

文章编号 1004-924X(2025)19-3043-15

基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量

黄云鹏^{1,2}, 李 洋², 邱启帆^{2,3}, 董登峰^{1,2*}, 高豆豆^{1,2},
姜行健², 崔成君², 周维虎^{1,2}

(1. 中国科学院大学, 北京 101408;

2. 中国科学院 微电子研究所, 北京 100029;

3. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 211106)

摘要:针对大型高端精密制造技术领域对于复杂通视条件下几何特征的高精度测量需求,提出一种基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量方法。首先,分析了隐藏点坐标测量系统的结构与测量原理,并通过蒙特卡洛法分析了影响该系统测量结果不确定度的主要因素;其次,以惯性测量和单目视觉测量所得姿态数据为基础,针对姿态四元数融合过程中的插值路径最优化问题,提出了基于四元数球面线性插值的姿态数据融合方法,建立了惯性-视觉融合姿态解算方案;然后,设计了隐藏点坐标测量系统参数的标定方法;最后,搭建了实验装置并通过参数标定实验和隐藏点坐标测量实验验证了本文所提出方法的有效性和可靠性。实验结果表明:坐标系转换参数矩阵标定结果重复性偏差不超过 0.03° ,隐藏点测量靶标结构参数标定结果的重复性偏差小于 $45\text{ }\mu\text{m}$ 。基于参数标定结果,应用惯性-视觉融合姿态解算方法求解隐藏点坐标,其坐标测量平均误差相对单目视觉方案降低了 60.63% ,在 10 m 内最大空间坐标测量误差不超过 $130\text{ }\mu\text{m}$ 。该方法能够适应典型精密制造现场几何参数测量需求,具备良好的应用前景。

关键词:单目视觉;隐藏点坐标测量;惯性测量单元;融合姿态解算

中图分类号:TH721;TH744 **文献标识码:**A

doi:10.37188/OPE.20253319.3043 **CSTR:**32169.14.OPE.20253319.3043

Hidden point coordinate measurement based on inertial-visual fused attitude estimation

HUANG Yunpeng^{1,2}, LI Yang², QIU Qifan^{2,3}, DONG Dengfeng^{1,2*}, GAO Doudou^{1,2},
JIANG Xingjian², CUI Chengjun², ZHOU Weihu^{1,2}

(1. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101408, China;

2. Institute of Microelectronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;

3. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 211106, China)

* Corresponding author, E-mail: dongdengfeng@ime.ac.cn

Abstract: In response to the need for high-precision geometric feature measurement under complex inter-visibility conditions in large-scale advanced precision manufacturing, a hidden-point coordinate measurement method based on inertial-visual fused attitude estimation is proposed. The system architecture and

收稿日期:2025-07-01;修订日期:2025-07-22.

基金项目:国家重点研发计划资助项目(No. 2023YFB3407900);XXX 激光跟踪仪

measurement principles for hidden-point coordinate determination are analyzed, and Monte Carlo simulations are conducted to identify the principal factors influencing measurement uncertainty. An attitude-fusion approach employing spherical linear interpolation (slerp) for quaternions is introduced to optimize interpolation paths during quaternion fusion, addressing challenges associated with attitude interpolation. On this basis, an inertial - visual fused attitude estimation algorithm is developed. Calibration procedures for the parameters of the hidden-point measurement system are then formulated. An experimental setup is implemented to validate the effectiveness and reliability of the proposed method through parameter calibration and hidden-point coordinate measurement experiments. Experimental results indicate that the repeated calibration deviation of the coordinate transformation matrix remains below 0.03° , and the repeated calibration deviation of the structural parameter of the hidden-point target remains below $45\text{ }\mu\text{m}$, confirming the stability and reliability of the calibration procedures. Based on the calibration results, the inertial - visual fusion method reduces the mean hidden-point coordinate measurement error by 60.63% relative to the monocular-vision method, with the maximum spatial coordinate error kept within $130\text{ }\mu\text{m}$ over a 10 m range. These findings demonstrate that the proposed method meets the geometric measurement requirements of typical high-precision manufacturing environments and exhibits substantial practical potential.

Key words: monocular vision; hidden point coordinate measurement; inertial measurement unit; fused attitude estimation

1 引 言

随着现代工业技术的快速发展,大尺寸精密测量技术与装备在航空航天、汽车制造、船舶工业及轨道交通等工程领域的应用需求呈现出日益增长的态势^[1]。自 20 世纪 80 年代中期问世以来,激光跟踪仪作为一种典型的大尺寸光学测量仪器,凭借其测量精度高、范围大、适用性强等优点,成为大型精密部件制造与装配领域应用最广的现场测量装备^[2-4]。在现场复杂测量环境中,受到空间阻隔、自遮挡或互遮挡等因素影响^[5-6],被测对象无法满足激光跟踪测量所需光学通视条件的情况普遍存在,对其几何参数的准确测量存在较大困难。

为解决上述问题,科研人员提出了一系列专门用于非通视几何特征参数测量的隐藏点坐标测量技术方案。范宜艳^[7]等设计了基于全站仪、无衍射光姿态角传感器、激光测距传感器和角度编码器的组合测量系统,实现了对大尺寸隐藏区域的非接触式坐标测量。丁克良等^[8]提出了一种晃动基准杆隐藏点测量方法,通过基准杆绕过障碍物对待测点进行多角度测量并拟合三维球心,实现了快速且高精度的隐藏点坐标测量。

FARO 公司设计了由角锥棱镜、平面反射镜和测头组成的 Retro Probe^[9],利用测头中心点与角锥棱镜顶点相对于平面反射镜的对称性,通过跟踪测量反射镜中角锥棱镜顶点的坐标,实现了对隐藏特征的测量。瑞士 Leica 公司和美国 API 公司开发了基于手持式靶标的隐藏点坐标测量系统^[6-8],其中 Leica T-Probe 基于摄影测量原理实现姿态测量,API vProbe 结合激光准直测角与倾角传感器测量数据进行姿态解算。该系统通过六自由度激光跟踪仪测量靶标三维坐标及姿态,根据测量结果及靶标结构参数建立测头坐标解算模型,实现了对于非通视几何特征的测量。上述隐藏点测量技术方案对于拓展激光跟踪仪应用范围、提高现场检测效率具有重要意义,其中基于六自由度激光跟踪仪及隐藏点测量靶标的方案具有测量精度高、使用便捷等优势,具有较高的应用价值和发展前景。

在基于六自由度参数的隐藏点坐标测量方案中,隐藏点坐标测量精度与六自由度参数测量性能密切相关。目前,激光跟踪仪三维坐标测量技术已经趋于成熟,国内外典型激光跟踪仪产品如 Leica AT960、中国科学院微电子所的 LT6D 系列等均能够实现 $15\text{ }\mu\text{m}+6\text{ppm}$ 的坐标

测量精度^[10-11],相比之下,姿态测量技术及方案仍处于发展阶段。马国鹭等^[12]提出了一种基于非衍射光束的姿态测量技术,通过开孔角锥棱镜与倾角仪结合,实现了毫弧度级的姿态测量精度。邱启帆等^[13]结合开孔角锥棱镜与光电探测器,基于准直激光进行测量,实现了在 $\pm 5^\circ$ 的工作范围内姿态角误差不超过 0.011° 的高精度测量。高阳等^[14]提出了一种结合单目视觉与倾角仪的姿态测量系统,显著提高了俯仰角和滚转角的测量精度。张慧娟等^[15]针对单目视觉测量系统中的高精度姿态测量问题,提出了一种基于P4P矩形分布平面靶标和EPnP算法的结合方法,实现了在 $\pm 6^\circ$ 范围内小于 0.1° 的姿态测量误差。高豆豆等^[16]提出了结合作靶标几何特性、EPnP算法与SoftPOSIT算法的姿态测量方法,实现了在3~10 m内优于 0.065° 的姿态测量精度。

在上述姿态测量方案中,基于惯性器件的姿态测量不受距离限制,并且具备测量速度快、测量精度高等优点,但单一的惯性器件只能实现滚转角和俯仰角的高精度测量,其方位角数据漂移

