

文章编号 1004-924X(2025)23-3691-11

基于粒子滤波的 Stewart 平台正运动学求解

刘小平^{1,2}, 曾 海^{1,2}, 张立杰¹, 姜 雪^{1,2}, 陈泽宁^{1,2}, 陈夏非^{1,2*}

(1. 燕山大学 河北省重型机械流体动力传输与控制实验室, 河北 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学 机械工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: Stewart 平台的运动位姿估计对高精度控制至关重要, 但其正运动学问题由于位姿变量与驱动杆长之间的强耦合关系、求解方程的高度非线性以及奇异位形的存在而难以求解, 并且传统算法也常面临收敛性差与精度不稳定等挑战。为提高 Stewart 平台正运动学的求解稳定性与精度, 提出一种基于粒子滤波(Particle Filter, PF)的 Stewart 平台正运动学求解方法。该方法通过构建融合位姿与杆长参数的状态空间模型, 利用粒子滤波实现对系统状态的概率推断, 有效处理奇异区域附近的估计问题。MATLAB 仿真结果表明, 所提出算法相较于传统方法的平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE)降低 85.35%~99.43%, 均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)降低 86.98%~99.79%。该算法在复杂工况下保持准确的正运动学求解, 适应性与稳定性良好, 收敛性能优越, 具备较高的工程应用价值。

关键词: 并联机构; Stewart 平台; 正运动学; 粒子滤波; 强耦合系统; 非线性系统

中图分类号: TP242; TH112 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20253323.3691

CSTR: 32169.14.OPE.20253323.3691

Solution for forward kinematics of Stewart platform based on particle filter

LIU Xiaoping^{1,2}, ZENG Hai^{1,2}, ZHANG Lijie¹, JIANG Xue^{1,2}, CHEN Zening^{1,2}, CHEN Xiafei^{1,2*}

(1. Hebei Provincial Key Laboratory of Heavy Machinery Fluid Power Transmission and Control,
Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;

2. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

* Corresponding author, E-mail: chenxiafei@163.com

Abstract: Pose estimation of a Stewart platform is critical for achieving high-precision motion control, yet its forward kinematics problem remains challenging due to the strong coupling between pose variables and actuator lengths, the pronounced nonlinearity of the governing equations, and the presence of singular configurations. Conventional numerical algorithms often exhibit poor convergence and unstable estimation accuracy, particularly in proximity to singular regions. To enhance the stability and accuracy of forward kinematics computation, a novel solution based on a particle filter (PF) is proposed. A state-space model that incorporates both pose variables and actuator lengths is formulated, and probabilistic state inference is performed within the PF framework, thereby mitigating estimation difficulties associated with singular configurations. MATLAB simulations demonstrate that, relative to traditional methods, the proposed algorithm

收稿日期: 2025-05-06; 修订日期: 2025-07-04.

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(No. E2024203146)

reduces mean absolute error (MAE) by 85.35%-99.43% and root mean square error (RMSE) by 86.98%-99.79%. These results confirm that the proposed approach achieves accurate forward kinematics estimation under complex operating conditions, offering strong adaptability, high robustness, and superior convergence behavior, and indicating substantial potential for practical engineering applications.

Key words: parallel mechanism; Stewart platform; forward kinematics; particle filter; strongly coupled system; nonlinear system

1 引 言

Stewart 平台是一种典型的六自由度并联机构,相比于串联机构,具有结构紧凑、承载能力强、运动精度高、惯性低等优点,因此广泛应用于飞行模拟器、虚拟驾驶、精密装配等复杂工况中^[1-6]。然而,该平台的正运动学问题由于包含非线性方程组而求解困难,特别是当存在传感器噪声或奇异位姿时,传统方法常面临收敛性差、精度不稳等挑战。

目前,针对 Stewart 平台正运动学问题,研究人员提出了解析法、数值法、智能法以及冗余传感器法等多种求解方法。其中,解析法通过构建精确的数学模型,直接推导出末端执行器位姿与驱动杆长度之间的解析表达式。赵磊等^[7]设计了一种基于 3-RRR 结构的光学元件柔顺微动调整机构,并对其位姿正解进行了研究。Zhang 等^[8]利用向量代数消元技术构造 Sylvester 合成矩阵以进行位姿求解。Liu 等^[9]基于单四元数推导出改进的正运动学模型以获得解析解。解析法具有较高的求解精度,但由于 Stewart 平台的运动学方程高度非线性且形式复杂,解析求解相对困难,或者仅在特定条件下存在,这极大地限制了其在实际中的应用范围。

数值法主要采用迭代计算的方式来逐步逼近正运动学解,其中牛顿迭代法最为常见。Zhu 等^[10]将人工神经网络与单调下降的全局牛顿-拉夫森算法相结合,以减少神经网络所需的训练集规模并避免迭代发散。Liu 等^[11]提出了一种多元多项式回归运动学正向解算法,并将多元多项式回归与牛顿迭代方法相结合,获得了一种求解精度可控的高效求解算法。强红宾等^[12]将可变步长牛顿法应用于并联机构位置正解。数值法具有收敛速度快、求解精度高的优点,但对初始值

