

文章编号 1004-924X(2026)03-0425-13

非对称线性包络函数修正 Prandtl-Ishlinskii 模型的 压电快反镜迟滞补偿

包瑞飞^{1,2}, 张雁南^{1,2}, 赵 嵩^{1*}, 孙明超¹, 钟恩福^{1,2}, 储海荣^{1*}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:压电快反镜(Piezoelectric Fast Steering Mirror, PFSM)固有的迟滞特性严重制约了其在精密定位系统中的控制精度。为此,从时间复杂度、求逆必要条件及误差来源 3 个核心维度,系统对比了常见包络函数的性能差异,综合性选取了非对称线性包络函数,采用了基于非对称线性包络函数的率相关广义 Prandtl-Ishlinskii 模型(Rate-Dependent Generalized Prandtl-Ishlinskii Model with Asymmetric Linear Envelope Function, LRGPI)。为解决迟滞的率相关问题,引入导数项拓宽了模型的适用频率范围。随后,构建 LRGPI 逆模型前馈,对比验证迟滞补偿的有效性。最后,设计基于逆模型前馈的复合控制方法,抑制外界干扰的影响。仿真实验表明,LRGPI 逆模型前馈控制相较于基于 tanh 包络函数的率相关广义 PI(Tanh Envelope-Based Rate-Dependent Generalized Prandtl-Ishlinskii Model, TRGPI)逆模型和基于三次项包络函数的率相关广义 PI(Cubic Envelope-Based Rate-Dependent Generalized Prandtl-Ishlinskii Model, CRGPI)逆模型,迟滞补偿的带宽分别提高了 5.78% 和 28.69%。基于逆模型前馈补偿的对比实验进一步表明,LRGPI 逆模型前馈控制的 RMSE 相比 PI 逆模型、TRGPI 和 CRGPI 逆模型分别减少了 62.7%, 23.2% 和 26.4%,充分证明 LRGPI 模型在解决 PFSM 的迟滞行为方面具有显著的优越性和稳定性。

关键词:压电快反镜;迟滞特性;率相关;非对称包络函数;广义 Prandtl-Ishlinskii 模型;逆补偿;复合控制

中图分类号:TP273 **文献标识码:**A

doi:10.3718/OPE.20263403.0425

CSTR:32169.14.OPE.20263403.0425

Hysteresis compensation of piezoelectric fast steering mirror based on Prandtl-Ishlinskii model modified by asymmetric linear envelope function

BAO Ruifei^{1,2}, ZHANG Yannan^{1,2}, ZHAO Song^{1*}, SUN Mingchao¹, ZHONG Enfu^{1,2}, CHU Hairong^{1*}

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,
Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

* Corresponding author, E-mail: zhaos@ciomp.ac.cn; chuhr@ciomp.ac.cn

Abstract: The inherent hysteresis of piezoelectric fast steering mirrors (PFSMs) severely limits control accuracy in precision positioning systems. To address this limitation, the performance of common enve-

收稿日期:2025-10-13;修订日期:2025-11-03.

基金项目:吉林省科技发展计划重点研发项目(No. 20220201058GX)

lope functions is systematically compared in terms of computational complexity, inversion requirements, and error sources. Based on a comprehensive evaluation, an asymmetric linear envelope function is selected, and a rate-dependent generalized Prandtl-Ishlinskii model with an asymmetric linear envelope function (LRGPI) is developed. To mitigate rate-dependent hysteresis, a derivative term is incorporated to extend the model's applicable frequency range. The inverse LRGPI model is subsequently formulated and implemented as a feedforward compensator to evaluate hysteresis suppression. Furthermore, a composite control strategy integrating inverse-model feedforward compensation is designed to attenuate external disturbances. Simulation results indicate that, relative to the inverse models of the tanh envelope-based rate-dependent generalized Prandtl-Ishlinskii model (TRGPI) and the cubic envelope-based rate-dependent generalized Prandtl-Ishlinskii model (CRGPI), the LRGPI inverse-model feedforward increases the hysteresis-compensation bandwidth by 5.78% and 28.69%, respectively. Comparative experiments further demonstrate that the RMSE achieved by LRGPI inverse-model feedforward control is reduced by 62.7%, 23.2%, and 26.4% compared with the PI inverse model, TRGPI, and CRGPI inverse models, respectively. These results demonstrate the superior effectiveness and robustness of the proposed LRGPI model for compensating PFSM hysteresis.