难以得到准确校正^[17-18]。相比之下,基于视觉的姿态测量能够获取目标完整的三维姿态信息,但普遍存在测量范围不足、动态性能有限、环境光照条件要求严格等限制^[19],测量性能有待进一步提高。本文面向高精度隐藏点坐标测量需求,提出了一种基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量方法,通过融合惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)和单目视觉姿态测量模块测量数据优化姿态解算性能,实现高精度隐藏点坐标测量。

2 基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量模型

2.1 总体测量架构与数学模型

基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量系统如图1所示,由激光跟踪仪主机和隐藏点测量靶标组成,其中激光跟踪仪主机内置光栅编码器、激光测距模组和单目相机等模块,隐藏点测量靶标包含角锥棱镜、红外LED阵列及六轴IMU等部件。

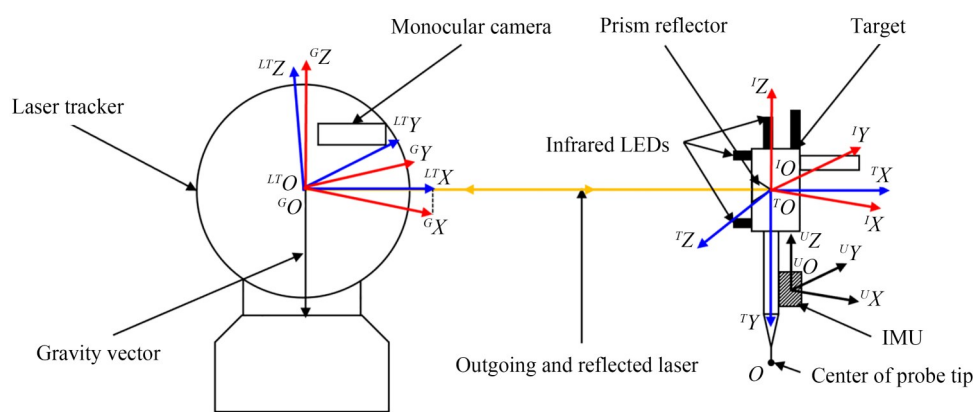


图1 隐藏点坐标测量系统架构

Fig. 1 Structure of hidden point coordinate measurement system

系统的基本测量原理是通过具有延伸式结构的隐藏点测量靶标测头对位于不具备通视条件区域的被测对象进行触测,以靶标测头中心点O的三维坐标作为相应的隐藏点坐标。具体而言,在测量过程中通过激光跟踪仪的高精度测距、二维测角功能得到靶标棱镜顶点三维坐标,

同时根据跟踪仪单目相机与靶标IMU模块输出数据的融合解算结果得到靶标姿态参数,结合靶标几何结构参数标定结果与隐藏点坐标解算模型,完成靶标测头中心点三维坐标求解。

由于测头中心点坐标解算过程涉及多个参考系之间的坐标变换,为便于分析描述,将测量

系统中各坐标系统一定义为右手笛卡尔坐标系,具体如下:

激光跟踪仪坐标系(LT 系):与激光跟踪仪基座相对固定的坐标系,仪器结构装调及系统补偿参数标定完成后即确定,在测量过程中保持不变,作为测量系统中的全局参考坐标系。

激光跟踪仪重力基准坐标系(G 系):与 LT 系原点重合,其 $^G Z$ 轴与重力方向相反, $^G X$ 轴为 LT 系 $^{LT} X$ 轴在 G 系 $^G X^G O^G Y$ 平面上的投影, $^G Y$ 轴方向由右手定则确定。

LED基准靶标坐标系(T 系):以隐藏点测量靶标角锥棱镜顶点为原点,其坐标轴方向由靶标红外LED阵列排布决定,该坐标系与测量靶标结构相对关系固定不变。

IMU基准靶标坐标系(I 系):以隐藏点测量靶标角锥棱镜顶点为原点,其坐标轴平行于图1

$${}^I T A = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: ψ, θ, ϕ 分别为 LT 系到 I 系旋转变换相对应的方位角、俯仰角和滚转角。

在上述测量系统中,单目视觉姿态测量模块输出结果为 LT 系到 T 系的旋转矩阵 ${}^T T A$,IMU模块输出结果为 G 系到 I 系的旋转矩阵 ${}^G I A$,激光跟踪仪通过其内置电子水平仪调平后 LT 系与 G 系重合,此时旋转矩阵 ${}^G I A$ 即为 ${}^I T A$,在不考虑测量误差的情况下,矩阵 ${}^T T A$ 与 ${}^I T A$ 存在以下关系:

$${}^T T A \bullet {}^T R = {}^I T A, \quad (3)$$

式中: T 系到 I 系的旋转矩阵 ${}^T R$ 是与靶标结构有关的固定参数,可通过标定方式确定,利用该表达式可将单目视觉姿态测量模块和IMU模块输出的姿态数据转换至同一参考系,再通过数据融合算法解得靶标姿态矩阵的最优估计 ${}^I T \hat{A}$ 。

综上所述,基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量系统工作流程如图2所示,主要

所示IMU模块敏感轴定义的IMU坐标系 ${}^U O^U X^U Y^U Z$ 。在测量模型中,将 I 系定义为靶标坐标系,该坐标系与靶标结构相对固定,并且与 T 系之间存在固定的姿态变换关系。

基于上述各坐标系定义,靶标测头中心点 O 的坐标解算表达式如下:

$$\begin{bmatrix} {}^{LT} x_O \\ {}^{LT} y_O \\ {}^{LT} z_O \end{bmatrix} = {}^I T A \bullet \begin{bmatrix} {}^I x_O \\ {}^I y_O \\ {}^I z_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{LT} x_P \\ {}^{LT} y_P \\ {}^{LT} z_P \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: $({}^{LT} x_O, {}^{LT} y_O, {}^{LT} z_O)$ 为靶标测头中心点 O 的全局坐标,为待测量; $({}^I x_O, {}^I y_O, {}^I z_O)$ 为靶标测头中心点 O 在 I 系下的坐标,是与靶标结构相关的固定参数,需要事先通过标定方式获取; $({}^{LT} x_P, {}^{LT} y_P, {}^{LT} z_P)$ 为激光跟踪仪直接测量得到的靶标棱镜顶点 P 的全局坐标; ${}^I T A$ 为全局坐标系 LT 到 I 系的旋转变换矩阵,表达式如下:

包括以下环节:

(1)采用激光跟踪仪获取隐藏点测量靶标棱镜顶点坐标 $({}^{LT} x_P, {}^{LT} y_P, {}^{LT} z_P)$;

(2)同时获取IMU模块和单目视觉测量模块的姿态测量数据,并根据式(3)进行坐标系统一;

(3)对上述两组姿态数据进行融合解算,得到靶标姿态的最优估计 ${}^I T \hat{A}$;

(4)将 $({}^{LT} x_P, {}^{LT} y_P, {}^{LT} z_P), {}^I T \hat{A}$ 和事先标定得到的靶标结构参数 $({}^I x_O, {}^I y_O, {}^I z_O)$ 代入式(1),解算得到隐藏点测量靶标测头中心点三维坐标 $({}^{LT} x_O, {}^{LT} y_O, {}^{LT} z_O)$ 。

2.2 隐藏点靶标测头中心点坐标测量不确定度分析

根据式(1)可得隐藏点测量靶标测头中心点 O 的三维坐标轴分量表达式如下:

$$\begin{cases} {}^{LT} x_O = -{}^I x_O \sin \psi + {}^I y_O \sin \theta \cos \phi + {}^I z_O \cos \theta \cos \phi + {}^{LT} x_P \\ {}^{LT} y_O = {}^I x_O (-\cos \phi \cos \psi) + {}^I y_O (\sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + {}^I z_O (-\sin \phi \sin \theta - \cos \phi \cos \theta \sin \psi) + {}^{LT} y_P \\ {}^{LT} z_O = {}^I x_O (-\sin \phi \cos \psi) + {}^I y_O (-\cos \phi \cos \theta - \sin \phi \sin \theta \sin \psi) + {}^I z_O (\cos \phi \sin \theta - \sin \phi \cos \theta \sin \psi) + {}^{LT} z_P \end{cases} \quad (4)$$