的依赖性极强,若初始值选取不当,则易陷入局部最优解,甚至出现不收敛的情况,最终导致求解失败。

智能法能够一定程度弥补解析法和数值法的不足。神经网络法是智能法的典型代表,该方法通过对大量样本数据的学习来建立输入与输出之间的非线性映射关系。Chen 等^[13]基于遗传算法改进了 BP 神经网络以求解正运动学问题。Tavassolian 等^[14]将神经网络、粒子群优化算法与纠错输出编码分类器相结合来分区进行正运动学求解。Ghorbani 等^[15]运用 3 种不同神经网络方法实时求解 6×6 UPU 并联机构的正运动学,并比较了它们的性能。此外,粒子群优化算法作为一种典型的群体智能算法,因其收敛速度快、实现简单且适用于非凸非线性问题,也广泛应用于并联机器人正运动学的求解与参数识别^[16-17]。智能算法在应对高度非线性、多解性或多分支结构问题时展现出较强的适应能力,并具备一定的全局寻优特性。然而,此类方法通常计算开销较大,结果对参数选择较为敏感。

冗余传感器法通过增加额外传感器并合理布局,直接或间接测量末端执行器的位姿,以降低对纯解析或数值算法的依赖,提升求解的效率和稳定性。Saafi 等^[18]提出了一种改进球形并联机构正向运动学计算的方法,并使用冗余传感器消除奇异位姿对精度的影响。Kim 等^[19]通过增加传感器数量直接实时测量并联机器人的运动学参数。Jin 等^[20]采用连杆传感器与额外的线性位移传感器直接精确确定 Stewart 平台的正运动学解,证明了 Stewart 平台的转换矩阵可通过一组显式表达式直接计算。冗余传感器法在一定程度上提高了系统的精度、实时性和稳定性,但需要较高的硬件投入和复杂的系统集成,并且传感器的校准与维护工作也较为繁琐。

综上所述,上述方法各有局限,难以满足实际应用中对 Stewart 平台高精度和高可靠性的要求。因此,本文提出了一种基于粒子滤波的 Stewart 平台正运动学求解方法。首先,建立 Stewart 平台的正运动学数学模型;其次,建立平台的状态空间方程,并据此设计基于粒子滤波的平台正运动学求解算法;最后,通过仿真实验对比分析该方法与传统算法的性能。研究表明,基于粒子滤波的平台正运动学求解算法在求解 Stewart 平台位姿方面相比传统方法具有显著优势。

2 Stewart 平台运动学分析

Stewart 平台由动平台、定平台和 6 个可伸缩支腿组成,如图 1 所示。根据平台结构可以得到动平台与定平台对应铰链点之间的矢量

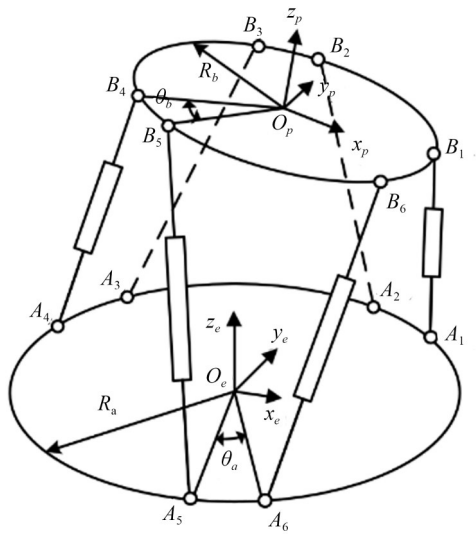


图 1 Stewart 平台结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of Stewart platform

$$R = R_z R_y R_x = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

综上所述,完整的旋转矩阵如下:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha & \sin \gamma \sin \alpha + \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \gamma \cos \beta & \cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix},$$

其中: α, β, γ 分别为动平台坐标系绕轴 x_p, y_p, z_p 旋转的角度。

关系:

$$\|l_i\| = \sqrt{\|s + Rb_i - a_i\|^2} \quad (i = 1, 2, \dots, 6) = \sqrt{(\bar{x}_i + \mu_i)^2 + (\bar{y}_i + \nu_i)^2 + (\bar{z}_i + w_i)^2}, \quad (1)$$

其中:

$$s - a_i = \begin{bmatrix} x - a_{ix} & y - a_{iy} & z - a_{iz} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \bar{x}_i & \bar{y}_i & \bar{z}_i \end{bmatrix}^T, \\ Rb_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{ix} \\ b_{iy} \\ b_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}b_{ix} + r_{12}b_{iy} \\ r_{21}b_{ix} + r_{22}b_{iy} \\ r_{31}b_{ix} + r_{32}b_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix}.$$

动平台坐标系 $\{O_p\}$ 的原点位于动平台几何中心,随动平台一起运动;定平台坐标系 $\{O_e\}$ 的原点位于定平台几何中心,固定不动; $s = [x, y, z]^T$ 是动平台原点 O_p 在定平台坐标系 $\{O_e\}$ 中的位置矢量, a_i 是铰链点 A_i 在定平台坐标系 $\{O_e\}$ 中的坐标, b_i 是铰链点 B_i 在动平台坐标系 $\{O_p\}$ 中的坐标,其数学表达式为:

$$\begin{cases} a_i = \begin{bmatrix} a_{ix} \\ a_{iy} \\ a_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a \cos \theta_i \\ R_a \sin \theta_i \\ 0 \end{bmatrix} \\ b_i = \begin{bmatrix} b_{ix} \\ b_{iy} \\ b_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_b \cos \delta_i \\ R_b \sin \delta_i \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (2)$$