Key words: piezoelectric fast steering mirror; hysteresis characteristic; rate-dependence; asymmetric envelope function; generalized prandtl-ishlinskii model; inverse compensation; composite control

1 引言

压电快反镜(Piezoelectric Fast Steering Mirror, PFSM)主要由反射镜、支撑组件、驱动器、传感器和基座五部分组成,凭借其结构紧凑、分辨率高、响应速度快及能耗低等技术优势,已广泛应用于超精密加工、航空航天与光学设备调节等高端控制领域^[1-2],成为近年来的研究热点。然而,在实际应用中,受逆压电效应影响,PFSM的系统输出不仅依赖当前输入信号,还与历史输入相关,表现出显著的迟滞非线性^[3]。该迟滞特性还与输入信号的幅值和频率密切相关,呈现典型的频率相关特性,进而成为制约光电平台精度提升的关键瓶颈之一^[4-5]。

为提高PFSM的建模精度,国内外研究人员相继提出了多种迟滞建模方法与控制策略。当前研究主要包括以下三方面:(1)建立描述其非线性特性的数学模型;(2)辨识系统的未知参数;(3)采用补偿控制技术。在建模方面,研究主要集中于物理迟滞模型(如Jiles-Atherton模型)、算子迟滞模型(如Preisach模型与PI模型)以及微分迟滞模型(如Bouc-Wen模型和Duhem模型)。其中,PI模型^[6]因其结构简洁、易于求逆、便于集

成于控制系统,从而得到了广泛研究与实际应用。在参数辨识方面,常见算法包括最小二乘法、梯度下降法、遗传算法和粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[7]等。PSO因其稳定性强、实现简单而受到青睐。在工程实践中,为抑制外界干扰并兼顾控制结构的简洁性,目前常采用基于PID的控制方法进行闭环补偿。

文献[8]提出了将修正PI模型与死区算子相结合的MPI模型,该模型在66 μm 行程范围内避免了逆模型求解过程中的反演陷阱,其在1 Hz正弦信号下的建模误差约为全行程的0.76%。文献[9]采用两组分布式补偿算子,对基于反演计算的时滞系统进行建模与补偿,改进后的模型相比PI模型误差降低了约76%。实际应用中发现,PFSM的迟滞特性除频率相关性外,还表现出明显的非对称性。文献[10]从控制方法出发,在PI逆模型前馈控制的基础上,提出了一种自适应迟滞补偿的迭代学习分数阶滑模控制策略,提升了迟滞补偿精度。文献[11]设计了一种基于有界函数的MFPI模型,并结合细菌觅食算法对1~100 Hz内的迟滞行为进行建模,实验结果显示其在100 Hz时最大绝对建模误差为3.30%。

文献[12]提出一种优化的PI模型,通过在 Stop 算子中引入线性密度函数,在开环系统下最大误差相比传统PI模型提高了52%。

为解决迟滞曲线的非对称性和频率相关性等问题,文献[13]提出了一种速率相关的RDPI模型,在70 Hz宽频输入下最大相对动态误差为5.14%。文献[14]进一步提出的动态延迟DDPI模型,在1~300 Hz内的建模误差相较于RDPI模型降低了40%。文献[15]在PI模型基础上串联了一个新的复合叠加算子。文献[16]则进一步提出了一种速率和幅度相关的PI模型来刻画迟滞特性。文献[17]设计了一种改进非对称广义PI模型,该模型采用双曲正切函数作为包络函数来描述非对称迟滞特性。尽管此类方法提高了迟滞曲线的拟合精度,但辨识参数数量的增加使得参数寻优难度加大。同时,在求解逆模型时还需考虑参数之间的耦合效应,从而导致计算复杂度明显上升。

为了在简化计算的同时更准确地描述PF-SM的迟滞特性,本文引入导数项使模型在高频条件下保持良好的跟踪性能,分析了基于tanh包络的TRGPI模型、基于三次项包络的CRGPI模型和LRGPI模型求逆的时间复杂度和可逆条件,综合采用非对称的线性包络函数解决迟滞问题。通过与传统PI逆模型、TRGPI,CRGPI和LRGPI逆模型的迟滞拟合和频域对比验证了所提模型的高效性。在此基础上,搭建PF-SM实验平台,采用逆模型前馈对比实验验证了迟滞补偿的准确性,并结合逆模型前馈与反馈的复合控制策略,进一步消除外界干扰的影响,提高系统的定位精度。