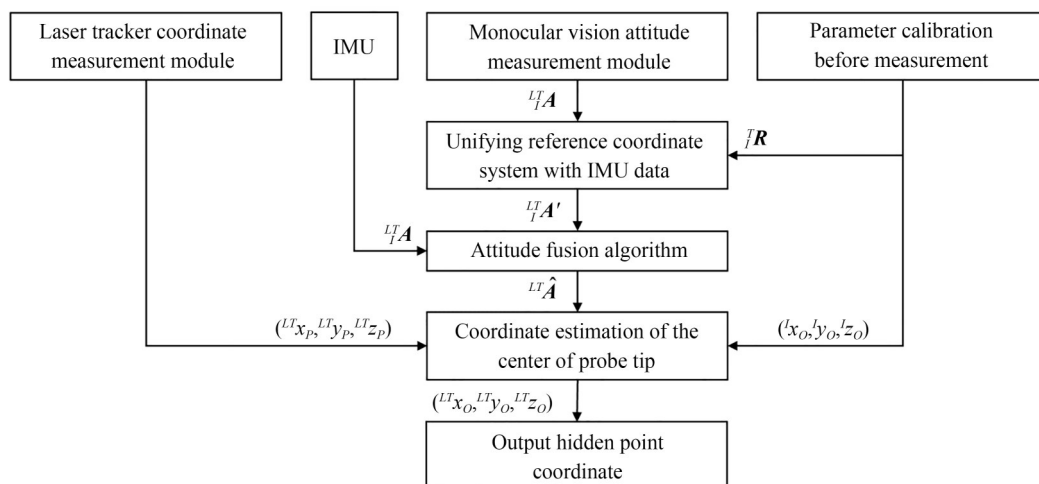


图2 基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量系统的工作流程

Fig. 2 Flowchart of hidden point coordinate measurement system based on inertial-vision fused attitude estimation

由于测量表达式相对复杂,本文采用蒙特卡罗法对靶标测头中心点坐标测量不确定度进行定量分析,实施步骤如下:

(1)以给定的靶标棱镜顶点坐标、靶标结构参数及靶标姿态角作为输入样本,通过式(1)计算得到一系列靶标测头中心点坐标参考值,构建参考数据集 S_r ;

(2)对于 S_r 中的数据,分别向靶标棱镜顶点坐标、靶标结构参数及靶标姿态角引入服从正态分布的随机误差,将误差的标准差作为标准测量不确定度,再根据式(1)计算包含噪声的靶标测头中心点坐标输出结果,建立模拟测量数据集 S_m ;

(3)以 S_r 中的靶标测头中心点坐标作为参考值,计算 S_m 中相应的靶标测头中心点坐标分量的模拟测量误差,得到模拟测量误差数据集 S_e ;

(4)统计 S_e 全部样本的标准差,作为靶标测头中心点坐标分量测量结果的标准不确定度评定结果。

其中,输入样本参数如下:靶标棱镜顶点坐标分别为 $(3\,000\text{ mm}, 0, 0)$, $(5\,000\text{ mm}, 0, 0)$, $(10\,000\text{ mm}, 0, 0)$;靶标结构参数为 $(0, 300\text{ mm}, 0)$;姿态角参数为在 $\phi, \theta \in [-30^\circ, +30^\circ]$, $\phi \in [-180^\circ, +180^\circ]$ 内随机生成的 10^6 组数据。

由于激光跟踪仪坐标标准测量不确定度 σ_p 和靶标结构参数标定最大重复性定位标准不确

定度 σ_{10} 未表现出显著的各向异性特征,假设各坐标分量误差相互独立且同分布。模拟测量数据集中各参量引入的误差参数如下:激光跟踪仪坐标测量结果扩展不确定度 $(k=3)$ 为 $15\text{ }\mu\text{m} + 6 \times 10^{-6}$,则坐标分量误差标准差为 $(15\text{ }\mu\text{m} + 6 \times 10^{-6})/3\sqrt{3}$;靶标结构参数标定重复性定位扩展不确定度 $(k=3)$ 为 $50\text{ }\mu\text{m}$,则靶标结构参数坐标分量误差标准差为 $50\text{ }\mu\text{m}/3\sqrt{3}$;靶标姿态角各分量测量结果扩展不确定度 $(k=3)$ 为 0.03° ,令姿态角分量标准差以 0.002° 为增量,在 $(0 \sim 0.03^\circ)/3$ 内均匀取值,以此建立姿态标准测量不确定度 σ_A 与靶标测头中心点坐标分量标准测量不确定度 σ_o 之间的定量关系。

测量不确定度分析结果如图3所示,结果表明,各坐标分量标准测量不确定度的差异小于 $10\text{ }\mu\text{m}$,且姿态测量不确定度与测头中心点坐标测量不确定度呈正相关关系。根据式(4),测头中心点坐标测量不确定度具有多误差源相互耦合、误差传递过程复杂的特性。而分析结果表明, $\sigma_p = \sigma_{10} = 0$ 时测头中心点坐标测量的不确定度与二者正常取值时的差值在 $20\text{ }\mu\text{m}$ 以内,且差值随姿态测量不确定度的增大而显著减小。由此可见,靶标姿态测量不确定度是影响测头中心点坐标测量结果的主要因素。因此提高靶标姿态测量精度,是实现高精度隐藏点坐标测量的关键。

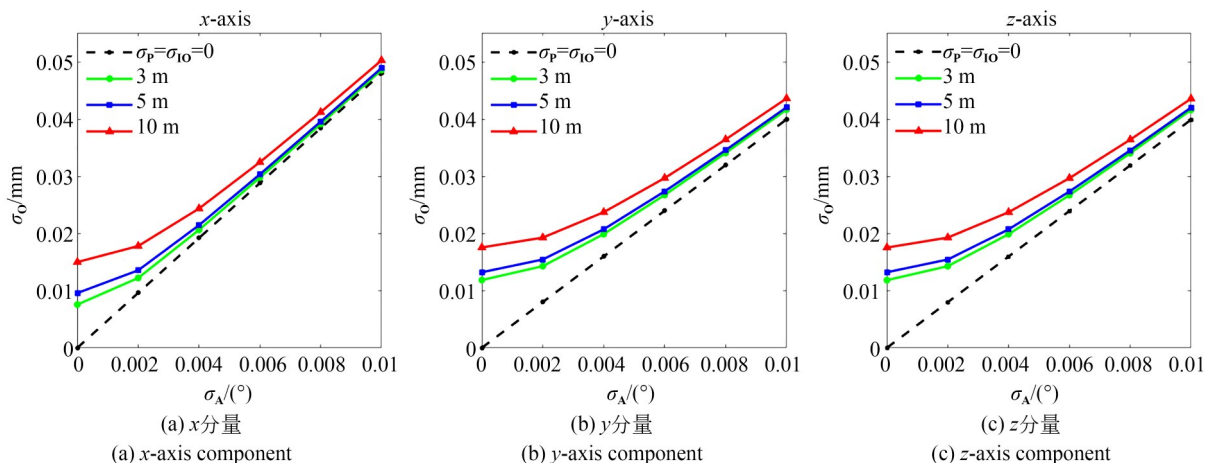


图3 靶标测头中心点各坐标分量的标准测量不确定度分析结果

Fig. 3 Standard measurement uncertainty analysis for coordinate component of center of probe tip

3 惯性-视觉融合姿态解算

3.1 惯性与视觉测量模块姿态解算算法

为实现惯性-视觉融合姿态解算,首先需基于IMU模块与单目视觉姿态测量模块的原始数据分别解算隐藏点测量靶标的姿态矩阵。

3.1.1 基于IMU的姿态解算算法

本文采用集成三轴陀螺仪和三轴加速度计的MEMS-IMU器件作为IMU姿态测量模块,为降低器件随机噪声、零偏及外界环境扰动等因素影响,采用小波降噪方法对IMU原始数据进行预处理。该方法通过多尺度分析分离信号中的噪声与有效成分,同时保留原始信号的特征,特别适用于非平稳信号的处理。本系统中采用的小波降噪分解层数为3层,小波基为db2,阈值计算规则为Sqrtwolog,阈值函数为硬阈值函数。

