并确定相机的内外参数^[1-2]。在工业检测中,为克服普通针孔相机模型在视场深度较大或高精度尺寸测量场景下易产生明显视差与畸变的问题,远心透镜被广泛采用。远心透镜可在物距变化时保持成像尺寸恒定,具有畸变小、测量精度高的优点^[3-7],因此成为精密尺寸测量的首选。

然而,远心成像的高精度标定不仅关乎尺寸测量精度,还直接影响系统稳定性与重复性,具有重要理论与工程意义。传统多依赖三维标定靶,虽能准确恢复参数,但成本高、操作繁琐、效率低。Tsai 的经典两步法可对非线性畸变进行校正,但因远心成像模型中旋转矩阵不完备,无法直接应用于远心系统^[8];Zhang 等人提出的二维棋盘格标定方法以其操作简便、精度较高而被广泛采纳^[9],但同样受限于缺乏 z 方向透视变换的远心成像模型。研究已充分表明,在图像模糊或低对比度条件下,圆形靶标的圆心定位精度优于棋盘格角点^[10]。近年来,随着远心成像在精密测量中的应用增加,基于圆形靶标的自动化标定方法被广泛用于远心系统,推动了其高精度、抗干扰标定的发展。

针对远心镜头标定,已有学者提出多种改进方案:Zhu 提供了一种线性拟合标定方法^[11],该方

法能够实现无畸变远心摄像机的内参。Li^[12]提出了一种两步法标定远心镜头,但在标定过程中,外参数是模糊的。Chen^[13]提出了一种有效的空间远心相机标定方法,通过精密移动平台解决了二维平面目标标定中符号模糊的问题。针对求解内外参数时投影模型不同、符号模糊的问题,Yao^[14]提出了一种灵活的双远心镜头摄像机标定方法,通过简单棋盘格得到了远心成像系统放大倍数的解析解,并得到了相机的外部参数和畸变参数。段振云等^[15]分析了光源强度对特征边缘的影响,但没有考虑提升边缘标定板圆点特征提取的精度。李文杰^[16]等针对远心成像误差,提出通过构建深度-畸变模型并最小二乘拟合的标定参数修正方法,显著提升测量精度,并以标定板和标准球验证有效性。卢晓冬等^[17]通过圆形特征逆向映射迭代标定,但图像尺寸大时易因插值产生混频效应,计算耗时。康朝海^[18]提出 Canny-Zernike 矩方法,结合亚像素边缘检测与圆心修正补偿,经粗精标定实现畸变场景下圆心误差补偿。Duan^[19]基于远心成像模型和旋转矩阵正交性标定,消除符号模糊,无额外硬件需求,重投影误差 0.7 pixels。娄群等^[20]融合自适应 Canny 与局部面积效应进行亚像素拟合,提升常规环境鲁棒性,但模糊轮廓下稳定性欠佳。Li^[21]提出仅采用平面靶标的柔性标定方法,通过旋转矩阵正交性与模约束克服噪声导致的旋转向量非归一化问题,并结合针孔模型消除仿射符号歧义,验证了其在微米级测量中的适用性。Gong^[22]基

于投影-重投影的迭代标定方法,先投影至无畸变平面提取特征,再反投影迭代优化,重投影误差降低约 39%,适用于全景及鱼眼高精度标定。Chen^[23]针对远心像素不均匀,设计球靶阵列,结合亚像素圆心检测与薄板样条插值,实现全视场像素标定及边缘累加测量,测量误差较传统方法降低约 60%,验证了其在高精度远心测量中的有效性。

本文提出一种基于平面圆形靶标的两步标定方法:首先,通过改进的高斯积分曲线拟合亚像素级圆形边缘,采用加权迭代算法按偏移量误差分配权重,精确拟合圆心位置,实现特征点的高精度定位;接着,建立世界坐标系与图像坐标系映射关系,结合旋转矩阵正交性推导远心系统放大率模型,利用最小二乘法解算相机内外参数;随后,构建径向、切向及复合畸变模型,通过 Levenberg-Marquardt (L_M) 非线性优化精确估计畸变参数;最后,引入光强误差补偿模型校正边缘偏移。

实验表明,相较于 OpenCV findCirclesGrid 的质心检测方法,本文所提出的亚像素边缘检测融合光照补偿的远心标定方法,在重投影误差与测量精度上均表现出显著优势。

2 相机成像模型及标定原理

在精密制造检测中,传统镜头因针孔成像原理存在透视误差且放大率随物距变化。远心镜头通过光阑焦平面设计实现恒定放大率、低透视误差,兼具低畸变、大景深和高分辨率优势。按光阑位置分为物方、像方及双向三类,其中双向远心镜头综合两者优势,在精密测量中应用广泛。为满足测量精度、视场均匀性和系统集成需求,本文选用双向远心镜头,其恒定放大率和低畸变特性能够有效保证测量一致性与精度。如图 1 所示,双向远心光学系统通过在物方镜组与光阑之间设置适当的 f_1 距离,在像方镜组与传感器之间保持 f_2 ,使物体尺寸 L_1, L_2 在景深 (DOF) 范围内移动时,成像尺寸 L_1', L_2' 基本保持不变。几何光学中放大率 ($m = f_2/f_1$) 是远心透镜成像的核心参数,需通过标定加以确定。

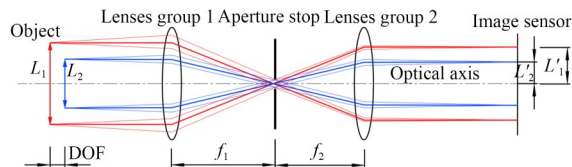


图 1 双向远心镜头成像系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of double telecentric imaging system

2.1 相机理想的成像模型

远心成像模型是一个正交投影模型,摄影机的光学中心位于无穷远处。如图 2 所示,当相机采用远心透镜时,其成像过程可近似为正交投影,其中 (X_w, Y_w, Z_w) 为世界坐标系, (X_c, Y_c, Z_c) 为相机坐标系, (x, y) 为图像坐标系, (u, v) 为像素坐标系, p 为不考虑畸变的理想像素坐标点, p_d 是由于透镜畸变检测到的实际像素坐标。不考虑透镜畸变的线性几何成像模型可以描述为^[13]:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m}{du} & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{m}{dv} & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: m 是远心透镜的有效放大率, du 和 dv 分别表示 u 和 v 方向上的像素尺寸, (u_0, v_0) 是像素平面中心点的坐标, R 和 T 分别是旋转矩阵和平移向量。

2.2 镜头畸变

由于设计与装配中的多种微小缺陷,透镜畸变在所难免,导致公式 (1) 的理想表达式并不总能成立。远心透镜的主要畸变包括径向畸变、偏心畸变和薄棱镜畸变;其中,径向畸变多由镜头制造的轻微偏差引起,仅在径向方向产生位置误差;而偏心畸变与薄棱镜畸变通常源于镜头组件或相机安装不当,除径向偏移外,还会引入切向误差,导致图像点发生旋转或倾斜,且实验证明^[8],薄棱镜畸变在远心镜头标定之中不可忽略其影响。图 2 中,理想归一化坐标点 $p(x, y)$ 与实际归一化坐标 $p_d(x_d, y_d)$ 之间的畸变可由以下表达式量化:

$$\begin{cases} x_d = x + \delta_x \\ y_d = y + \delta_y \end{cases}, \quad (2)$$