2 PF-SM迟滞模型

2.1 PI模型

传统PI模型由有限个不同阈值和权值的Play算子线性加权叠加组成^[18],对称性的Play算子如图1所示。阈值表示每个算子的灵敏度,用于决定迟滞行为的变化范围。通常情况下,阈值的选取原则是等间隔选取,定义为:

$$r_i = \frac{i-1}{n} \max |v(t)|, i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (1)$$

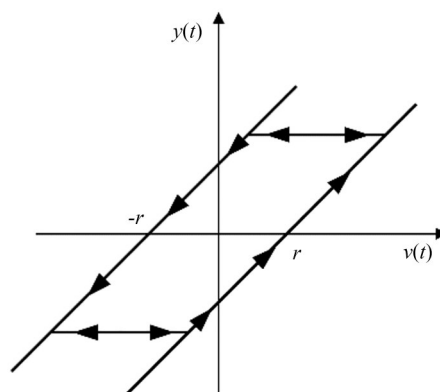


图1 对称性Play算子

Fig. 1 Symmetry Play operator

其中: r_i 为第*i*个Play算子的阈值; n 为Play算子的数目; $v(t)$ 为系统输入; t 为采样时间。

对于单个阈值 r_i 的Play算子,其输出为^[19]:

$$y_i(t) = \begin{cases} v(t) - r_i, & v(t) > y_i(t-1) + r_i \\ v(t) + r_i, & v(t) < y_i(t-1) - r_i \\ y_i(t-1) & \end{cases} \quad (2)$$

其中: $y_i(t)$ 为第*i*个Play算子的输出。

Play算子的初始值为:

$$y_i(t_0) = P_{r_i}[v](t_0) = \max(-r_i, \min(v(t_0), r_i)), \quad (3)$$

其中: $y_i(t_0)$ 是初始输出值; $v(t_0)$ 为初始输入值。

经典PI模型的输出为所有算子输出的加权求和:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^n w_i P_{r_i}[v](t), \quad (4)$$

其中: $Y(t)$ 为PI模型的输出; w_i 为Play算子的权重,是模型的待辨识参数; $P_{r_i}[v](t)$ 为第*i*个阈值 r_i 的Play算子的输出^[20]。

2.2 PI逆模型

传统PI逆模型可以表示为:

$$v(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n w'_i P_{r'_i}^+[Y(t)], & Y' \geq 0 \\ \sum_{i=1}^n w'_i P_{r'_i}^-[Y(t)], & Y' < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

其中:逆模型权重 $w'_1 = \frac{1}{w_1}$, $w'_i = -\frac{w_i}{\sum_{j=1}^i w_j \cdot \sum_{j=1}^{i-1} w_j}$, $i = 1, 2, \dots, n$; $P_{r'_i}^+[Y(t)] = \max(Y(t) - r'_i, Y(t-1))$;

$P_{r_i}^-[Y(t)] = \min(Y(t) + r_i', Y(t-1))$; 逆模型阈值 $r_i' = \sum_{j=1}^i \omega_j(r_i - r_j)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 本文取 $n = 10$, Y' 为逆模型输入的导数。

在实际应用中, PFISM 的输入-输出曲线偏离传统 Play 算子曲线的对称轴。同时, 其迟滞特性还随输入信号的幅值与频率变化而改变。这种复杂的率相关与非对称性, 使得 PI 模型难以准确描述 PFISM 的迟滞行为, 从而限制了该类模型在实际系统中的精度与适用性。

2.3 LRGPI 模型

为了克服 PI 模型的缺陷, 广义 PI 模型对 Play 算子进行了扩展, 通过引入包络函数改进了迟滞特性的表达能力。在此基础上, 非对称广义 PI 模型采用非对称包络函数的广义 Play 算子, 使其可以对非对称迟滞特性进行建模。

LRGPI 模型可以用有限个广义 Play 算子以不同权值叠加的形式表示^[21]:

$$y(t) = P_r^-[v(t), x_0] = cv'(t) + \sum_{i=1}^n \omega(r_i) P_{r_i}^-[v](t), \quad (6)$$

$$P_{r_i}^-[v](t) = \max(\gamma_R(v) - r_i, \min(\gamma_L(v) + r_i, P_{r_i}^-[v](t-1))), \quad (7)$$

$$\gamma(v(t)) = \begin{cases} \gamma_R(v(t)), & \text{if } v' \geq 0 \\ \gamma_L(v(t)), & \text{if } v' < 0 \end{cases}, \quad (8)$$