为降低IMU器件中陀螺仪的零偏误差、积分累积误差以及加速度计随机噪声等因素对姿态测量结果的影响,利用陀螺仪与加速度计传感数据的频域互补特性,采用互补滤波算法对IMU器件原始输出数据进行融合解算。首先,基于加速度计输出 a 和重力矢量在载体坐标系的分量 d 计算误差修正向量 e :

$$e = a \times d = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

之后,通过PI控制修正MEMS陀螺仪输出的角速率,并利用修正后的角速率更新姿态四元

数得到 k 时刻的靶标姿态四元数 q_k :

$$q_k = q_{k-1} + \frac{1}{2} \left[q_{k-1} \otimes \left(\omega_k + k_p e_k + k_i \sum_{n=1}^k e_n \Delta t \right) \right] \Delta t, \quad (6)$$

其中: ω_k 为 k 时刻陀螺仪输出的角速率, e_k 为 k 时刻的误差修正向量; k_p, k_i 为PI控制器的比例增益和积分增益; Δt 为IMU数据采集时间间隔。

3.1.2 基于单目视觉测量的姿态解算算法

本文采用文献[16]中所述方法实现基于单目视觉的靶标姿态参数解算。单目视觉姿态测量模块通过单目视觉相机获取隐藏点测量靶标LED特征点的二维图像信息,根据提取得到的特征点二维图像坐标解算靶标姿态,利用EPnP算法^[20]获取初始姿态信息,确保后续迭代算法能够正确收敛,并通过SoftPOSIT算法^[21]进行特征点匹配优化,提高姿态解算精度。针对姿态解算存在异常值的问题,引入自动监测纠错机制。当解算距离与激光跟踪仪实测距离差值超过预设阈值时触发纠错程序,提高测量结果可靠性。姿态解算完成后,将所得数据转换至 LT 系并作为结果输出,该转换过程如下:

$${}^L_T A = {}^L_T R \cdot {}^C_T A, \quad (7)$$

其中: ${}^C_T A$ 为基于靶标LED特征点图像坐标解算得到的隐藏点测量靶标姿态矩阵, ${}^L_T R$ 为将解算结果转换至 LT 系的姿态变换矩阵,该矩阵可以通过系统坐标系标定所得参数与激光跟踪仪光栅编码器输出的方位角和俯仰角计算得到。

3.2 惯性-视觉测量数据融合算法

对于上述两类姿态测量模块,IMU测量模块的俯仰角和滚转角输出结果在互补滤波过程中经重力修正,具有较高的精度,但由于缺少方位参考基准,无法得到准确的方位角测量结果。视觉测量模块的姿态测量精度低于IMU模块,但其中包含完整的三维姿态信息。针对该问题,根据式(3)对两组姿态数据统一参考系后进行融合解算,通过整合IMU测量模块与视觉测量模块的输出数据,利用IMU测量模块提供的高精度俯仰和滚转姿态数据改善单一视觉姿态测量精度,同时保持姿态测量维度的完整性,以此提升隐藏点坐标测量精度。

为避免基于欧拉角的融合方法存在的万向节锁、测量边界附近角度跳变引起融合误差等问题,本文采用四元数插值方法进行数据融合,得到连续平滑的融合结果。四元数插值一般公式为:

$$q_f = a(\alpha)q_0 + b(\alpha)q_c, \quad (8)$$

其中: q_f 为融合后的靶标姿态四元数, q_0 为根据视觉测量模块输出结果转换得到的姿态四元数, q_c 为基于IMU模块俯仰角、滚转角测量结果与视觉模块方位角测量结果联合构造的校正四元数, $a(\alpha)$ 和 $b(\alpha)$ 为基于权重因子 α 的权重函数,用于调节两种测量模块数据的融合比例。

在四维空间中,每个三维姿态均可唯一映射至四元数超球面上的一个单位四元数,据此可将多源测量模块姿态数据融合问题转化为在四元数超球面上寻找最优插值路径的数学问题,如图4所示,其本质是寻找连接两个四元数的测地线。从黎曼几何角度来看,该测地线

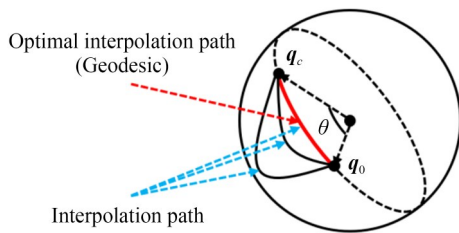


图4 最优插值路径示意图

Fig. 4 Sketch map of optimal interpolation path

对应于超球面上两个四元数间夹角 θ 所确定的弧长路径,因此需要以 θ 为基础,构建插值算法。

为解决上述问题,本文提出基于四元数球面线性插值(Spherical Linear Interpolation, SLERP)的多源测量模块姿态数据融合方法,其核心思想是沿四维超球面测地线进行插值,通过将权重因子 α 设置为四元数间夹角 θ 的比例因子来控制插值比例,如图5所示。SLERP在运算过程中严格满足单位四元数约束条件,能够避免额外的归一化操作,同时可以保证插值路径沿超球面测地线均匀分布^[22]。

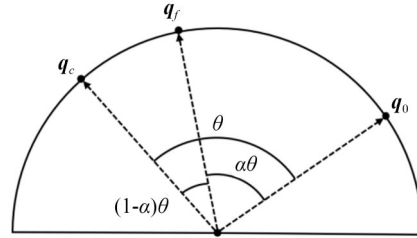


图5 SLERP算法示意图

Fig. 5 Sketch map of SLERP

在SLERP姿态融合算法中,权重因子 α 和四元数间夹角 θ 满足如下关系:

$$\begin{cases} \cos \theta = q_0 \bullet q_c \\ \cos(\alpha\theta) = q_0 \bullet q_f \\ \cos[(1-\alpha)\theta] = q_c \bullet q_f \end{cases} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8),求解权重函数,得到基于SLERP的姿态四元数融合算法表达式为:

$$q_f = \begin{cases} \frac{\sin[(1-\alpha)\theta]}{\sin \theta} q_0 + \frac{\sin(\alpha\theta)}{\sin \theta} q_c & q_0 \bullet q_c \geq 0 \\ \frac{\sin[(1-\alpha)\theta]}{\sin \theta} q_0 + \frac{\sin(\alpha\theta)}{\sin \theta} (-q_c) & q_0 \bullet q_c < 0 \end{cases} \quad (10)$$

在上述算法的实现过程中,若 $q_0 \bullet q_c < 0$,将导致 $\theta = \arccos(q_0 \bullet q_c) > 90^\circ$,此时插值路径会沿四维超球面测地线所在大半圆的长弧进行,偏离最优路径,如图6所示。为解决该问题,需要进行符号校正处理,若两四元数点积为负值,则将其其中一个四元数取反,从而确保 $\theta < 90^\circ$,使后续插