其中: $\theta_i = \frac{i\pi}{3} - \frac{\theta_a}{2}, \delta_i = \frac{(i-1)\pi}{3} - \frac{\theta_b}{2}, (i = 1, 3, 5), \theta_i = \theta_{i-1} + \theta_a, \delta_i = \delta_{i-1} + \theta_b, (i = 2, 4, 6)$, 定平台最近两个铰接点对应的圆心角为 θ_a , 动平台最近两个铰接点对应的圆心角为 θ_b 。 R 表示动平台坐标系 $\{O_p\}$ 相对于定平台坐标系 $\{O_e\}$ 的旋转矩阵,由欧拉角唯一确定:

动平台铰链点 B_i 在定平台坐标系中的位置可表示为:

$$B_i = s + R^p B_i, \quad (3)$$

其中: ${}^p B_i$ 为动平台铰链点在动平台坐标系 $\{O_p\}$ 中的坐标, 即 ${}^p B_i = b_i$ 。

驱动杆杆长矢量可由动平台与定平台对应铰链点给出:

$$L_i = A_i - B_i. \quad (4)$$

将其单位化得到:

$$n_i = \frac{L_i}{\sqrt{(L_i \cdot L_i)}}. \quad (5)$$

对式(2)求一阶导数即为动平台上铰链点速度:

$$\dot{B}_i = v + w \times R^p B_i, \quad (6)$$

其中: v 为动平台的速度, $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T$, w 是动平台在3个方向上的角速度, $w = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ 。

由于6个支腿为可伸缩刚体, 刚体上任意两点的速度相等, 根据运动学原理, 将铰链点的速度投影到驱动杆杆长方向上, 即可求得驱动杆伸缩速度:

$$\|\dot{l}_i\| = \dot{B}_i \cdot n_i = v \cdot n_i + [w \times (R^p B_i)] \cdot n_i. \quad (7)$$

再根据向量混合积恒等式 $a \cdot (b \times c) = b \cdot (c \times a)$ 及向量点乘交换律, 式(6)可改写为:

$$\|\dot{l}_i\| = \dot{B}_i \cdot n_i = v \cdot n_i + w \cdot [(R^p B_i) \times n_i]. \quad (8)$$

式(7)改写为矩阵形式如下:

$$\dot{l} = J \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}, \quad (9)$$

其中: J 为机构速度雅可比矩阵, $J = \begin{bmatrix} n_1^T & (R^p B_1 \times n_1^T)^T \\ \vdots & \vdots \\ n_6^T & (R^p B_6 \times n_6^T)^T \end{bmatrix}$, n_i 为支腿 l_i 的轴向单位向

量, $n_i = [n_{ix} \ n_{iy} \ n_{iz}]^T$, $\dot{l}$ 为各驱动杆伸缩速度。

以上运动学分析为建立平台的状态空间模

$$B_l = \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix}, A_l = \begin{bmatrix} 0 & J_{11} & 0 & J_{14} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & J_{61} & 0 & J_{64} & 0 \end{bmatrix}$$

其中: J_{i1}, J_{i2}, J_{i3} 分别为雅可比矩阵中 n_i 项的 x, y, z 方向上的分量, J_{i4}, J_{i5}, J_{i6} 分别为雅可比矩阵中 $R^p B_i \times n_i^T$ 项的 x, y, z 方向上的分量。

型提供了理论基础, 并为后续利用粒子滤波算法进行状态估计奠定了坚实的基础。

3 状态空间方程与粒子滤波算法

3.1 状态空间方程建立

根据 Stewart 平台运动学相关关系, 建立以平台的加速度为控制输入、平台位姿为状态变量的状态空间方程:

$$\ddot{x}_d = A_d \dot{x}_d + B_d u, \quad (10)$$

其中:

$$A_d = \begin{bmatrix} A & & \\ & A & \\ & & A \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} B & & \\ & B & \\ & & B \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

其中: 状态向量和控制输入分别定义为 $x_d = [x \ v_x \ \theta_x \ w_x \ y \ v_y \ \theta_y \ w_y \ z \ v_z \ \theta_z \ w_z]^T$,

$u = [a_x \ \alpha_x \ a_y \ \alpha_y \ a_z \ \alpha_z]^T$, x, y, z, v_x, v_y, v_z 分别为纵向、横向、垂向上的位移与速度, $\theta_x, \theta_y, \theta_z, w_x, w_y, w_z$ 分别为滚转、俯仰、偏航方向上的角度与角速度, a_x, a_y, a_z 分别为纵向、横向、垂向上的加速度, $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ 分别为滚转、俯仰、偏航方向上的角加速度。

平台的位姿与6个驱动杆的长度变化息息相关, 为了更好地对平台进行分析, 将6个驱动杆杆长(即 $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$)与平台的位姿同时作为状态变量, 由此组成新的状态变量 x_s :

$$x_s = [x_d^T \ l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T.$$

建立新的状态空间方程如下:

$$\dot{x}_s = A_s x_s + B_s u, \quad (11)$$

$$A_s = \begin{bmatrix} A_d & & & & & 0_{12 \times 6} \\ J_{12} & 0 & J_{15} & 0 & J_{13} & 0 & J_{16} & 0_{1 \times 6} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{62} & 0 & J_{65} & 0 & J_{63} & 0 & J_{66} & 0_{1 \times 6} \end{bmatrix}$$