其中: $y(t)$ 为 LRGPI 模型的输出信号; n 为广义 Play 算子数, 本文选取 $n = 10$, $i = 1, 2, \dots, n$; 为解决频率相关问题, 引入导数项 $cv'(t)$ 扩展模型的适用频率范围, 解决迟滞曲线的频率相关性问题, 此处 c 为待辨识参数; $y(t_0) = [0, 0, 0, \dots, 0]^T$ 是输出初始值; $P_{r_i}^-[v]$ 为广义 Play 算子的输出; γ 为包络函数; v' 为输入信号的导数, $v' \geq 0$ 表示上升曲线 γ_R , $v' < 0$ 表示下降曲线 γ_L 。

阈值 r_i 和权重 ω_i 的公式为:

$$r_i = \lambda i, \quad (9)$$

$$\omega_i = \omega(r_i) = \gamma e^{-\eta r_i}, \quad (10)$$

其中: λ , γ 和 η 是待辨识参数, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

考虑提高控制精度的同时方便求解逆模型。采用非对称的线性函数作为包络函数, 其表达式如下:

$$\begin{cases} \gamma_R = a_0 v(t) + a_1 \\ \gamma_L = b_0 v(t) + b_1 \end{cases}, \quad (11)$$

其中 $a_{0,1}$ 和 $b_{0,1}$ 是待辨识参数。

2.4 LRGPI 逆模型

准确构建 LRGPI 逆模型是实现高精度前馈控制的关键环节。

LRGPI 模型的输出分段形式为:

$$y(t) = \begin{cases} y^+[v](t), & v'(t) \geq 0 \\ y^-[v](t), & v'(t) < 0 \end{cases}, \quad (12)$$

其中: $y^+[v](t)$ 是输入信号 $v(t)$ 上升时的输出; $y^-[v](t)$ 是输入信号 $v(t)$ 下降时的输出。

y^+ 和 y^- 表示 PI 模型与包络函数的复合形式:

$$\begin{cases} y^+[v](t) = Q^+[\gamma_R(v(t))], & v' \geq 0 \\ y^-[v](t) = Q^-[\gamma_L(v(t))], & v' < 0 \end{cases}, \quad (13)$$

其中: Q^+ 和 Q^- 分别是 LRGPI 模型在输入信号 $v(t)$ 上升和下降时广义 Play 算子的输出。

因为所采用非对称线性包络函数和 PI 模型是可逆的, 则:

$$v(t) = \begin{cases} \gamma_R^{-1} \cdot Q^{+^{-1}} \cdot y^+[v](t), & v' \geq 0 \\ \gamma_L^{-1} \cdot Q^{-^{-1}} \cdot y^-[v](t), & v' < 0 \end{cases}. \quad (14)$$

从式(14)可以看出, 对于输出信号 $y(t)$, 可以通过逆模型计算出迟滞模型的输入信号 $v(t)$ 。因此, LRGPI 的逆模型可以定义为:

$$v(t) = \begin{cases} \gamma_R^{-1} \cdot Q^{+^{-1}}[y(t)], & y' \geq 0 \\ \gamma_L^{-1} \cdot Q^{-^{-1}}[y(t)], & y' < 0 \end{cases}, \quad (15)$$

$$v(t) =$$

$$\begin{cases} \gamma_R^{-1} \left(c'y'(t) + \sum_{i=1}^n \omega'(r_i') P_{r_i'}^+[y(t)] \right), & y' \geq 0 \\ \gamma_L^{-1} \left(c'y'(t) + \sum_{i=1}^n \omega'(r_i') P_{r_i'}^-[y(t)] \right), & y' < 0 \end{cases}, \quad (16)$$

其中: γ_R^{-1} 和 γ_L^{-1} 分别是上升和下降逆包络函数; $a'_{0,1,2,3}$, $b'_{0,1,2,3}$ 和 c' 为待辨识参数; 取广义 Play 算子数 $n = 10$; y' 为逆模型输入的导数; $P_{r_i'}^+[y(t)]$, $P_{r_i'}^-[y(t)]$ 和 LRGPI 逆模型阈值 r_i' 、权重 ω_i' 与上述 PI 逆模型的计算方式一致。