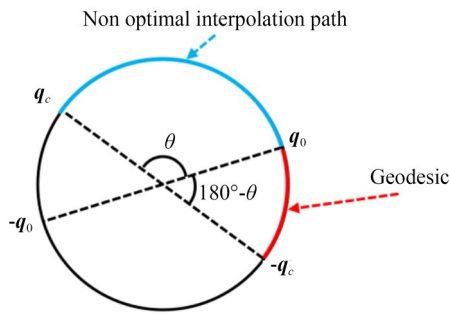


图 6 非最优插值路径示意图

Fig. 6 Sketch map of non-optimal interpolation path

值过程沿四维超球面测地线进行。根据四元数性质,上述符号校正处理过程不会改变该四元数所对应的姿态。

上述融合算法中权重因子如下:

$$\alpha = \frac{1/\sigma_l^2}{1/\sigma_l^2 + 1/\sigma_v^2}, \quad (11)$$

其中: σ_v, σ_l 分别为单目视觉姿态测量模块和 IMU 测量模块的测量不确定度,其具体数值由设

备自身精度等级确定。通过式(11)方式确定权重因子,能够使精度较高的测量数据在融合过程中权重更高,从而保证融合算法达到最优估计性能。

3.3 惯性-视觉融合姿态解算算法流程

惯性-视觉融合姿态解算算法流程如图 7 所示。IMU 模块与单目视觉姿态测量模块同时采集靶标姿态数据,其中 IMU 模块首先通过小波降噪算法对陀螺仪和加速度计原始数据进行数据预处理,再采用互补滤波算法计算姿态四元数,并将结果转换为姿态矩阵输出。单目视觉姿态测量模块根据靶标特征点的二维图像坐标信息,结合 EPnP 算法与 SoftPOSIT 算法解算得到靶标姿态,经自动纠错程序剔除异常值后,将姿态测量结果转换至 LT 系并输出。基于上述两组姿态测量结果,统一测量数据的参考系后构造原始姿态四元数和校正四元数,基于 SLERP 算法实现数据融合,将融合后的四元数转换为姿态矩阵,作为惯性-视觉融合姿态解算算法的最终输出。

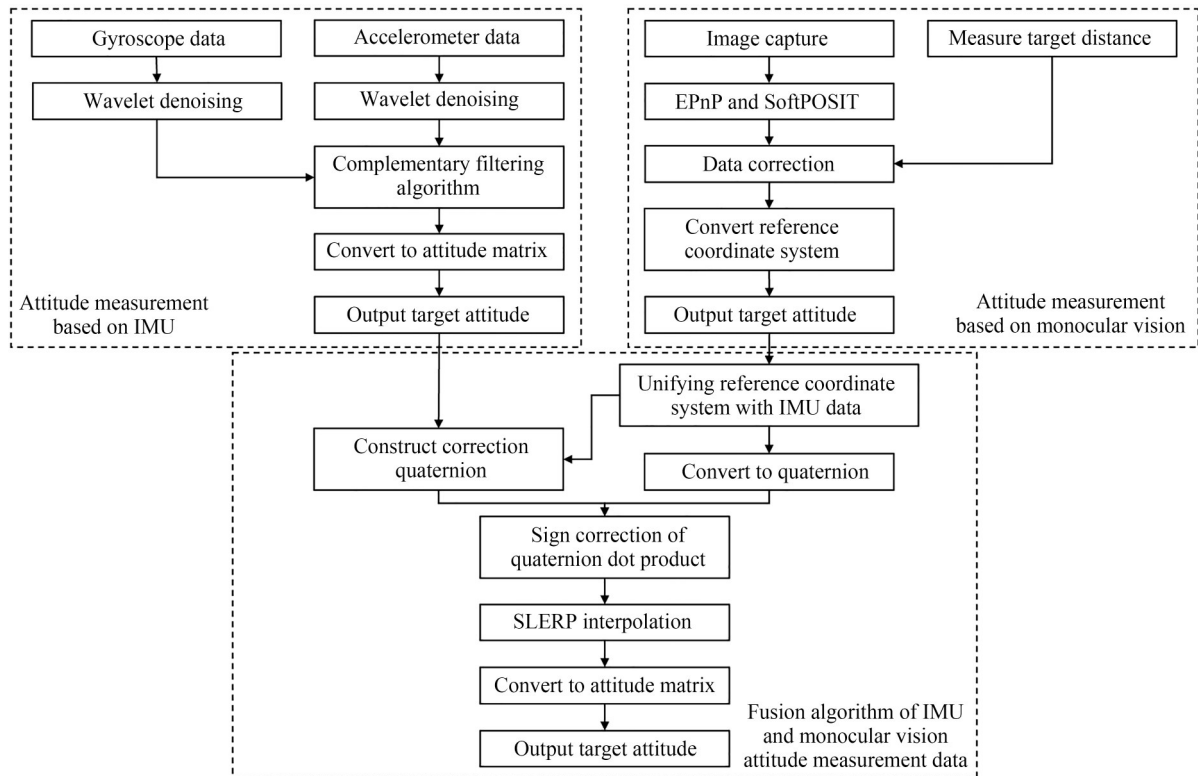


图 7 惯性-视觉融合姿态解算算法流程

Fig. 7 Flowchart of inertial-visual fused attitude estimation algorithm

4 隐藏点坐标测量系统参数标定

4.1 基于重力矢量约束的参数矩阵标定

参数矩阵 ${}^I R$ 为靶标 LED 基准靶标坐标系 (T 系) 到 IMU 基准靶标坐标系 (I 系) 的固定旋转矩阵, 但 IMU 模块缺少可靠的方位角测值, 无法直接利用式 (3) 根据 IMU 模块和视觉测量模块输出结果进行标定, 因此本文设计了基于重力矢量约束的标定方法, 无需 IMU 方位角信息即可完成参数矩阵 ${}^I R$ 的标定。

在进行标定前, 使用激光跟踪仪内置的高精度电子水平仪进行精密调水平, 使 LT 系与 G 系

$${}^I g = {}^{LT} A \cdot {}^{LT} g = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \phi \\ -\cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (14)$$

类似地, T 系下归一化重力矢量 ${}^T g$ 也存在形如式 (13)~式 (14) 的表达式。

由式 (3) 和式 (13) 可得标定方程:

$${}^T R \cdot {}^I g = {}^T g, \quad (15)$$

其中: ${}^I g, {}^T g$ 只与俯仰角和滚转角测量结果有关, 因此通过该方法标定参数矩阵 ${}^T R$ 过程无需使用方位角数据。通过调整靶标姿态, 在 $n \geq 3$ 个不同的姿态下获取 IMU 模块和视觉测量模块输出的姿态数据, 可以构建如下超定线性方程组:

$${}^T R \cdot [{}^I g_1 \cdots {}^I g_n] = [{}^T g_1 \cdots {}^T g_n]. \quad (16)$$

通过奇异值分解求解式 (16) 的最小二乘解, 即可得到参数矩阵 ${}^T R$ 的最优估计 ${}^T \hat{R}$ 。

4.2 靶标结构参数标定

靶标结构参数 (${}^I x_O, {}^I y_O, {}^I z_O$) 即为 I 系下测头中心点 O 的坐标, 如图 8 所示。

根据式 (1), 靶标结构参数满足如下关系式:

$${}^{LT} \hat{A} \cdot \begin{bmatrix} {}^I x_O \\ {}^I y_O \\ {}^I z_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{LT} x_O \\ {}^{LT} y_O \\ {}^{LT} z_O \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^{LT} x_P \\ {}^{LT} y_P \\ {}^{LT} z_P \end{bmatrix}. \quad (17)$$

标定靶标结构参数时, 首先将反射球 (Spherical Mounted Retroreflector, SMR) 安装在与光学平台刚性固定的磁性球座中, 使用激光

重合, 水平仪精度为 $1'' (0.00028^\circ)$, 与 0.01° 量级的姿态角测量精度相比, 其引入的影响可忽略不计。定义此时 LT 系下归一化重力矢量 ${}^{LT} g$ 为:

$${}^{LT} g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

由旋转矩阵的性质可知, 隐藏点测量靶标在 LT 系下的姿态矩阵 ${}^{LT} A$ 与 I 系下归一化重力矢量 ${}^I g$ 的乘积等于 ${}^{LT} g$:

$${}^{LT} A \cdot {}^I g = {}^{LT} g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由式 (2) 和式 (13) 可得, ${}^I g$ 的表达式为:

$$\begin{bmatrix} \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \phi \\ -\cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (14)$$

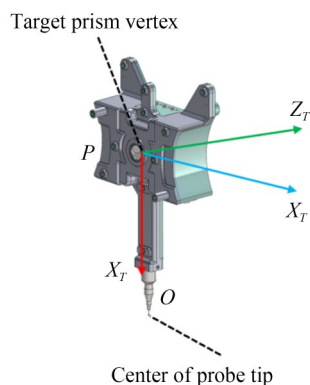


图 8 靶标结构参数几何关系示意图

Fig 8 Sketch map of geometric relationship of target structure parameters

跟踪仪测量 SMR 球心的三维坐标, 再将 SMR 更换为图 9 所示的 6 mm 测头标定球, 该标定球外径与 SMR 一致, 内部为锥面结构。当直径为 6 mm 的测头紧贴标定球锥面时, 测头中心与标定球球心重合, 该坐标与 SMR 球心三维坐标相同。