其中, δ_x 和 δ_y 分别为 x 和 y 方向的畸变量, 可表示为:

$$\begin{cases} \delta_x = (xk_1r^2 + xk_2r^4) + (2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2)) + s_1(x^2 + y^2) \\ \delta_y = (yk_1r^2 + yk_2r^4) + (2p_2xy + p_1(r^2 + 2y^2)) + s_2(x^2 + y^2), \end{cases} \quad (3)$$

其中, $r^2 = x^2 + y^2$ 。等式(3)右侧第一部分为径向畸变表达式, 第二部分为切向畸变表达式, 第三部分为薄棱镜畸变表达式。后续对上述三种畸变情况进行组合分析, 寻找最佳畸变模型, 该过程发生在从图像坐标系转换到像素坐标系之前。可通过 $x = (u - u_0)/M$, $y = (v - v_0)/M$, 将式(3)转换到像素坐标系之中:

$$\begin{cases} \delta_x = (u_nk_1r'^2 + u_nk_2r'^4) + (2p_1u_nv_n + p_2(r'^2 + 2u_n^2)) + s_1(u_n^2 + v_n^2) \\ \delta_y = (v_nk_1r'^2 + v_nk_2r'^4) + (2p_2u_nv_n + p_1(r'^2 + 2v_n^2)) + s_2(u_n^2 + v_n^2), \end{cases} \quad (4)$$

其中: $r'^2 = u_n^2 + v_n^2$, $u_n = (u - u_0)$, $v_n = (v - v_0)$, 这里畸变系数与上述图像坐标系中畸变系数不完全相同, 成比例关系。

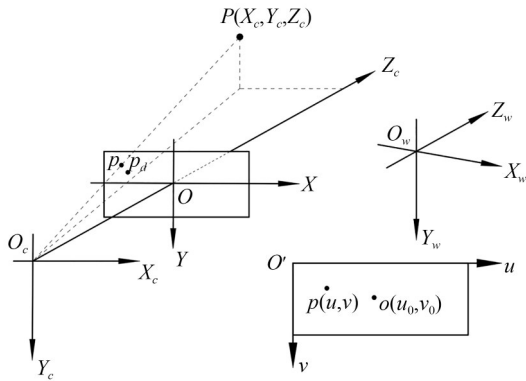


图2 远心成像模型图

Fig. 2 Diagram of the telecentric imaging model

2.3 远心镜头标定

2.3.1 单应性矩阵求解

基于平面目标的标定方法实现简单, 采用固定摄像机采集标定图形在不同方向上的多个视图, 图形上具有精确尺寸的特征点阵列, 由于图形不能提供 Z 轴信息, 因此假设在每个方向上, 图形都位于世界坐标系的 $Z_w = 0$ 上, 故式(1)化

简可得:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} M & 0 & u_0 \\ 0 & M & v_0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中: $M = m/du = m/dv$, A 为内参矩阵, H 为单应性矩阵, 包含六个参数, 标定板上每一个控制点可以提供两个方程, 理论上可通过三个控制点进行求解单应性矩阵, 但是针对控制点, 可通过等式(5)进行求解:

$$\begin{bmatrix} [X_w & Y_w & 1 & 0 & 0 & 0]_1 \\ [0 & 0 & 0 & X_w & Y_w & 1]_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [X_w & Y_w & 1 & 0 & 0 & 0]_K \\ [0 & 0 & 0 & X_w & Y_w & 1]_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_k \\ v_k \end{bmatrix}. \quad (6)$$

利用奇异值分解法, 求解最小二乘方程, 然后估计单应矩阵。

2.3.2 估计放大倍率

利用旋转矩阵正交性, 且为单位向量有:

$$\begin{cases} r_{31} = \pm \sqrt{1 - r_{11}^2 - r_{21}^2} \\ r_{32} = \pm \sqrt{1 - r_{12}^2 - r_{22}^2} \\ r_{11}r_{12} + r_{21}r_{22} + r_{31}r_{32} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

结合式(7), 并化简可得式(8):

$$1 - (r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{21}^2 + r_{22}^2) = -(r_{11}r_{22} - r_{12}r_{21})^2. \quad (8)$$

根据式(5)可得 $r_{ij} = h_{ij}/M$ ($i = 1, 2; j = 1, 2$), 结合式(8)可求:

$$M^4 - (h_{21}^2 + h_{22}^2 + h_{11}^2 + h_{12}^2)M^2 = -(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})^2. \quad (9)$$

联合每个图像的信息, 采用最小二乘法求解最佳内参 M :

$$\begin{bmatrix} 1 & (h_{21}^2 + h_{22}^2 + h_{11}^2 + h_{12}^2)_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & (h_{21}^2 + h_{22}^2 + h_{11}^2 + h_{12}^2)_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M^4 \\ M^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})^2_1 \\ \vdots \\ (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})^2_K \end{bmatrix}. \quad (10)$$

通过奇异值分解算法求解关于 M 的最小二乘法, 再通过 u 和 v 方向的单个像素尺寸大小, 求解得到有效的放大倍率。

2.3.3 外部参数估计

根据内部参数 M , 可以估计外部参数。根据等式(7), 可以得出:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 & u_0 \\ 0 & M & v_0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} H. \quad (11)$$

此时, 旋转矩阵的六个参数已由式(11)得到, 但为了旋转矩阵的完整性, R 的其他参数利用正交性求解:

$$\begin{cases} r_{13} = \pm \sqrt{1 - r_{11}^2 - r_{12}^2} \\ r_{23} = \pm \sqrt{1 - r_{21}^2 - r_{22}^2}, \\ r_3 = r_1 \times r_2 \end{cases}, \quad (12)$$

其中, r_1, r_2 和 r_3 是矩阵 R 的行向量。然而, 等式(12)中 r_{13} 和 r_{23} 的符号是不确定的, 而 R 的正交性只能提供一个约束。Chen^[13]在驱动微定位平台在当前位置沿着校准图案的 Z 轴产生精确的平移位移 Z_w 。然后, 拍摄额外的图像, 与位移之前拍摄的图像一起可以用于恢复 r_{13} 和 r_{23} 。这里称这两个图像为图像对。然后, R 的最后一行可以使用式(12)计算。

$$\begin{bmatrix} r_{13} \\ r_{23} \\ 0 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} \frac{u}{Z_d} \\ \frac{v}{Z_d} \\ \frac{1}{Z_d} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{X_w}{Z_d} \\ \frac{Y_w}{Z_d} \\ \frac{1}{Z_d} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中: (u, v) 是在世界坐标点 (X_w, Y_w, Z_d) 下投影的像素坐标点, 从公式(13)恢复的 r_{13} 和 r_{23} 可能不精确地满足公式(12), 但是它们的符号都被完美地消除歧义, 这导致 R 的完全恢复, 并且解决了该校准方法的关键问题。