上述模型描述了在加速度输入作用下平台位姿和杆长状态随时间的演化关系, 为应用粒子滤波进行正运动学求解提供了系统模型。

3.2 粒子滤波算法

粒子滤波算法是一种基于蒙特卡罗的贝叶斯递推算法^[21-22],通过一组随机样本(称为“粒子”)及其权重来近似表示状态的后验概率分布。该算法能够有效处理各种复杂的非线性、非高斯系统的状态估计问题,即使在系统模型和噪声分布极为复杂的情况下也依然适用,且不受奇异位姿等特殊情形的干扰。粒子滤波算法的基本思想是利用大量粒子在状态空间中采样演化,使其逐步逼近系统的真实状态分布。

粒子滤波算法一般包括 5 个步骤:初始化、预测、更新、重采样和状态估计,算法流程如图 2 所示。

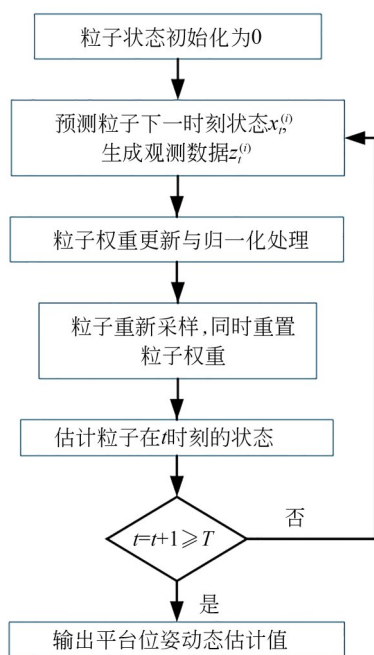


图 2 粒子滤波算法流程

Fig. 2 Flowchart of particle filter algorithm

具体操作流程如下:

(1)初始化:从初始状态分布中随机生成 N 个粒子 $\{x_0^{(i)}\}_{i=1}^N$ (本文将粒子状态初始化为 0,粒子数量设置为 25),同时为每个粒子赋予相同的权重 $\omega_0^{(i)} = \frac{1}{N}$ 。

(2)预测:根据前文所建立的状态空间方程(公式(11)),预测每个粒子的下一时刻状态,其

中,各粒子的形式均与系统状态变量 x ,类似:

$$\begin{cases} x_t^{(i)} = f(x_{t-1}^{(i)}, w_t^{(i)}) \\ z_t^{(i)} = h(x_t^{(i)}, v_t^{(i)}) \end{cases}, \quad (12)$$

其中: $w_t^{(i)}$ 为过程噪声, $v_t^{(i)}$ 为测量噪声。

(3)更新:根据观测数据 z_t ,更新每个粒子的权重 $\omega_t^{(i)}$ 并且利用式(14)进行归一化处理:

$$\omega_t^{(i)} = \omega_{t-1}^{(i)} \cdot p(z_t | x_t^{(i)}), \quad (13)$$

$$\omega_t^{(i)} = \frac{\omega_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^N \omega_t^{(j)}}, \quad (14)$$

其中: $p(z_t | x_t^{(i)})$ 是观测似然函数,表示在状态 $x_t^{(i)}$ 下观测到 z_t 的概率,本文仅观测 6 个驱动杆杆长, $z_t = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$ 。

(4)重采样:根据权重重新采样粒子,避免权重退化问题(即少数粒子权重过大,而其他粒子的权重接近零)。重采样后,将粒子的权重重置为 $\omega_t^{(i)} = \frac{1}{N}$ 。

(5)状态估计:根据粒子集与权重,利用式(15)计算系统 t 时刻的估计状态:

$$\hat{x}_t = \sum_{i=1}^N \omega_t^{(i)} \cdot x_t^{(i)}. \quad (15)$$

当时间推进至下一个时刻,重复步骤(2)~(5),通过循环迭代,粒子滤波算法能够在每一时刻利用新的观测信息逐步修正粒子集合,从而实现 Stewart 平台位姿的动态估计。

4 仿真验证与分析

Stewart 平台作为典型的并联机构,具有高度非线性和多自由度耦合性,其正运动学问题求解难度较高,因此常作为验证算法性能的标准测试对象,在机器人学与控制领域具有广泛代表性。为验证粒子滤波算法在平台正运动学问题求解中的有效性,在 MATLAB 软件的 Simulink 环境中搭建了 Stewart 平台的仿真模型。该仿真模型的关键结构参数设定如表 1 所示。

在初始状态下,Stewart 平台处于中间位置,平台位姿定义为 $T_0 = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]$,平台的初始位姿为 $T_0 = [0, 0, 1.57, 0, 0, 0]$, T_0 中 6 个元素依次为平台相对于基坐标的平移(单位为米)和

表 1 模型结构参数

Tab. 1 Parameters of model structure

参数	数值	参数	数值
动平台半径 R_b/m	0.82	定平台半径 R_a/m	1.10
圆心角 θ_b/rad	0.244	圆心角 θ_a/rad	0.274
支腿最短长度/m	1.425	支腿最大长度/m	2.090