获取测头中心点 O 在 LT 系下的坐标后, 通过调整靶标姿态, 得到 $n \geq 3$ 个不同姿态下靶标棱镜顶点 P 的三维坐标和靶标姿态的最优估计,

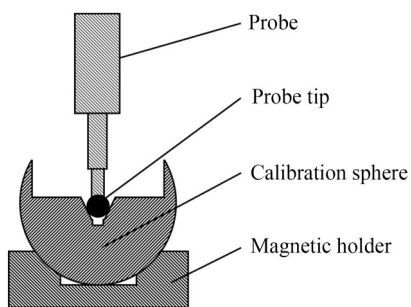


图9 标定球剖面图

Fig. 9 Cross-sectional view of calibration sphere

建立的超定线性方程组如下:

$$\begin{bmatrix} {}^L\hat{A}_1 \\ \vdots \\ {}^L\hat{A}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^I x_O \\ {}^I y_O \\ {}^I z_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^L x_O - {}^L x_{P,1} \\ {}^L y_O - {}^L y_{P,1} \\ {}^L z_O - {}^L z_{P,1} \\ \vdots \\ {}^L x_O - {}^L x_{P,n} \\ {}^L y_O - {}^L y_{P,n} \\ {}^L z_O - {}^L z_{P,n} \end{bmatrix} \quad (18)$$

通过奇异值分解求得式(18)的最小二乘解,即可得到靶标结构参数的最优估计 $({}^I\hat{x}_O, {}^I\hat{y}_O, {}^I\hat{z}_O)$ 。

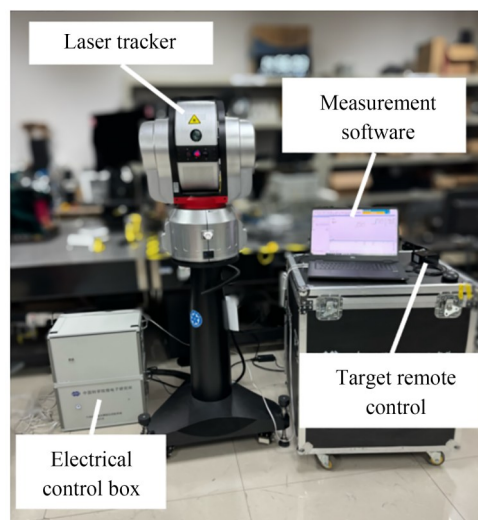
5 实验与结果分析

5.1 实验装置

为验证本文所提出方法的可行性和有效性,搭建了隐藏点坐标测量实验装置,该装置由图10(a)所示的六自由度激光跟踪仪主机、激光跟踪仪电控箱、测控软件和靶标控制器以及图10(b)所示的隐藏点测量靶标组成。其中,激光跟踪仪为课题团队自研的LT6D型激光跟踪仪,其内部集成三维坐标测量功能与单目视觉姿态测量模块。隐藏点测量靶标主要由角锥棱镜、红外LED阵列、六轴IMU、测头及精密连接器等部件组成。其中,IMU的型号为FSS-IMU6132B,其姿态角扩展测量不确定度($k=3$)为 0.01° 。

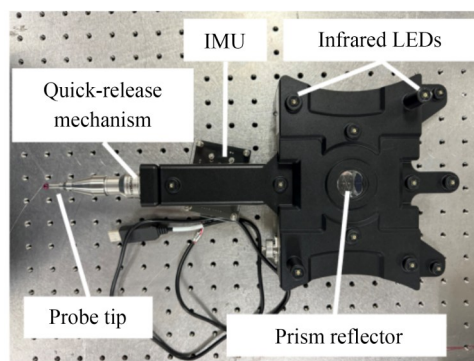
5.2 参数矩阵标定实验

参数矩阵 ${}^T\mathbf{R}$ 标定实验装置如图11所示,将隐藏点测量靶标固定在具备高度、角度调节及锁定功能的可调工装上,在测量过程中锁定工装方位和滚转方向的调节机构,使靶标仅保留俯仰方向和高度的调整自由度,通过将测头放置于标定



(a) 激光跟踪仪主机及测控组件

(a) Laser tracker host and measurement control module



(b) 隐藏点测量靶标

(b) Hidden point measurement target

图10 隐藏点坐标测量实验装置

Fig. 10 Experimental equipment of hidden point coordinate measurement

球锥面上,利用锥面支撑与重力作用的平衡,能够确保测头与标定球锥面紧密接触的同时维持靶标位姿稳定。

实验前利用跟踪仪内置精密水平仪调节跟踪仪水平状态,实验步骤如下:

(1)将靶标置于距离跟踪仪4 m左右的位置,安装在调节工装上并锁定;

(2)分别记录当前状态下IMU模块和单目视觉测量模块输出的姿态数据;

(3)通过调节工装改变靶标姿态后重新锁定,在6个不同的靶标姿态下数据重复步骤(2);

(4)通过式(16)求解参数矩阵 ${}^T\mathbf{R}$ 的最优估计 ${}^T\hat{\mathbf{R}}$ 。

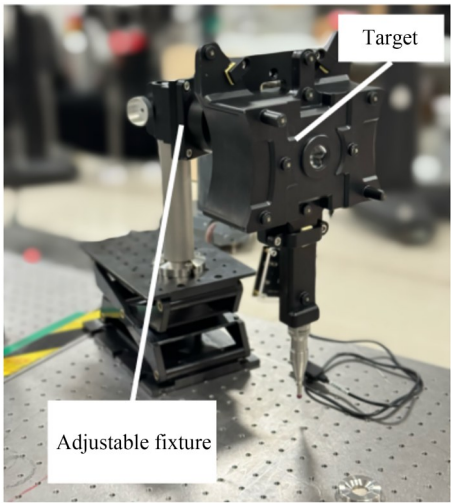


图 11 参数矩阵 ${}_I^T\hat{R}$ 标定实验装置

Fig. 11 Parameter matrix calibration experimental equipment

标定结果如下:

$${}_I^T\hat{R}=\begin{bmatrix}-0.796\ 792\ 86 & 0.604\ 227\ 00 & -0.005\ 531\ 65 \\ -0.604\ 252\ 34 & -0.796\ 759\ 98 & 0.007\ 244\ 11 \\ -0.000\ 030\ 35 & 0.009\ 114\ 50 & 0.999\ 958\ 32\end{bmatrix}.\tag{19}$$

根据式(3)对各组姿态测量数据中的视觉模块测量结果进行坐标系变换,计算变换后的俯仰角、滚转角与相应的 IMU 测量结果偏差,结果如表 1 所示。

表 1 基于标定数据集的姿态角测量偏差分析

Tab.1 Variance analysis of attitude measurement based on calibration dataset

Error statistics	Pitch	Roll
Mean value/mm	0.004 7	0.019 8
Maximum value/mm	0.010 8	0.036 3
Standard deviation/mm	0.002 9	0.012 0

由表 1 数据可知,经参数矩阵 ${}_I^T\hat{R}$ 变换后,IMU 模块与视觉测量模块俯仰角、滚转角测量结果的平均一致性偏差分别为 0.004 7°和 0.019 8°。结果表明,通过本文方法标定得到的参数矩阵能够将单目视觉测量模块的姿态测量数据准确地变换至 IMU 坐标系。

为评估标定结果的重复性,在相同条件下进行了五次独立重复标定实验,为便于直观对比,

将各次标定结果 ${}_I^T\hat{R}$ 按照外旋“Z-Y-X”的顺序转换为欧拉角,结果如表 2 所示。

表 2 参数矩阵重复标定实验结果

Tab.2 Results of repeated calibration of parameter matrix

Experiment number	Yaw/(°)	Pitch/(°)	Roll/(°)
1	−142.824 9	0.001 7	0.522 2
2	−142.816 3	−0.002 7	0.515 2
3	−142.823 5	0.008 9	0.529 1
4	−142.813 1	−0.014 2	0.501 1
5	−142.827 6	0.003 1	0.519 3
Maximum absolute deviation	0.014 5	0.023 0	0.027 9