2.3.4 非线性优化

考虑到透镜畸变, 校准问题等效于优化问题, 其中确定校准参数以使目标函数 F 最小化:

$$\arg \min_{(A, [R, T], K, p_j)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \left\| p_{ij} - \hat{p}_{ij}(A, [R, T], K, p_j) \right\|^2, \quad (14)$$

其中: i 为图片数目; j 为标识点数目; p_{ij} 为图像像素坐标系下由靶标特征点检测算法得到的位置点, $\hat{p}_{ij}$ 为由投影方程得到的位置点; $[R, T]$ 分别

为第 i 张图像的旋转矩阵和平移矩阵, A 为相机内部参数, K 为镜头的各类畸变参数, 均可简单设置为 0, p_j 为第 j 个圆形靶标的世界坐标, 采用 L_M 优化算法对式(14)进行迭代, 求解出标定参数。

由式(14)可知, 标定精度主要取决于已知点 p_j 和 p_{ij} 的准确性。其中, 标定板精度直接影响世界坐标点 p_j , 而 p_{ij} 的检测精度则受光照、分辨率及成像质量等因素制约。因此, 提升图像特征点检测精度是降低重投影误差、提高标定精度的关键, 可通过优化光照、提高分辨率和采用更优算法实现。

3 亚像素边缘检测与光强补偿

从提升标靶精度的角度出发, 提出基于亚像素边缘检测的远心镜头标定方法, 可有效提升 p_{ij} 的检测精度。整个标定过程分为:

(1) 先对标定板上的圆心坐标通过 cv2.findCirclesGrid 进行初步提取(作为对比)。

(2) 通过霍夫变换(Hough Transform)求解标定板拟合圆半径, 进行每个圆形特征轮廓 ROI (Region of Interest) 提取。

(3) 对每个圆形 ROI 特征轮廓进行像素边缘获取、亚像素边缘估计、光强补偿, 进行加权迭代最小二乘法的圆心拟合。

3.1 像素边缘提取

整像素边缘检测旨在为亚像素定位提供高鲁棒性初始值, 提升检测效率, 步骤如下:

3.1.1 ROI 区域提取

基于标定板的先验尺寸初步定位圆心, 结合霍夫变换估算圆半径, 框选出 ROI 区域以缩小计算范围;

3.1.2 双边滤波去噪

图像采用双边滤波, 综合考虑空间距离与灰度差异, 实现背景平滑的同时保留边缘锐度。经实际对比观察, 该滤波在有效抑制噪声的同时, 未引入明显的边缘偏移;

3.1.3 自适应 Canny 边缘提取

采用双阈值 Canny 算子, 高阈值 C_2 标记强边

缘,低阈值 C_1 连接弱边缘。通过最大化“强边缘-弱边缘-背景”三类间方差,自动优化阈值 C_1 和

C_2 ,替代人工设定,提升复杂场景下的边缘提取适应性,最终获取像素级边缘集合。

$$\begin{cases} \sigma_b^2(N_l, N_h) = \omega_1(\mu_1 - \mu_T)^2 + \omega_2(\mu_2 - \mu_T)^2 + \omega_3(\mu_3 - \mu_T)^2 \\ (N_l^*, N_h^*) = \arg \max_{1 \leq N_l \leq N_h \leq N} \sigma_b^2(N_l, N_h) \end{cases}, \quad (15)$$

其中: $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 分别为阈值分割后三部分的灰度概率; μ_1, μ_2, μ_3 为对应灰度均值; μ_T 为全局灰度均值。通过算法求解的低阈值 $C_1 = N_l^*$, 高阈值 $C_2 = N_h^*$, 可显著提升复杂场景下的边缘检测适应性, 获得连贯、干净的像素边缘点, 为后续亚像素插值与法向偏差计算提供可靠的初始数据基础。

3.2 亚像素边缘提取

在理想衍射受限情况下, 光学成像系统的点扩散函数(Point Spread Function, PSF)呈 Jinc 形式, 其强度分布呈 Airy 图样^[24]。实际成像中, 调制传递函数(Modulation Transfer Function, MTF)在截止频率处衰减, PSF 常用高斯函数近似, 点源成像呈钟形模糊斑^[25]。理想的阶跃边缘经透镜成像后, 会在图像中形成灰度从前景到背景连续渐变过渡区, 其灰度梯度为亚像素边缘定位提供了可靠依据。具体而言, 沿像素边缘的法线方向提取灰度过渡带, 并通过双线性插值和归一化预处理后, 采用高斯积分曲线进行拟合, 计算积分均值位置, 即可实现亚像素级的边缘精确定位。

因此图像的单边阶跃状边缘灰度值可用高

斯积分模型表示:

$$p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, \quad (16)$$

其中: t 为边缘法截线上各像素点到像素级边缘的距离, μ 为亚像素边缘点到像素级边缘的距离。

直接求解该积分较为困难, 文献^[26]通过变量换元和灰度归一化, 将灰度曲线转化为标准正态分布形式, 从而可反向求解积分上限, 并与像素到边缘的距离建立线性映射关系, 拟合直线的截距即对应亚像素法向距离 μ 。然而, 该解析模型对噪声和初值参数非常敏感, 特别是在归一化灰度接近 0 或 1 时, 积分上限将趋于无穷大, 极易放大测量噪声, 使 μ 出现剧烈波动, 严重影响边缘定位的稳定性与重复性。因此, 在工程应用中通常需要引入更稳健的拟合策略或优化模型, 以提高抗噪声能力并保证计算收敛。

为了进行求解积分模型均值点 μ , 本文采用高斯积分函数的非线性优化^[27]求解最佳均值 μ 与 σ , 目标是 minimized 拟合函数与实测值的残差平方和:

$$S(\mu, \sigma) = \min_{\mu, \sigma} \sum_{i=1}^N [g_i - p(t_i)]^2. \quad (17)$$

其中: 观测数据为 $\{(t_i, g_i)\}_{i=1}^N$, t_i 为法线方向上距像素级边缘的距离, g_i 为归一化灰度值, μ 为亚像素边缘法向偏移量。通过构建目标函数, 将其转化为非线性最小二乘问题, 并用 LM 算法求解:

$$\begin{cases} r_i = g_i - p(t_i) \\ J = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial \mu} & \frac{\partial r_1}{\partial \sigma} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial r_N}{\partial \mu} & \frac{\partial r_N}{\partial \sigma} \end{bmatrix} \\ (J_k^T J_k + \lambda_k I) \Delta \theta_k = -J_k^T r \end{cases}, \quad (18)$$