绕各轴的转角(单位为弧度)。

仿真实验中,将平台 6 个自由度上的线加速度与角加速度作为控制输入信号,如式(16)所示:

$$u_i = [a_x \ a_y \ a_z \ \alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T, \quad (16)$$

式中,各分量均为简谐激励信号:

$$\begin{cases} a_x = \frac{75.18}{2000} \omega^2 \cos(\omega t) \\ a_y = \frac{534.19}{2000} \omega^2 \cos(\omega t), \\ a_z = \frac{-121.87}{2000} \omega^2 \cos(\omega t) \\ \alpha_x = \frac{35.45}{2} \omega^2 \cos(\omega t) \\ \alpha_y = \frac{6.45}{2} \omega^2 \cos(\omega t), \\ \alpha_z = \frac{21.74}{2} \omega^2 \cos(\omega t) \end{cases}$$

其中: ω 为余弦波的角速度,设置为 0.314 rad/s。

在实际运行过程中,由于执行机构的动态响应难以完全跟随指令长度,实测杆长与目标值之间通常存在一定的跟踪误差。为获取该误差特性,本文在电驱动驾驶模拟器上开展仿真实验(如图 3 所示),并考虑了执行机构响应滞后对求解算法性能的影响。

鉴于平台在组合运动过程中可能接近奇异位姿,从而导致求解不稳定或空间受限,故每次实验仅单轴激活一个自由度输入,分别在纵向、横向、垂向、滚转、俯仰和偏航 6 个通道实施往复运动,进行往复运动测试。该测试策略不仅避免了复合运动引发的奇异性问题,也使得各自由度的求解精度得以独立评估。需要说明的是,在非奇异构型下,Stewart 平台的正运动学问题可通过充分迭代实现极高精度。为此,本

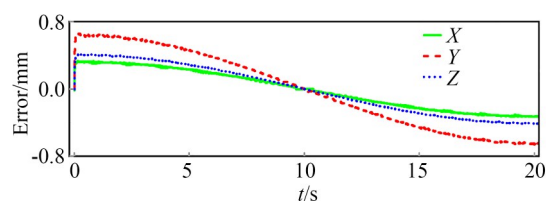


图 3 驾驶模拟器

Fig. 3 Driving simulator

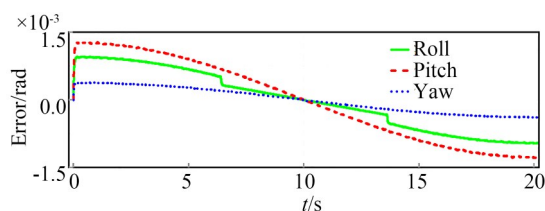
文采用高精度牛顿迭代法作为参考值计算手段,针对实验中驱动器反馈的杆长数据,使用最大误差阈值 $\epsilon = 1 \times 10^{-9}$ mm、最大迭代次数 $N = 100\ 000$ 的牛顿法离线求解平台位姿,作为近似真实的参考解。随后,将在线估计算法的输出结果与该参考真值进行对比,计算平台的位姿跟踪误差。电驱动 Stewart 平台基于其内置伺服控制算法运行,在多次重复实验的基础上,统计得到的平均位移误差与姿态误差曲线如图 4 所示。

求解流程如图 5 所示,在输入控制信号 u_i 后,对 u_i 进行双重积分,同时加入跟踪误差,得到贴近真实工况时平台的位姿。随后,根据得到的平台位姿运用运动学反解求得 6 个驱动杆杆长。最后,将驱动杆杆长作为输入,通过牛顿法、神经网络法(Neural Network, NN)及粒子滤波算法分别求得平台位姿,并且在 MATLAB 软件的 Simulink 环境中进行仿真实验。值得注意的是,为了同时兼顾算法的精度和实时性,采用牛顿法求解时迭代的最大误差阈值 $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$ mm、最大迭代次数 $N = 3\ 000$,详细方法可参考文献[12]。神经网络法的基本结构为三层前馈 BP 神



(a) 位移跟踪误差曲线

(a) Curve of displacement tracking error



(b) 角度跟踪误差曲线

(b) Curve of angle tracking error

图 4 跟踪误差曲线

Fig. 4 Tracking error curves

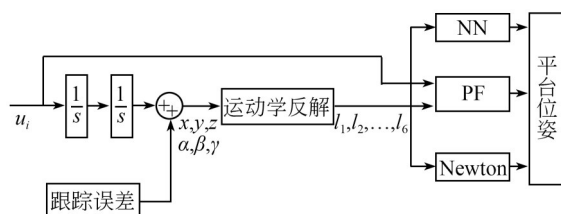


图 5 算法验证流程

Fig. 5 Flow chart of algorithm verification

神经网络,输入为 6 个支腿长度,输出为平台位姿参数,详情参考文献[13]和[14]。

为了进一步比较各种算法的求解精度,将不同算法的仿真结果进行比较,并将模拟真实值与各算法所求结果作差,得到不同算法的求解误差曲线,仿真结果如图 6 所示。由图可知,基于牛顿迭代法的正运动求解,大部分时间求解值与真实值相差极小,求解精度高,而在仿真时间约为 10 s 时,求解误差出现急剧增大。此时,Stewart 平台的位姿参数为 $T_0 = [0.075\ 37\ \text{m}, 0.535\ 51\ \text{m}, -0.122\ 15\ \text{m}, 0.620\ 24\ \text{rad}, 0.112\ 85\ \text{rad}, 0.380\ 37\ \text{rad}]$ 。进一步探究可知,当平台处于这一位姿时,6 个驱动杆中的某一个杆与动平台近似平行,接近 Hunt 奇异点的情况,从而导致牛顿法求解过程失败。