2.5 计算复杂度分析

常见的非对称包络函数还包括基于 tanh 包络和三次项包络的函数形式:

$$\begin{cases} \gamma_R = a_0 \left(\tanh(a_1 v(t) + a_2) \right) + a_3 \\ \gamma_L = b_0 \left(\tanh(b_1 v(t) + b_2) \right) + b_3 \end{cases}, \quad (17)$$

$$\begin{cases} \gamma_R = a_0 v(t)^3 + a_1 v(t)^2 + a_2 v(t) + a_3 \\ \gamma_L = b_0 v(t)^3 + b_1 v(t)^2 + b_2 v(t) + b_3 \end{cases}, \quad (18)$$

其中 $a_{0,1,2,3}$ 和 $b_{0,1,2,3}$ 是待辨识参数。

为进一步凸显 LRGPI 模型中非对称线性包络函数的求逆优势,从时间复杂度、求逆充要条件和误差来源三方面,对线性包络、tanh 包络及三次项包络的求逆过程展开系统对比,并分析了各包络函数的可逆性条件与复杂度特性。

线性包络函数的逆为严格解析推导:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{\gamma_R[y(t)] - a'_0}{a'_1}, y' \geq 0 \\ \frac{\gamma_L[y(t)] - b'_0}{b'_1}, y' < 0 \end{cases}, \quad (19)$$

其中 $a'_{0,1}$ 和 $b'_{0,1}$ 为待辨识参数。

求逆时仅需满足 $a'_1 \neq 0$ 且 $b'_1 \neq 0$,当求逆的数据量为 N 时,时间复杂度为 $O(N)$,且无额外误差。

tanh 项虽有解析逆,但需先对输出信号 $y(t)$ 进行归一化处理,确保逆的有效性。该函数的解析逆如下:

$$v(t) = \begin{cases} \left[\frac{1}{a'_1} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \frac{\gamma_R[y(t)] - a'_3}{a'_0}}{1 - \frac{\gamma_R[y(t)] - a'_3}{a'_0}} \right) - a'_2 \right] \right], y' \geq 0 \\ \left[\frac{1}{b'_1} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \frac{\gamma_L[y(t)] - b'_3}{b'_0}}{1 - \frac{\gamma_L[y(t)] - b'_3}{b'_0}} \right) - b'_2 \right] \right], y' < 0 \end{cases}, \quad (20)$$

其中 $a'_{0,1,2,3}$ 和 $b'_{0,1,2,3}$ 为待辨识参数。

当求逆的数据量为 N 时,tanh 包络函数求逆的时间复杂度为 $O(N)$,但对数运算的计算成本高于线性运算,实际耗时仍高于线性包络,同时对数据的归一化处理会导致失真误差。

三次项无实用解析逆,需通过牛顿迭代法求解。为保证逆的唯一性,需通过参数约束使三次函数在建模区间内严格单调,即确保一阶导数无零点。然后采用牛顿迭代公式重复迭代直至满足精度要求,可逆性条件如下:

$$\begin{cases} a_1'^2 - 3a_0'a_2' < 0, y' \geq 0 \\ b_1'^2 - 3b_0'b_2' < 0, y' < 0 \end{cases}, \quad (21)$$

其中 $a'_{0,1,2}$ 和 $b'_{0,1,2}$ 为待辨识参数。

若牛顿迭代次数为 m ,数据量为 N ,则时间复杂度为 $O(mN)$,求逆的计算成本明显高于线性包络。同时,求逆过程中还需要平衡收敛精度与迭代次数。

表 1 则进一步展示了各包络函数的可逆性条件与复杂度特性。

表 1 包络函数可逆性条件与复杂度分析

Tab. 1 Analysis of invertibility conditions and complexity of envelope functions

包络类型	可逆性充要条件	时间复杂度	误差来源
线性	$a'_1 \neq 0, b'_1 \neq 0$ $a'_0 a'_1 \neq 0, b'_0 b'_1 \neq 0$	$O(N)$	无额外误差
tanh	$ \gamma_R - a'_3 < a'_0 $ $ \gamma_L - b'_3 < b'_0 $	$O(N)$	归一化失真
三次项	$\begin{cases} a_1'^2 - 3a_0'a_2' < 0 \\ b_1'^2 - 3b_0'b_2' < 0 \end{cases}$	$O(mN)$	迭代次数与收敛精度