其中: J 为雅可比矩阵(每个元素为残差对参数的偏导数); r 为残差向量, 元素为 r_i ; λ 为阻尼因子, 控制步长, 防止发散。

在第 k 次迭代中, 通过 LM 算法最小化残差平方和, 动态调整步长与阻尼以求解最优均值 μ 。

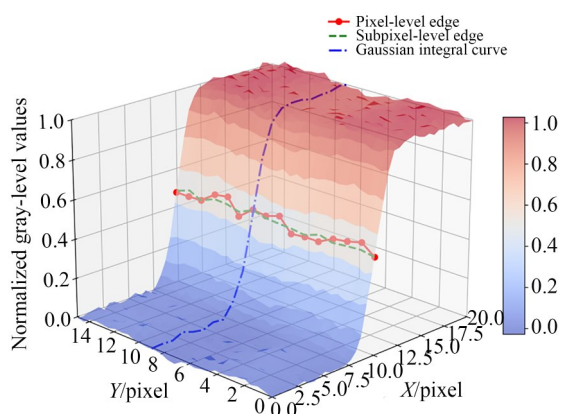


图3 阶跃边缘灰度曲面与亚像素拟合

Fig. 3 Gray surface and subpixel fitting of the step edge

当函数收敛或达到最大迭代次数 $k_{\max}$ 时停止。

通过高斯积分模型均值 μ , 结合前面 Canny 算子求的像素边缘点, 根据像素级边缘坐标和法向矢量 θ , 由式(19)计算出亚像素坐标点。图 4 展示了圆形特征的亚像素边缘提取结果。

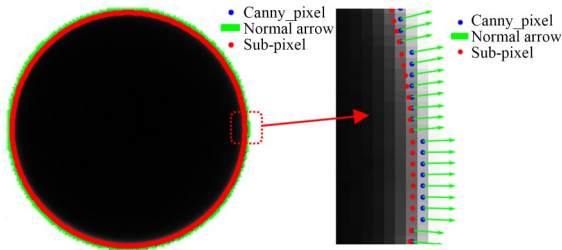


图 4 圆形特征的亚像素边缘
Fig. 4 Sub-pixel edge of the circular feature

$$\begin{cases} sub_x = x + \mu \cos \theta \\ sub_y = y + \mu \sin \theta \end{cases} \quad (19)$$

为验证高斯积分曲线算法的有效性, 在一幅 200×200 的纯黑图像中, 将区域 $[80:120, 80:120]$ 设为白色。利用 Canny 算子提取的整像素边缘位置为 79, 80, 119 和 120, 经高斯积分曲线拟合后, 亚像素定位精度提高至 79.5 和 119.5。图 5 给出了该结果, 验证了该方法在理想条件下具备较高的定位精度。

图 6 显示了基于该区域数据拟合的高斯积分曲线, 其亚像素定位结果为 $\mu=0.5000$ pixels, 拟合 $RMSE=0.0144$, 验证了该方法在理想情况下的精度。

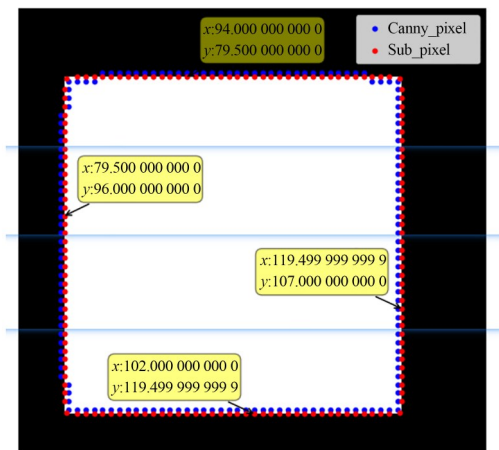


图 5 亚像素定位有效性验证图
Fig. 5 Subpixel localization validation image

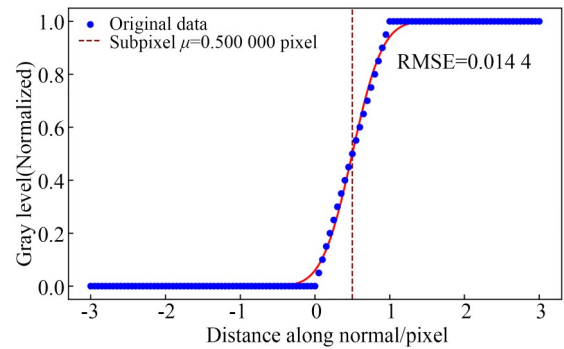


图 6 高斯积分曲线非线性拟合
Fig. 6 Nonlinear fitting of the Gaussian integral curve

3.3 光强边缘误差补偿

当光强不足时, 图像灰度动态范围收窄, 整体对比度降低, 即有效灰度跨度减小, 大部分灰度集中在低值, 易被噪声掩盖, 导致边缘灰度过渡区变宽、轮廓模糊, 难以准确定位实际边缘。相反, 当光强过大时, 灰度分布集中在高值区, 背景趋于饱和, 失去灰度层次, 同样降低对比度。两种情况下均会削弱边缘灰度的陡峭程度, 影响检测可靠性和后续测量精度。为系统分析光强变化对定位偏差的影响, 本文在不同光照条件下开展实验, 量化光强与位置偏移的关系, 为后续误差补偿提供依据。

光照强度不合适时会出现两种状况:

3.3.1 欠饱和状态

当背景灰度明显低于饱和水平时 (如图 7(a)), 成像对比度不足, 导致边缘灰度从前景到背景的过渡带显著加宽, 可延伸至十余个像素。此时采用 Canny, Sobel 等算子难以准确检测理想像素边缘, 造成边缘定位精度下降。

3.3.2 过饱和状态

随着光源强度继续增大, 背景灰度逐渐接近饱和, CCD 像元进入饱和区, 背景灰度不再随光强变化 (如图 7(b)), 而前景灰度仍持续上升。此时灰度跳变沿法向方向偏移至更靠近背景一侧, 导致边缘发生系统性偏移, 产生固定的边缘位置误差。尽管此时边缘过渡带收窄 (仅数个像素), 表面上有利于边缘检测, 但该位置偏差需要通过后续补偿进行校正, 以保证测量精度。