虽然基于神经网络的平台正运动学求解算法不受奇异位姿的直接影响,但其求解精度波

动范围过大,难以保证结果的稳定性。此外,该方法的有效运行依赖于规模庞大的训练数据集,这在实际应用中面临数据获取和处理的挑战。相比之下,基于粒子滤波的平台正运动学求解算法具备较强的适应能力,在整个仿真过程中求解精度表现极为稳定,误差波动幅度很小,且未出现因奇异姿态导致的求解失败的情况。

根据所得的求解误差数据,绘制不同求解算法的均方误差与平均绝对误差柱状图,如图 7 所示。由图可知,与牛顿法相比,基于粒子滤波的平台正运动学求解算法在纵向(X)、横向(Y)、垂向(Z)、滚转(Roll)、俯仰(Pitch)、偏航(Yaw)6 个自由度上的平均绝对误差分别降低了 99.43%, 97.28%, 97.40%, 86.45%, 98.39%, 94.26%, 均方根误差分别降低了 99.79%, 98.95%, 98.98%, 93.11%, 99.40%, 97.63%;与神经网络法相比,平均绝对误差分别降低了 97.46%, 85.35%, 97.27%, 90.92%, 97.55%, 91.27%, 均方根误差分别降低了 97.91%, 86.98%, 97.69%, 92.68%, 98.17%, 91.96%。

在 Windows 10 操作系统环境下,使用配备 Intel (R) Core (TM) i7-8700K CPU @ 3.70 GHz 处理器和 16 GB 内存的计算机,对各类求解算法进行仿真测试。设定仿真时间为 20 s,每种算法均进行多次运行并取平均值,最终获得不同求解算法的平均仿真计算时间,结果如表 2 所示。由表可知,基于粒子滤波的平台正运动学求解算法的仿真求解时间远远低于牛顿迭代法与神经网络法,相比于牛顿法,粒子滤波算法的求解时间缩短了 54.55%;相比于神经网络法,求解时间缩短了 69.73%,求解效率大幅提升。

综上所述,基于粒子滤波的 Stewart 平台正运动学求解算法无论在求解精度、稳定性还是计算效率方面均显著优于传统方法,进一步体现了它在 Stewart 平台正运动学求解问题上的优越性。