综上所述,LRGPI 模型的线性包络函数在计算效率和误差控制上均表现最优,这一特性使其在 PFSM 迟滞建模的实时性与精度要求下,具备更强的工程实用性。

3 PFSM 迟滞补偿控制

3.1 逆模型前馈的控制补偿

对比各逆模型对 PFSM 迟滞特性的补偿效果,基于逆模型的前馈控制是最有效的方法之一。图 2 为逆模型前馈控制框图。原理上构建的逆模型也是非线性模型,作为前馈控制器与 PFSM 串联,期望偏转角度经过逆模型计算得到 $v(t)$ 再提供给 PFSM,理论上得到的实际偏转角度应与期望偏转角度呈线性关系。

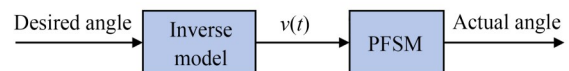


图 2 逆模型前馈控制框图

Fig. 2 Block diagram of inverse model-based feedforward control

由于逆模型与 PFSM 串联的前馈控制方法是开环控制,难以抑制扰动对于系统的影响。在实际工程应用中,多采用逆模型前馈与反馈控制相结合的复合控制策略。

3.2 复合控制补偿

图 3 为引入扰动后,基于逆模型前馈与反馈的复合控制框图,前馈控制为迟滞逆模型,反馈控制采用 PID 控制器,其连续表达式如下:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}, \quad (22)$$

其中: $u(t)$ 为 PID 控制器的输出; K_p, K_i, K_D 分别为比例、积分和微分系数, $e(t)$ 为期望偏转角度与实际偏转角度的差值。

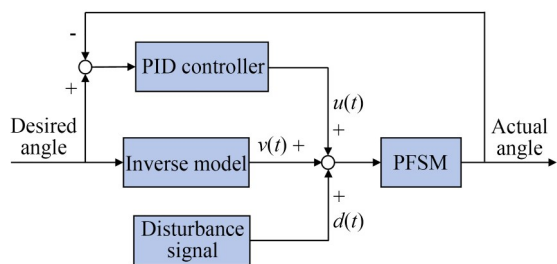


图 3 引入扰动信号的 PID 复合控制结构框图

Fig. 3 Block diagram of PID composite control structure with disturbance signal

4 参数辨识及验证

为辨识得到逆模型的具体参数,采集幅值

为 2.4 V,频率为 1~300 Hz 连续线性变化的正弦信号对应的输出偏转角度,采用 PSO^[22] 算法辨识并建立 PFSM 的数学模型。为定量对比迟滞逆模型构建的时间复杂度与误差,要求各模型的广义 Play 算子共享包络参数;同时设置 PSO 算法迭代次数为 1 000 次、种群规模为 50,学习因子 $C_1=C_2=2$,采用线性递减惯性权重;在 CRGPI 模型求逆过程中,牛顿迭代次数设为 5 次。在 MATLAB 软件下辨识求参的耗时结果表明:LRGPI 逆模型用时仅 8.33 min, TRGPI 逆模型用时 9.58 min, CRGPI 逆模型用时 22.47 min。

为进一步验证率相关特性的建模效果,本文同步采集 1 Hz 单频正弦信号 $v(t) = 2.4\sin(2\pi ft) + 2.5$ V 的输出偏转角度,相同 PSO 条件下辨识得到传统静态 PI 逆模型。表 2 和表 3 分别给出了 PI 逆模型与不同包络函数逆模型的辨识参数。

表 2 PI 逆模型参数

Tab. 2 Parameters of PI inverse model

参数	数值	参数	数值
w'_1	2.58	w'_6	-0.01
w'_2	-0.74	w'_7	-0.004
w'_3	-0.19	w'_8	-0.002
w'_4	-0.07	w'_9	0.00
w'_5	-0.025	w'_{10}	0.00

表 3 TRGPI、CRGPI 及 LRGPI 逆模型参数

Tab. 3 Parameters of TRGPI, CRGPI, and LRGPI inverse models

模型	λ'	γ'	η'	a'_0	a'_1	a'_2	a'_3	b'_0	b'_1	b'_2	b'_3	c'
TRGPI	6.00	7.18	0.32	10.0	0.08	-1.8	-2.06	7.89	0.14	-1.60	-2.13	0.002
CRGPI	1.41	0.79	2.05	0.12	0.26	0.91	-2.41	0.12	0.25	0.79	-3.27	0.014
LRGPI	0.54	0.97	1.70	1.32	-3.37	—	—	1.31	-3.28	—	—	0.001