为建立不同光源强度下的边缘偏移补偿函数, 以在后续测量中自动修正边缘定位误差, 本文首先在过饱和状态 (较高光源功率) 下, 直接计

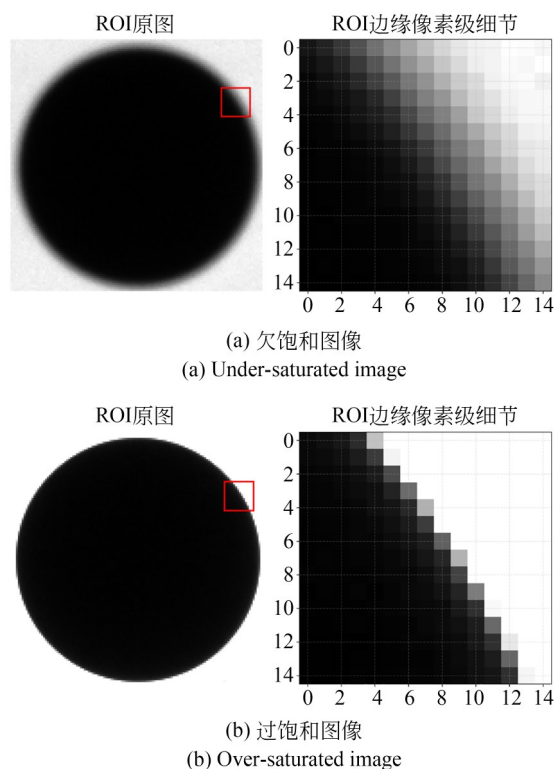


图 7 标定圆图像

Fig. 7 Calibrated Circular Image

算得到未补偿的像素当量 $a = 3.9395 \mu\text{m}/\text{pixel}$, 与标准理论当量像素值相差 $0.0036 \mu\text{m}/\text{pixel}$, 为后续补偿提供了必要的几何量换算依据。

$$\Delta = \frac{1}{2} \left(\frac{D}{a} - d \right), \quad (20)$$

其中: Δ 为误差补偿量, D 为标定板上圆的物理直径, a 为像素当量, d 为标定圆直径的实际像素尺寸。

3.4 加权迭代最小二乘法拟合圆

加权迭代最小二乘法 (Weighted Iterative Least Squares, WILS) 通过动态调整数据点权重矩阵, 迭代优化圆参数估计, 具有较强的抗噪声和抗离群点能力。对于由亚像素边缘检测获得的点集 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$, 可将圆方程转化为线性最小二乘形式, 引入权重以构建加权残差目标函数:

$$\min \sum_{i=1}^n \omega_i [x_i^2 + y_i^2 + Ax + By + C]^2. \quad (21)$$

对系数分别求偏导, 化简为线性方程组:

$$\begin{bmatrix} S_{x^2} & S_{xy} & S_x \\ S_{xy} & S_{y^2} & S_y \\ S_x & S_y & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(S_{x^3} + S_{xy^2}) \\ -(S_{x^2y} + S_{y^3}) \\ -(S_{x^2} + S_{y^2}) \end{bmatrix}, \quad (22)$$

其中: $A = -2a, B = -2b, C = a^2 + b^2 - r^2$, 即 $d = X\beta, \beta = [A, B, C]^T, S_x = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i, W = \sum_{i=1}^n \omega_i$.

求解参数之后, 对其进行还原, $a = -\frac{A}{2}, b = -\frac{B}{2}, r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$, 权重 ω_i 与点 (x_i, y_i) 的可靠性正相关, 计算每个点到当前拟合圆的距离残差: $e_i = |\sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} - r|$, 根据残差大小更新权重:

$$\omega_i = \begin{cases} (1 - (\frac{e_i}{\sigma})^2)^2, & \text{if } e_i \leq \sigma \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (23)$$

其中: $\sigma = \frac{2\text{median}(|e_i|)}{0.675}$, 用于控制权重衰减的阈值, 实现动态迭代更新权重矩阵 $W = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 自适应拟合, 且初始权重设为单位对角矩阵, 当达到最大迭代次数或所需收敛容忍度时, 结束迭代。

4 实验验证与分析

上述所提算法在 Windows 11 操作系统下, 采用 PyCharm 2020 平台实现, 硬件环境为 Intel Core i7-12700H 处理器、16 GB 内存。

视觉测量系统硬件包括: 海康威视 5 120 pixels $\times$ 5 120 pixels 面阵 CCD 黑白相机 (像素尺寸 $2.5 \mu\text{m}, 1.1''$ 靶面), 双远心镜头 (倍率 0.634, 畸变 $< 0.1\%$, 工作距离 45 mm, 景深 2 mm), 以及绿色远心平行光源 (PWM 255 级可调, 5 V 供电)。标定板采用 9×9 圆阵分布的圆形标记, 圆心间距 1 mm, 圆直径 0.5 mm。

4.1 系统误差标定

本文采用上述硬件项目搭建了如图 8 所示的实验平台。

在景深范围内拍摄了 18 幅随机欧拉角的标定图案图像, 拍摄的图像如图 9 所示, 通过亚像素边缘拟合和圆心加权迭代提取控制点, 其中最后两幅图像配对用于恢复外参。

基于所有控制点, 采用所提方法同步求解内参和畸变系数, 并通过计算重投影误差的均方根值 (RMSE) 量化标定精度, 如式 (24)

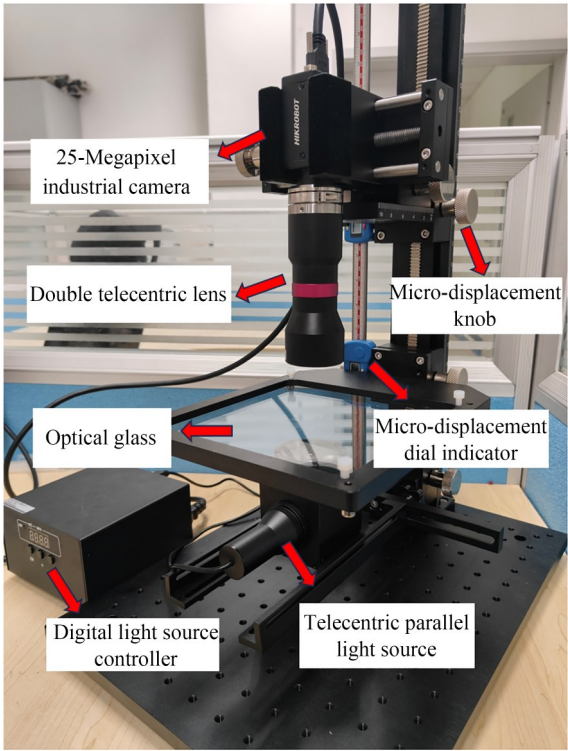


图 8 实验平台
Fig. 8 Testing platform

所示：

$$E = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (u_{ij} - u'_{ij})^2 + (v_{ij} - v'_{ij})^2}{N}}, \quad (24)$$

其中： u_{ij} 和 v_{ij} 表示在第 i 幅图片上检测到的第 j 个点的像素坐标； u'_{ij} 和 v'_{ij} 表示根据相机模型重投影的像素坐标。

本文为验证所提标定算法的精度，本文将其与 Chen^[13] 和 Yu Duan^[19] 的方法进行了对比。需要注意的是，在本文实验中，该两者的方法均未使用亚像素识别，而是调用 OpenCV 的 findCirclesGrid 函数（质心法），对在 36 级光强条件