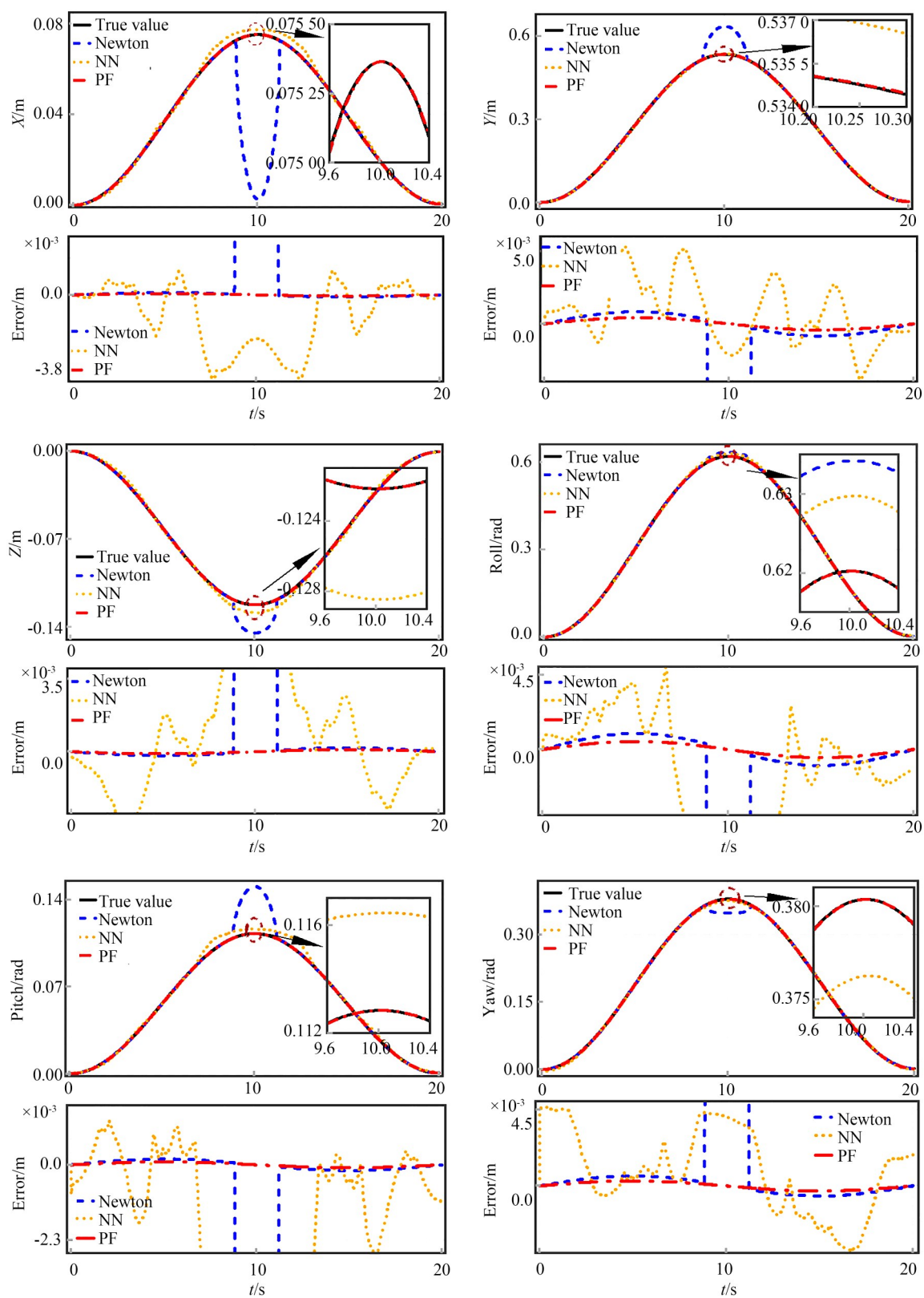


图 6 不同正向运动学求解算法的仿真结果

Fig. 6 Simulation results of different forward kinematics

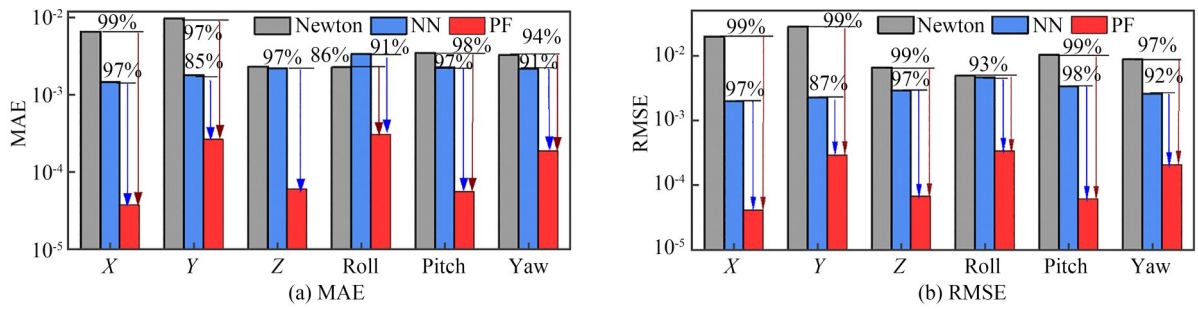


图7 不同算法的MAE与RMSE
Fig. 7 MAE and RMSE of different algorithms

表 2 不同算法的求解时间比较	
Tab. 2 Comparison of solving time of different algorithms	
(s)	
算 法	求解时间
Newton	2. 75
NN	4. 13
PF	1. 25

5 结 论

本文针对 Stewart 平台正运动学求解难题,提出了一种基于粒子滤波的 Stewart 平台正运动学求解算法。首先,建立了平台的运动学模型;其次,构建了以平台加速度为输入、平台位姿为输出的状态空间方程;最后,引入粒子滤波算法对平台位姿进行求解。仿真结果表明,基于粒子滤波的 Stewart 平台正运动学求解算法在处理平台非线性、非高斯特性的问题时表现卓越,MAE 降低了 85.35%~99.43%,RMSE 降低了 86.98%~99.79%,且对初始值的依赖显著减

少。在稳定性和适应性方面,该算法也明显优于牛顿法和神经网络法。当粒子数量适当时,基于粒子滤波的 Stewart 平台正运动学求解算法的计算效率也高于传统算法,求解时间缩短了 54.55%~69.73%。

本文为 Stewart 平台位姿求解提供了一种高效可靠的求解方案。然而,粒子滤波算法在高维状态空间,尤其是粒子数量较多时,存在计算复杂度高、实时性差的问题。针对这一问题,今后可从提高算法效率的角度展开研究,采用自适应粒子数量调整策略,以进一步提升粒子滤波算法在高维、大规模问题中的性能。

作者贡献声明:

- 刘小平:论文构思和指导,提供资源,项目管理;
- 曾海:论文构思,方法论及验证,初稿写作;
- 张立杰:获取资助,研究指导;
- 姜雪:论文审核与编辑写作;
- 陈泽宁:实验设计及数据整理和分析;
- 陈夏非:论文构思和审核。

参考文献:

[1] QIU W H, WANG SH H, NIU A Q, *et al.* Modeling and analysis of landing collision dynamics for an active helideck based on the Stewart platform[J]. *Ocean Engineering*, 2024, 297: 117107.

[2] SUN D Y, WANG J Y, XU Z G, *et al.* Research on human-robot collaboration method for parallel robots oriented to segment docking [J]. *Sensors*,

2024, 24(6): 1747.

[3] WANG Z J, YANG C H, CHE R Q, *et al.* Assist-ed tea leaf picking: the design and simulation of a 6-DOF Stewart parallel lifting platform[J]. *Agronomy*, 2024, 14(4): 844.