实验结果表明,各次标定结果间最大绝对偏差值为 0.027 9°,表明本文标定方法具有良好的重复性,通过该方法能够得到可靠的参数矩阵最优估计结果 ${}_I^T\hat{R}$ 。

5.3 靶标结构参数标定实验

隐藏点测量靶标结构参数标定实验装置如图 12 所示,实验前通过跟踪仪内置精密水平仪调节水平,实验过程中通过调节工装固定角度,使靶标测头紧贴锥面。对于本文所采用的实验装置, σ_v 和 σ_l 取值分别为 0.01°和 0.003 3°,代入式(11)得到权重因子 α 的取值为 0.9。

实验步骤如下:

(1)在距离跟踪仪约 4 m 处固定磁性球座;

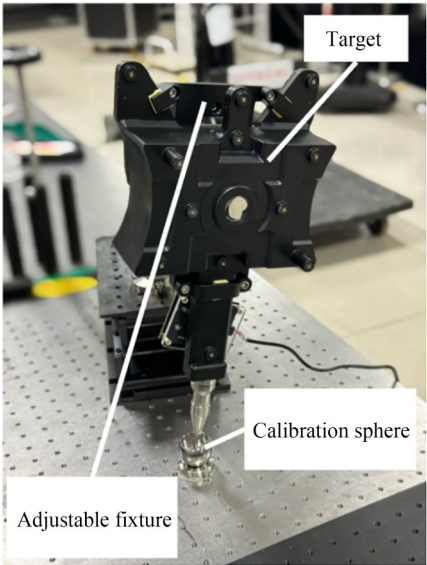


图 12 靶标结构参数标定实验

Fig. 12 Target structural parameters calibration experiment

(2)将 SMR 放置在球座上,通过激光跟踪仪测量 SMR 坐标,作为隐藏点坐标参考值;

(3)将标定球放置在同一球座上,通过可调工装固定靶标,使靶标测头紧贴标定球锥面;

(4)记录当前状态下靶标棱镜三维坐标、IMU 模块与单目视觉姿态测量模块的姿态数据;

(5)通过调节工装改变靶标姿态后重新锁定,在 6 个不同的靶标姿态下数据重复步骤(4);

(6)根据本文第 2 章方法融合求解靶标姿态,融合算法中权重因子 α 取 0.9;

(7)通过式(18)求解靶标结构参数的最优估计(${}^I\hat{x}_o$, ${}^I\hat{y}_o$, ${}^I\hat{z}_o$)。

靶标结构参数标定实验结果如表 3 所示。

表 3 靶标结构参数标定实验结果

Tab. 3 Results of target structural parameters calibration

Target structural parameter components	${}^I\hat{x}_o/\text{mm}$	${}^I\hat{y}_o/\text{mm}$	${}^I\hat{z}_o/\text{mm}$
Experimental results	-168.454 1	-224.861 8	10.201 7

表 5 靶标结构参数标定重复性实验结果

Tab. 5 Results of repeated calibration of target structural parameters

Experiment number	${}^I\hat{x}_o/\text{mm}$	${}^I\hat{y}_o/\text{mm}$	${}^I\hat{z}_o/\text{mm}$
1	-168.454 1	-224.861 8	10.201 7
2	-168.452 5	-224.847 4	10.167 7
3	-168.440 2	-224.830 7	10.162 1
4	-168.439 6	-224.830 2	10.159 9
5	-168.413 0	-224.820 9	10.204 4
Maximum absolute deviation	0.041 1	0.041 0	0.044 4

重复性实验结果表明,靶标结构参数标定结果各分量的最大绝对偏差小于 $45\text{ }\mu\text{m}$,表明标定结果具有良好的重复性,通过该方法能够得到可靠的靶标结构参数最优估计结果(${}^I\hat{x}_o$, ${}^I\hat{y}_o$, ${}^I\hat{z}_o$)。

5.4 隐藏点坐标测量实验

隐藏点坐标测量实验装置如图 12 所示,实验前利用跟踪仪内置精密水平仪调节水平。实验步骤如下:

(1)在距离跟踪仪约 3 m 处固定磁性球座;

(2)将 SMR 放置在球座上,通过激光跟踪仪测量 SMR 坐标,作为隐藏点坐标参考值;

表 4 基于标定数据集的隐藏点坐标解算残差分析

Tab. 4 Residual analysis of hidden point coordinate estimation based on calibration dataset (mm)

Error statistics	Residual error
Mean value	0.063 0
Maximum value	0.123 3
Standard deviation	0.030 9

将标定结果和实测数据代入式(1)进行求解,可以得到隐藏点坐标测量值,以隐藏点坐标测量值与参考值之间的欧氏距离作为标定数据集求解的残差,统计结果如表 4 所示。结果显示,使用标定数据集求解隐藏点坐标,残差平均值为 $63\text{ }\mu\text{m}$,表明本文标定方法所得靶标结构参数结果精度较高,能够满足隐藏点坐标高精度测量需求。

为验证标定结果的重复性,在相同条件下重复进行 5 次靶标结构参数标定实验,实验结果如表 5 所示。

(3)将标定球放置在同一球座上,通过可调工装固定靶标,使靶标测头紧贴标定球锥面;

(4)记录当前状态下靶标棱镜三维坐标、IMU 模块与单目视觉姿态测量模块的姿态数据;

(5)通过调节工装改变靶标姿态后重新锁定,在 6 个不同的靶标姿态下数据重复步骤(4);

(6)将磁性球座分别移动至距跟踪仪约 5 m 和 10 m 处,重复步骤(2)~(5);

(7)根据本文第 2 章方法融合求解靶标姿态,融合算法中权重因子 α 取 0.9;

(8)通过式(1)求解得到隐藏点坐标测量值;

(9)通过单目视觉姿态测量数据,根据式(1)求解基于单目视觉姿态测量的隐藏点坐标;

(10)计算步骤(8),(9)求得的隐藏点坐标测量值与参考值之间的欧氏距离,评估测量误差。

实验结果如表 6 所示。可以看出,基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量方法与单目视觉测量方案相比,在测量精度方面存在显著优势,其测量误差平均值降低了 60.63%,最大值降低了 63.28%,标准差降低了 70.35%。与此同时,本文方法隐藏点坐标测量误差未呈现与测量距离的正相关性,与单目视觉测量方案差异明显,表明本方法测量误差的主要来源是姿态测量的随机误差。本文提出的惯性-视觉融合姿态解算方法显著提升了靶标姿态测量的准确性和稳定性,进而大幅改善了隐藏点坐标测量的精度。

表 6 隐藏点坐标测量误差评估

Tab. 6 Evaluation of hidden point coordinate measurement error

Distance /mm	Inertial-visual fused method			Monocular vision method		
	Mean value /mm	Maximum value /mm	Standard deviation /mm	Mean value /mm	Maximum value /mm	Standard deviation /mm
3 176.619 6	0.092 7	0.124 1	0.016 4	0.163 9	0.295 1	0.087 6
5 249.100 3	0.069 3	0.128 0	0.040 3	0.186 1	0.311 6	0.087 2
11 518.384 7	0.064 6	0.088 6	0.018 4	0.225 6	0.321 2	0.078 5

6 结 论

本文面向大型精密设备制造装配现场复杂条件下的几何参数高精度测量需求,提出了一种基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量方法。通过建立隐藏点坐标测量模型,利用蒙特卡洛法分析了隐藏点坐标测量结果不确定度来源,提出了基于 SLERP 的惯性-视觉融合姿态解算方法,建立了测量系统参数标定方法,设计了基于六自由度激光跟踪仪和隐藏点测量靶标的实验装置,开展了参数标定实验和隐藏点坐标测量实验,验证了本文参数标定方法的有效性和可靠性,完成了对于本文隐藏点测量方法的精度评价。根据标定实验结果,坐标系转换后各测量模块姿态测量平均一致性偏差不超过 0.02°,坐标系转换参数矩阵标定结果重复性偏差不超过 0.03°。基于隐藏点靶标结构参数标定数据集的隐藏点坐标求解残差平均值为 63 μm,结构参数标定结果重复性偏差小于 45 μm,表明本文标定方法可靠性良好,能够为隐藏点坐标解算提供准确的参数。隐藏点坐标测量实验结果表明,基于惯性-视觉融合姿态解算的隐藏点坐标测量方法