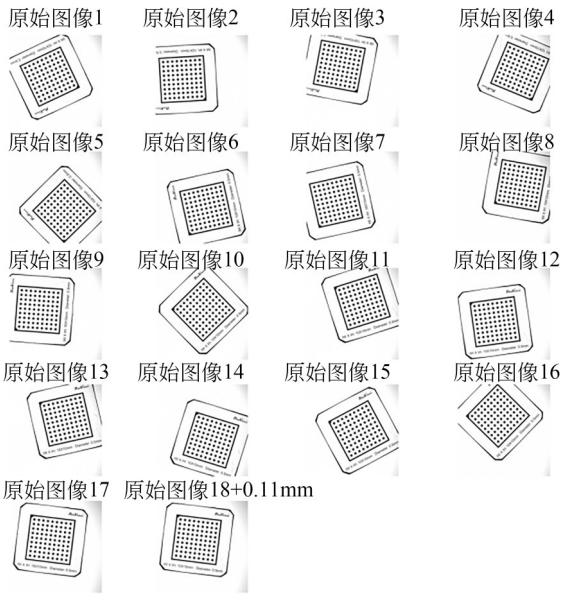


图 9 标定板图像
Fig. 9 Calibration board image

下采集的标定板图像进行圆心检测，标定结果如表 1。

可见，远心镜头标定需考虑薄棱镜畸变（不同于传统针孔镜头），其中径向畸变+薄棱镜畸变的重投影误差最小。本文方法（表 2）的远心成像放大率均值为 0.634 70，与 Chen 方法（0.634 66）、Yu Duan 方法（0.634 71）精度相近，均接近镜头标称放大率 0.634。将本文圆心提取算法应用于 Chen 方法，重投影误差从 0.072 pixels 降至 0.058 pixels（表 3），标定精度显著提升。

本方法不考虑畸变情况的重投影误差如图 10(a) 所示，均方根误差为 1.131 pixels。重投影误差的欧氏距离也如图 10(b) 所示。采用径向+薄棱镜畸变优化后，如图 10(c) 和 10(d) 所示，重投影误差较小，为 0.059 pixels。

表 1 OpenCV 圆心提取 (Chen 与 Yu Duan) 远心镜头标定结果
Tab. 1 Telecentric lens calibration results by OpenCV center extraction (Chen & Yu Duan)

畸变模型	m (Chen)	重投影误差 (Chen)	m (Yu Duan)	重投影误差 (Yu Duan)
无畸变	0.634 27	1.332	0.634 57	1.142
径向	0.634 64	0.137	0.634 69	0.135
径向+切向	0.634 63	0.147	0.634 59	0.143
径向+薄棱镜	0.634 66	0.072	0.634 71	0.071
三种畸变	0.634 65	0.122	0.634 58	0.128

表 2 亚像素边缘提取的远心镜头标定结果

Tab. 2 Telecentric lens calibration with subpixel edge extraction

类型	本文(无畸变)	径向畸变	径向+切向	径向+薄棱镜	三种畸变
m (倍数)	0.634 57	0.634 69	0.634 59	0.634 70	0.634 58
重投影误差/pixel	1.131	0.130	0.131	0.059	0.113
径向畸变 $[k1,k2]$	$[0,0]$	$[-1.058 \times 10^{-10},$ $4.746 \times 10^{-18}]$	$[6.267 \times 10^{-12},$ $-8.380 \times 10^{-18}]$	$[-9.906 \times 10^{-11},$ $-9.906 \times 10^{-18}]$	$[1.595 \times 10^{-12},$ $-7.941 \times 10^{-18}]$
切向畸变 $[p1,p2]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[-1.274 \times 10^{-8},$ $8.644 \times 10^{-8}]$	$[0,0]$	$[-2.198 \times 10^{-8},$ $1.14 \times 10^{-7}]$
薄棱镜畸变 $[q1,q2]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[-1.337 \times 10^{-7},$ $3.711 \times 10^{-8}]$	$[-1.460 \times 10^{-7},$ $4.027 \times 10^{-8}]$

表 3 应用本文圆心提取的 Chen 方法标定结果

Tab. 3 Calibration results of Chen's method with the proposed circle center extraction

类型	Chen(无畸变)	径向畸变	径向+切向	径向+薄棱镜	三种畸变
m (倍率)	0.634 28	0.634 48	0.634 52	0.634 46	0.634 52
重投影误差/pixel	1.279	0.114	0.131	0.058	0.114
径向畸变 $[k1,k2]$	$[0,0]$	$[-1.047 \times 10^{-10},$ $4.6276 \times 10^{-18}]$	$[6.888 \times 10^{-12},$ $-8.421 \times 10^{-18}]$	$[-9.938 \times 10^{-11},$ $2.894 \times 10^{-18}]$	$[2.220 \times 10^{-12},$ $-7.980 \times 10^{-18}]$
切向畸变 $[p1,p2]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[-1.244 \times 10^{-8},$ $8.653 \times 10^{-8}]$	$[0,0]$	$[-2.183 \times 10^{-8},$ $1.139 \times 10^{-7}]$
薄棱镜畸变 $[q1,q2]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[0,0]$	$[-1.326 \times 10^{-7},$ $3.759 \times 10^{-8}]$	$[-1.449 \times 10^{-7},$ $4.108 \times 10^{-8}]$

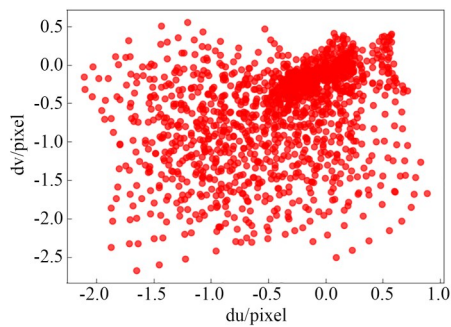
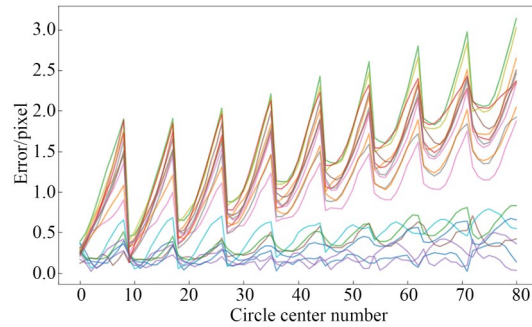
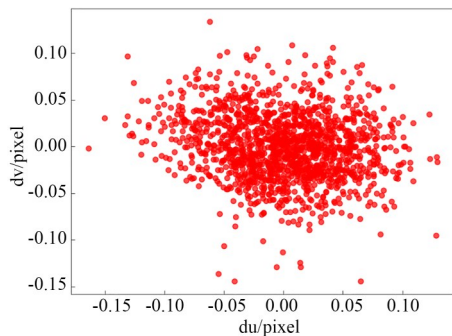
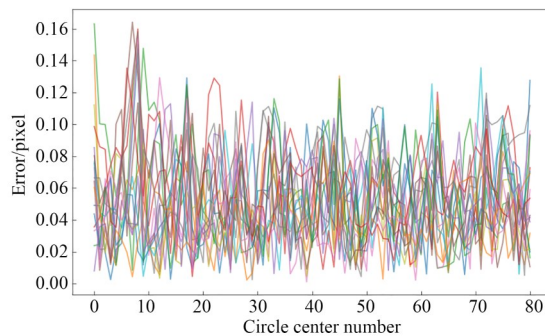
(a) 未优化重投影误差
(a) Unoptimized reprojection error(b) 未优化欧氏距离
(b) Unoptimized Euclidean distance(c) L_M优化后重投影误差
(c) Reprojection error after L_M optimization(d) L_M优化后欧氏距离
(d) Euclidean distance after L_M optimization