为验证不同前馈控制方法对 PFSM 的跟踪性能,仿真实验中施加幅值为 1.8 V,频率为 1~300 Hz 连续变化的正弦信号,分析各前馈控制的跟踪情况。图 4 展示了不同包络函数逆模型与传统 PI 逆模型前馈控制下,输出偏转角度与输入信号之比的频率响应曲线。

由图 4 可知,传统 PI 逆模型作为静态模型,无法反映率相关性。LRGPI 逆模型无额外引入的误差,其带宽相较于基于 tanh 包络的 TRGPI 和基于三次项包络的 CRGPI 逆模型,分别提高了 5.78% 和 28.69%。图 5 则进一步展示了不同模型的迟滞拟合情况,表 4 为不同模型在 50 Hz

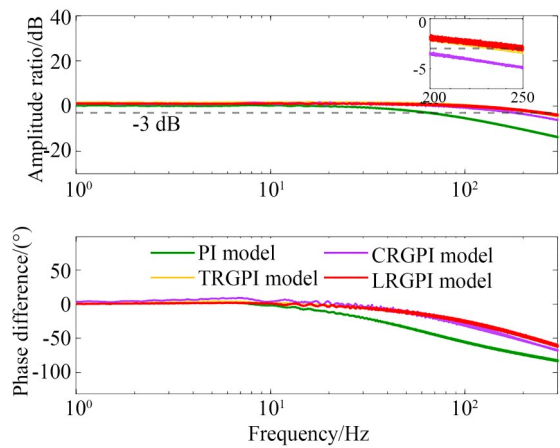
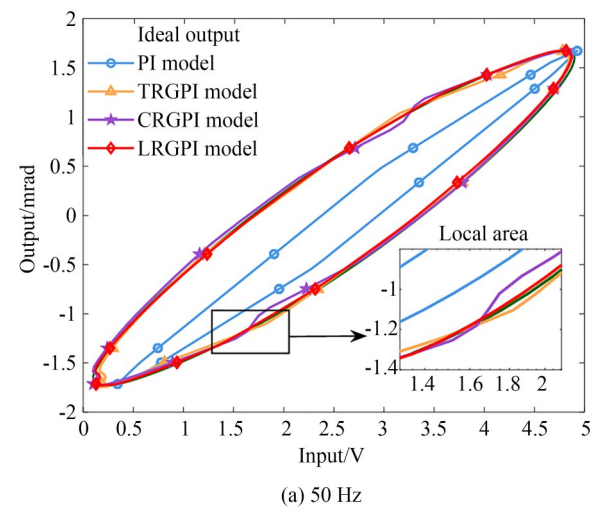


图 4 频域响应曲线对比
Fig. 4 Comparison of frequency response curves

和 80 Hz 下的迟滞拟合精度。
综上所述,LRGPI 逆模型能够准确表征迟滞



特性的率相关性,明显提升了迟滞补偿带宽的同时具有较低的计算复杂度。

表 4 各模型迟滞环拟合精度
Tab. 4 Fitting accuracy of hysteresis loops for various models

模型	拟合频率/Hz	RMSE/mrad	ME/mrad
PI	50	0.42	0.70
	80	0.66	1.00
TRGPI	50	0.06	0.16
	80	0.11	0.28
CRGPI	50	0.06	0.19
	80	0.13	0.30
LRGPI	50	0.03	0.10
	80	0.09	0.26

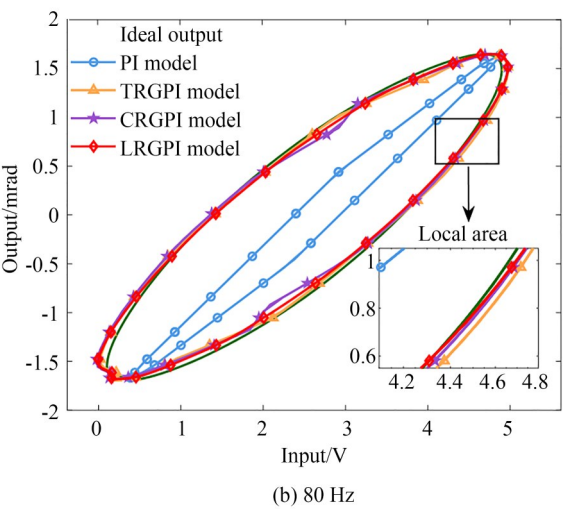


图 5 不同频率下迟滞环拟合对比
Fig. 5 Comparison of hysteresis loop fitting at different frequencies