[4] DING B Y, CAZZOLATO B S, GRAINGER S, *et al.* Active preload control of a redundantly actuated Stewart platform for backlash prevention[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*,

- 2015, 32: 11-24.
- [5] DUYUN T, DUYUN I, KABALYANTS P, *et al.* Optimization of a 6-DOF platform for simulators based on an analysis of structural and force parameters[J]. *Machines*, 2023, 11(8): 814.
- [6] 张婷婷, 赵翔, 倪潇, 等. 用于模拟驾驶装置的六自由度 Stewart 平台开发及优化[J]. *工业技术创新*, 2021, 8(5): 109-113.
- ZHANG T T, ZHAO X, NI X, *et al.* Development and optimization of a 6-DOF Stewart platform for driving simulator[J]. *Industrial Technology Innovation*, 2021, 8(5): 109-113. (in Chinese)
- [7] 赵磊, 梁超, 张德福, 等. 基于 3-RRR 结构的光学元件柔顺微动调整机构的位姿正解[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(6): 1373-1381.
- ZHAO L, LIANG CH, ZHANG D F, *et al.* Forward kinematics of 3-RRR flexure parallel mechanism used in lens micro-adjustment[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(6): 1373-1381. (in Chinese)
- [8] ZHANG Y, LIAO Q ZH, SU H J, *et al.* A new closed-form solution to the forward displacement analysis of a 5-5 in-parallel platform[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 52: 47-58.
- [9] LIU Y L, WU H T, LIU H R, *et al.* Forward kinematics for 6-UPS parallel robot using extra displacement sensor[J]. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, 2018, 12(7): JAMDSM0130.
- [10] ZHU Q D, ZHANG Z. An efficient numerical method for forward kinematics of parallel robots[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 128758-128766.
- [11] LIU M Z, GU Q X, YANG B, *et al.* Kinematics model optimization algorithm for six degrees of freedom parallel platform[J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(5): 3082.
- [12] 强红宾, 王力航, 姜雪, 等. 基于调整步长牛顿法的 Stewart 并联机构位置正解[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(12): 2982-2990.
- QIANG H B, WANG L H, JIANG X, *et al.* Forward kinematics of Stewart parallel manipulator based on step-adjusting Newton method[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(12): 2982-2990. (in Chinese)
- [13] CHEN B Q, ZHANG T H, CONG L, *et al.* Forward kinematics of body posture perception using an improved BP neural network based on a quantum genetic algorithm[J]. *Laser Physics Letters*, 2022, 19(9): 095201.
- [14] TAVASSOLIAN F, KHOTANLOU H, VARSHOVI-JAGHARGH P. Forward kinematic analysis of spatial parallel robots using a parallel evolutionary neural networks[J]. *Iranian Journal of Science and Technology*, Transactions of Mechanical Engineering, 2023, 47(3): 1079-1092.
- [15] GHORBANI L, OMURLU V E. Neural networks based real time solution for forward kinematics of a 6×6 UPU flight simulator[J]. *Intelligent Service Robotics*, 2022, 15(5): 611-626.
- [16] SHAHBAZI M, HEIDARI M, AHMADZADEH M. Optimization of dynamic parameter design of Stewart platform with particle swarm optimization (PSO) algorithm[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2024, 16(6): 16878132241263940.
- [17] YU D Y. Kinematic parameter identification for a parallel robot with an improved particle swarm optimization algorithm[J]. *Applied Sciences*, 2024, 14(15): 6557.
- [18] SAAFI H, LARIBI M A, ZEGHLOUL S. Forward kinematic model improvement of a spherical parallel manipulator using an extra sensor [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 91: 102-119.
- [19] KIM J S, JEONG Y H, PARK J H. A geometric approach for forward kinematics analysis of a 3-SPS/S redundant motion manipulator with an extra sensor using conformal geometric algebra[J]. *Mechanica*, 2016, 51(10): 2289-2304.
- [20] TØRDAL S S, HOVLAND G. Ship-to-ship state observer using sensor fusion and the extended Kalman filter[J]. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2019, 141(4): 041603.
- [21] POZNA C, PRECUP R E, HORVÁTH E, *et al.* Hybrid particle filter-particle swarm optimization algorithm and application to fuzzy controlled servo systems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy*

Systems, 2022, 30(10): 4286-4297.

- [22] PANG H, CHEN K Q, GENG Y F, *et al.* Accurate capacity and remaining useful life prediction of

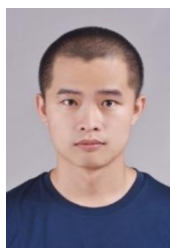
lithium-ion batteries based on improved particle swarm optimization and particle filter[J]. *Energy*, 2024, 293: 130555.

作者简介:



刘小平(1989—),男,河北秦皇岛人,讲师,硕士生导师,2013年、2015年、2020年于燕山大学分别获得学士、硕士和博士学位,主要从事机构学及机器人、液压可靠性及电液控制系统的研究。E-mail: Liu_xp163@163.com

通讯作者:



陈夏非(1994—),男,广西人,博士研究生,研究方向为电液伺服并联机器人、轨迹规划、轨迹跟踪、状态估计和虚拟现实。E-mail: chenxiafei@163.com