精度性能显著优于单目视觉方案,其坐标测量误差平均值降低了 60.63%,在 10 m 内最大空间测量误差不超过 130 μm,能够满足典型精密工程现场测量需要,具有良好的应用前景。

后续将开展测量装置集成化研究,优化靶标结构稳定性和测量数据同步性以提高测量精度,改进参数标定方法、研究重力矢量自校准方法以提升工程现场测量效率和易用性,开发具备动态自适应调整 IMU 与视觉测量模块的权重分配功能的姿态数据融合算法,改善系统在视觉特征点短暂遮挡等复杂条件下的测量可靠性。

作者贡献声明:

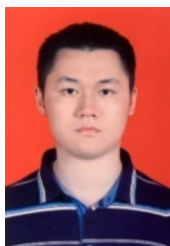
- 黄云鹏:方法设计,实验验证及数据分析,论文构思和撰写;
- 李洋:方案指导,论文审核与修订;
- 邱启帆:测控系统软硬件设计;
- 董登峰:方法指导,论文审核;
- 高豆豆:方法与系统设计;
- 姜行健:靶标结构优化;
- 崔成君:靶标设计;
- 周维虎:方案可行性分析,论文审核。

参考文献:

- [1] XIONG Z, HE J, CHANG L K, *et al.* On-site accuracy evaluation of laser tracking attitude measurement system[J]. *Optics Express*, 2023, 31(22): 37212-37228.
- [2] 杨文辉, 林嘉睿, 高扬, 等. 激光标靶位姿测量系统的建模与误差分析[J]. *纳米技术与精密工程*, 2015(4): 293-298.
- YANG W H, LIN J R, GAO Y, *et al.* Modeling and error analysis of laser target pose measurement system[J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2015(4): 293-298. (in Chinese)
- [3] WANG L, WU X L, KANG Z, *et al.* Sequential calibration of transmission ratios for joints of 6-DOF serial industrial robots based on laser tracker[J]. *Industrial Robot: the International Journal of Robotics Research and Application*, 2023, 50(6): 993-999.
- [4] 齐志军, 朱东辉, 罗涛, 等. 无需公共点的高精度激光跟踪仪自标定方法[J]. *红外与激光工程*, 2024, 53(2): 25-32.
- QI ZH J, ZHU D H, LUO T, *et al.* A high-precision self-calibration method for laser tracker without common points[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2024, 53(2): 25-32. (in Chinese)
- [5] MURALIKRISHNAN B, PHILLIPS S, SAWYER D. Laser trackers for large-scale dimensional metrology: a review[J]. *Precision Engineering*, 2016, 44: 13-28.
- [6] MAISANO D A, MASTROGIACOMO L, FRANCESCHINI F, *et al.* Dimensional measurements in the shipbuilding industry: on-site comparison of a state-of-the-art laser tracker, total station and laser scanner[J]. *Production Engineering*, 2023, 17(3): 625-642.
- [7] 范宜艳. 基于无衍射光的隐藏点空间坐标测量方法研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2016.
- FAN Y Y. *Spatial Coordinates Measurement for Hidden Parts Based on Non-diffracting Beam*[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2016. (in Chinese)
- [8] 丁克良, 张玺, 何振强, 等. 基于球心拟合的激光跟踪仪隐藏点高精度测量方法与精度分析[J]. *红外与激光工程*, 2024, 53(11): 130-138.
- DING K L, ZHANG X, HE ZH Q, *et al.* Hidden point measurement method of laser tracker and precision analysis based on sphere center fitting[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2024, 53(11): 130-138. (in Chinese)
- [9] LIU W L, OUYANG J F, QU X H, *et al.* Misalignment error calibration of faro retro probe for laser tracker system[J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, 5(5): 281-283.
- [10] 徐亚明, 郑琪, 管啸. Leica AT960 激光跟踪仪测量精度分析[J]. *测绘地理信息*, 2020, 45(1): 8-12.
- XU Y M, ZHENG Q, GUAN X. Precision analysis of leica AT960 absolute laser tracker[J]. *Journal of Geomatics*, 2020, 45(1): 8-12. (in Chinese)
- [11] 程智, 邱启帆, 李洋, 等. 激光跟踪仪主动对准靶标定位误差补偿方法研究[J]. *红外与激光工程*, 2025, 54(5): 146-156.
- CHENG ZH, QIU Q F, LI Y, *et al.* Research on the compensation method for positioning error of laser tracker active aiming target[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2025, 54(5): 146-156. (in Chinese)
- [12] MA G L, ZHAO B, FAN Y Y. Non-diffracting beam based probe technology for measuring coordinates of hidden parts[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, 51(5): 585-591.
- [13] 邱启帆, 程智, 高豆豆, 等. 基于准直激光的跟踪合作目标小范围二维姿态测量方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2024, 45(5): 188-196.
- QIU Q F, CHENG ZH, GAO D D, *et al.* Research on the small-range two-dimensional attitude measurement method of tracked cooperative target based on collimating laser[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2024, 45(5): 188-196. (in Chinese)
- [14] GAO Y, LIN J R, HE F Y, *et al.* A monocular vision and inclinometer combined system for 6DOF measurement of double shield TBM[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2016, 249: 155-162.
- [15] 张慧娟, 熊芝, 劳达宝, 等. 基于 EPNP 算法的单目视觉测量系统研究[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(5): 190-195.
- ZHANG H J, XIONG ZH, LAO D B, *et al.* Monocular vision measurement system based on EPNP algorithm[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(5): 190-195. (in Chinese)
- [16] 高豆豆, 董登峰, 邱启帆, 等. 面向激光跟踪测量的大范围高精度姿态测量[J]. *光学精密工程*,

- 2024, 32(7): 976-986.
- GAO D D, DONG D F, QIU Q F, *et al.* Large range automatic attitude measurement method for laser tracking measurement [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(7): 976-986. (in Chinese)
- [17] 何昆鹏. MEMS 惯性器件参数辨识及系统误差补偿技术[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009.
- HE K P. *Parametric Identification and Error Compensation of MEMS Inertial Sensors and IMU* [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009. (in Chinese)
- [18] 陈辉, 任志刚, 冯祖仁, 等. 基于 IMU 和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 2894-2902.
- CHEN H, REN ZH G, FENG Z R, *et al.* State estimation for diagonal support of quadruped robot based on IMU and kinematics[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(9): 2894-2902. (in Chinese)
- [19] LIN J R, XIN R K, SHI S D, *et al.* An accurate 6-DOF dynamic measurement system with laser tracker for large-scale metrology [J]. *Measurement*, 2022, 204: 112052.
- [20] LEPETIT V, MORENO-NOGUER F, FUA P. EPnP: an accurate $O(n)$ solution to the PnP problem [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2009, 81(2): 155-166.
- [21] DAVID P, DEMENTHON D, DURAISWAMI R, *et al.* SoftPOSIT: simultaneous pose and correspondence determination [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 59(3): 259-284.
- [22] XU J L, SUO Y, JIANG Y Q, *et al.* A fast algorithm for matching AIS trajectories with radar point data in complex environments [J]. *Remote Sensing*, 2024, 16(23): 4360.

作者简介:



黄云鹏(2000—),男,湖北武汉人,硕士研究生,2023年于武汉大学获得学士学位,主要从事光电精密测量方面的研究。E-mail: huangyunpeng24@ime.ac.cn

通讯作者:



董登峰(1981—),男,河南商丘人,博士,研究员,博士生导师,2012年于北京航空航天大学获得博士学位,主要从事光电测量、精密仪器与控制、视觉与 AI 信息处理等方面的研究。E-mail: dongdengfeng@ime.ac.cn