图 10 重投影误差与欧氏距离

Fig. 10 Reprojection Error and Euclidean Distance

4.2 光照强度驱动的边缘误差校正

在物距固定条件下,首先通过调节 0~255 级的 PWM 占空比改变光源强度,在第 14 级至第 44 级光强范围内,采集处于居中姿态的标定板图像。随后,根据标定圆的理论物理直径及其在图像中的实际像素直径,利用式(20)计算不同光强下因光照变化引起的边缘定位误差及对应的补偿量。实验结果表明,该补偿量与光强等级之间呈明显非线性关系。

图 11 展示了不同光源强度下的补偿量分布及二次多项式最小二乘拟合曲线。可见该拟合模型具有较高精度,拟合优度 $R^2=0.989\ 1$,均方根误差(RMSE)为 0.032 3 pixels,能有效表征光强变化对边缘定位的影响规律。该非线性补偿函数可在实际测量中根据当前光源强度动态修正边缘偏移,从而提升复杂光照条件下的测量准确性和系统鲁棒性。

$C=-0.000\ 864\ 6x^2+0.083\ 84x-1.06$. (30)
其中: x 为光照强度, C 为光强补偿量(pixel)。

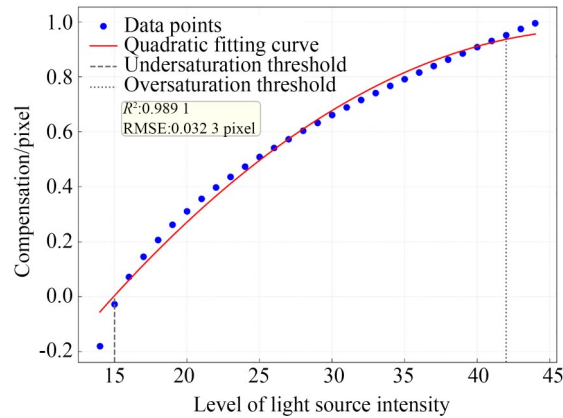


图 11 光强补偿拟合曲线

Fig. 11 Light intensity compensation fitting curve

根据光照-像素偏移关系分析可知,补偿曲线在 15 级光强处开始快速上升,定位受光照影响显著增强,而在 42 级处逐渐趋平,补偿随光照变化速率明显减缓,边缘灰度接近饱和。因此将 15 级与 42 级分别界定为欠饱和与过饱和阈值,用以明确光照对像素定位精度影响的有效范围。基于此,选取补偿曲线斜率最大、光照变化引发测量偏差最显著的 15~28 级区间构建光照补偿函数,实现不同光强下的动态误差校正。

为验证补偿方法的有效性,本文选用德国 Leitz 坐标测量机标准测针球,标称直径分别为 1.5 mm,3 mm 及 5 mm,其实际直径分别为 1.499 4 mm,2.999 5 mm 及 4.999 4 mm。为避免将球体制造误差引入测量系统误差分析中,从而增加额外不确定性,本文采用实际直径作为基准值进行误差评估,从而确保分析的严谨性与精确性。

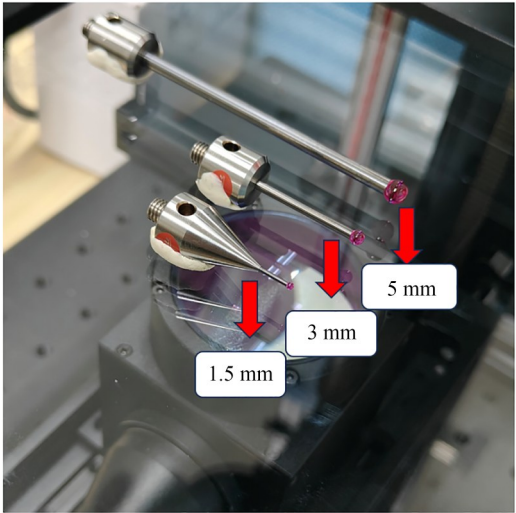


图 12 标准测针球

Fig. 12 Standard stylus ball

表 4 坐标测量机测球实测值与补偿值

Tab. 4 CMM probe ball actual vs. calibrated values

(μm)

直径		光强				
		15	18	20	25	28
1.5 mm	实测值	1 500.865	1 499.093	1 498.257	1 496.925	1 495.616
	光强补偿	1 500.889	1 500.424	1 500.393	1 500.853	1 500.419
3 mm	实测值	3 000.471	2 999.143	2 998.387	2 997.089	2 996.248
	光强补偿	3 000.495	3 000.475	3 000.521	3 000.996	3 001.052
5 mm	实测值	4 999.877	4 998.162	4 997.566	4 996.190	4 995.491
	光强补偿	4 999.902	4 999.494	4 999.702	5 000.096	5 000.295

应用标定后的实验平台对标准测针球进行检测,实测值和光强补偿后的结果如表4所示。实验结果表明,光强补偿函数能够有效修正由于光照强度变化引起的边缘沿法向方向的偏移误差。在所测试的多个光照强度区间内,补偿值与基准值之间的最大偏差控制在 $1.6\text{ }\mu\text{m}$ 内,显著提升了测量精度。因此,该误差补偿方法在实际物体尺寸检测中具有良好的应用前景,可满足高精度测量的需求。

5 结 论

本文围绕远心成像系统高精度标定与测量,提出并验证了两步标定及误差补偿方法。首先,针对径向、切向和薄棱镜畸变进行组合建模,发现径向+薄棱镜模型重投影误差最低,仅 0.059 pixels ,为高精度标定奠定基础。其次,将自适应双阈值Canny与高斯积分拟合结合,实现亚像素边缘检测,并通过WILS有效剔除噪声和畸变,精准恢复圆心坐标。进一步分析光强对边缘定位的影响,基于标定圆理论与实测尺寸差建立光

强-边缘偏移非线性补偿函数,并分别采用 $1.5, 3, 5\text{ mm}$ 标准测针球进行实验验证, $15\sim 28$ 级光照下测量,直径补偿值与基准值之间的最大偏差控制在 $1.6\text{ }\mu\text{m}$ 内,显著提升测量精度。

综上,本文所提出的基于亚像素边缘拟合与光照补偿的远心成像两步标定方法,可在多种畸变与光照条件下实现高精度标定与尺寸测量,具有良好的工程应用价值。

作者贡献声明:

袁竟:开展具体研究工作,提出测量算法,论文整体构思与撰写,系统阐述研究思路与成果;

林虎:负责测量实验方案设计,为论文写作提供指导,保障实验设计的科学性与论文逻辑的严谨性;

石照耀:凭借丰富经验对论文研究工作进行综合指导,确保研究内容的科学严谨性;

王宪:专注于算法可行性分析的指导工作,从理论层面验证方法的有效性;

杨国梁:积极协助实验开展,为实验顺利推进提供支持。

参考文献:

- [1] 张宗华,刘巍,刘国栋,等. 三维视觉测量技术及应用进展[J]. 中国图象图形学报, 2021, 26(6): 1483-1502.
ZHANG Z H, LIU W, LIU G D, *et al.* Overview of the development and application of 3D vision measurement technology [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2021, 26(6): 1483-1502. (in Chinese)
- [2] 王靖,魏亮,向文豪,等. 考虑圆形特征边缘模糊和偏心误差修正的高精度相机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(12): 369-379.
WANG J, WEI L, XIANG W H, *et al.* High-precision camera calibration method considering projected circular edge blur and eccentricity error[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2021, 50(12): 369-379. (in Chinese)
- [3] 鄢化彪,徐方奇,黄绿娥,等. 基于深度学习的多视图立体重建方法综述[J]. 光学精密工程, 2023, 31(16): 2444-2464.
YAN H B, XU F Q, HUANG L E, *et al.* Review of multi-view stereo reconstruction methods based on deep learning [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(16): 2444-2464. (in Chinese)
- [4] XIAO W F, ZHOU P, AN S Y, *et al.* Constrained nonlinear optimization method for accurate calibration of a bi-telecentric camera in a three-dimensional microtopography system [J]. *Applied Optics*, 2022, 61(1): 157-166.
- [5] KIM T Y, SHIN M H, CHANG R, *et al.* Development of image-space telecentric lens for intra-oral 3D scanner [J]. *Journal of the Optical Society of Korea*, 2015, 19(3): 303-310.
- [6] 李海,张宪民,陈忠. 基于直线检测的棋盘格角点自动提取[J]. 光学精密工程, 2015, 23(12): 3480.
LI H, ZHANG X M, CHEN Z. Automatic corner detection of checkerboard based on LSD [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(12): 3480. (in Chinese)
- [7] WU L F, ZHU J G, XIE H M, *et al.* Single-lens 3D digital image correlation system based on a bilateral telecentric lens and a bi-prism: Systematic error analysis and correction [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 87: 129-138.
- [8] TSAI R. A versatile camera calibration technique

- for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-344.
- [9] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [10] DATTA A, KIM J S, KANADE T. Accurate camera calibration using iterative refinement of control points[C]. 2009 *IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops. September 27-October 4, 2009, Kyoto, Japan*. IEEE, 2009: 1201-1208.
- [11] ZHU F P, LIU W W, SHI H J, *et al.* Accurate 3D measurement system and calibration for speckle projection method[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2010, 48(11): 1132-1139.
- [12] LI D, TIAN J D. An accurate calibration method for a camera with telecentric lenses[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, 51(5): 538-541.
- [13] CHEN Z, LIAO H Y, ZHANG X M. Telecentric stereo micro-vision system: calibration method and experiments[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2014, 57: 82-92.
- [14] YAO L S, LIU H B. A flexible calibration approach for cameras with double-sided telecentric lenses[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2016, 13(3): 82.
- [15] 段振云, 王宁, 赵文辉, 等. 基于点阵标定板的视觉测量系统的标定方法[J]. *光学学报*, 2016, 36(5): 151-159.
- DUAN Z Y, WANG N, ZHAO W H, *et al.* Calibration method based on lattice calibration plate in vision measurement system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 151-159. (in Chinese)
- [16] 李文杰, 刘伍浪, 王贝贝, 等. 基于标定参数修正的远心成像精密三维测量[J]. *光学精密工程*, 2025, 33(2): 165-175.
- LI W J, LIU W L, WANG B B, *et al.* Precision three-dimensional measurement method of telecentric imaging based on calibration parameter correction[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2025, 33(2): 165-175. (in Chinese)
- [17] 卢晓冬, 薛俊鹏, 张启灿. 基于圆心真实图像坐
- 标计算的高精度相机标定方法[J]. *中国激光*, 2020, 47(3): 304008.
- LU X D, XUE J P, ZHANG Q C. High camera calibration method based on true coordinate computation of circle center[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(3): 304008. (in Chinese)
- [18] 康朝海, 洪立, 任伟建, 等. 基于亚像素边缘检测和圆心修正补偿的高精度相机标定方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2024, 61(8): 146-154.
- KANG C H, HONG L, REN W J, *et al.* High-precision camera calibration method based on sub-pixel edge detection and circularity correction compensation[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2024, 61(8): 146-154. (in Chinese)
- [19] DUAN Y, HU P Y, DENG H W, *et al.* Flexible and simple telecentric camera calibration method[J]. *Applied Optics*, 2022, 61(32): 9625-9633.
- [20] 姜群, 吕钧瀚, 文立华, 等. 基于亚像素边缘检测的高精度相机标定方法[J]. *光学学报*, 2022, 42(20): 90-98.
- LOU Q, LÜ J H, WEN L H, *et al.* High-precision camera calibration method based on sub-pixel edge detection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(20): 90-98. (in Chinese)
- [21] LI H, LIAO Z, CAI W B, *et al.* Flexible calibration of the telecentric vision systems using only planar calibration target[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, 73: 5000610.
- [22] GONG X R, LV Y W, XU X P, *et al.* High-precision calibration of omnidirectional camera using an iterative method[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 152179-152186.
- [23] CHEN W M, WANG H X, TIAN H H, *et al.* The global pixel size calibration method for a dual telecentric imaging system based on a sphere array[J]. *Measurement*, 2025, 254: 117919.
- [24] GOODMAN J W. *Introduction to Fourier Optics* [M]. Roberts and Company publishers, 2005.
- [25] YE J, FU G K, POUDEL U P. High-accuracy edge detection with blurred edge model[J]. *Image and Vision Computing*, 2005, 23(5): 453-467.
- [26] 段振云, 王宁, 赵文辉, 等. 基于高斯积分曲线拟合的亚像素边缘提取算法[J]. *计量学报*, 2016, 37(4): 371-374.

DUAN Z Y, WANG N, ZHAO W H, *et al.* Algorithm of sub-pixel edge detection based on Gauss integral curve fitting[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2016, 37(4): 371-374. (in Chinese)

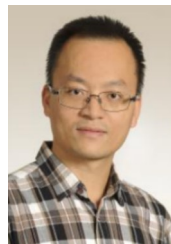
[27] GAVIN H P. The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems[J]. *Department of Civil and Environmental Engineering Duke University August*, 2019, 3: 1-23.

作者简介:



袁 竞(2001—),男,湖南娄底人,硕士研究生,2023年于湖南工业大学获得学士学位,主要研究方向为图像处理与机器视觉精密测量。E-mail: 1622856668@qq.com

通讯作者:



林 虎(1984—),广西玉林人,博士,副研究员,2007年于河海大学获得学士学位,2010年于北京工业大学获得硕士学位,2013年于北京工业大学获得博士学位,现就职于中国计量科学研究院,主要研究方向为齿轮计量。E-mail:linhu@nim.ac.cn