5 实验验证

5.1 实验设备

PFSSM 实验平台如图 6 所示,主要包括计算机、PFSSM、数字信号处理平台、仿真器、驱动电源和电压放大器。该系统的工作流程如下:数字信号处理平台生成控制信号,经电压放大器放大后驱动 PFSSM 实现精准角度偏转。PFSSM 内置应变片传感器可实时测量偏转位移,传感器信号

通过 AD 模块反馈至数字信号平台进行处理。实验过程中,所有相关数据通过 RS422 通信接口传输至计算机进行实时监控和性能评估,后续分析使用 MATLAB 软件完成。

该控制平台基于德州仪器 DSP28335 微处理器构建,核心执行器件 PFSSM 为芯明天 P34. T4S,其工作电压为 0~120 V,最大偏转角为 4.6 mrad,分辨率为 0.2 μrad。为匹配 PFSSM 的电压范围,采用增益为 21 的电压放大器

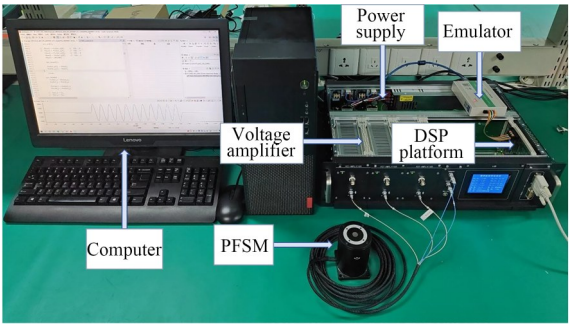


图6 PFSM迟滞补偿实验平台
Fig. 6 Experimental platform for hysteresis compensation of PFSM

放大控制信号。放大后的信号经过DA模块直接驱动PFSM。PFSM内置的电阻应变片传感器实时监测偏转,其信号由AD模块以0.2 ms的间隔采样。控制算法通过CCS 12.0.8开发,支持计算机进行实时调试和监控。实验数据通过RS422传输,并在MATLAB中进行性能评估。

5.2 逆模型前馈控制

为检验逆模型对PFSM迟滞非线性的实际补偿效果,以幅值为1.8 V,分别施加单频正弦(10,50和80 Hz)、幅值衰减正弦以及多频混合正弦信号作为期望偏转角度,对实验平台进行激励,并记录4个逆模型前馈控制下的跟踪轨迹及误差。不同频率下前馈控制的补偿结果如图7~图9所示。表5为逆模型补偿输出的误差分析。

结合表5数据可知,当输入正弦信号频率分别为10,50及80 Hz时,传统PI,TRGPI,CRGPI和LRGPI逆模型前馈补偿下系统RMSE分别低于0.49,0.10,0.14和0.07 mrad;当输入正弦信号分别为幅值衰减信号和多频率混合信号时,传统PI,TRGPI,CRGPI和LRGPI逆模型前馈补偿下系统RMSE分别低于0.10,0.06,0.05和0.04 mrad。

从频域仿真结果来看,80 Hz高频激励下,PI逆模型前馈补偿存在显著相位滞后,而TRGPI、CRGPI及LRGPI逆模型的相位滞后程度明显更小。需要说明的是,由于仿真中构建的PFSM迟滞模型与实际实验平台存在不可避免的偏差,使得图7(c)所示的实际实验结果中,TRGPI、CRGPI及LRGPI逆模型的相位滞后表现与仿真结果存在细微差异,但两类验证结果均一致证实:LRGPI模型在提升系统跟踪精度方面显著优于其他模型。

总体而言,LRGPI逆模型前馈的平均RMSE,相较于传统的PI,TRGPI和CRGPI逆模型前馈控制,分别减少了62.7%,23.2%和26.4%。基于非对称线性包络函数的LRGPI模型没有额外引入的计算误差,无论在高频还是低频条件下均能保持较高的跟踪精度,幅值衰减信号和多频混合信号的实验结果进一步验证了该模型对复杂信号形态的良好适应能力。

表5 前馈跟踪误差分析

Tab. 5 Feedforward tracking errors analysis

跟踪信号	RMSE/mrad				RE/%			
	PI	TRGPI	CRGPI	LRGPI	PI	TRGPI	CRGPI	LRGPI
10 Hz	0.08	0.05	0.05	0.05	6.62	4.02	4.04	3.89
50 Hz	0.32	0.05	0.07	0.04	25.42	3.84	5.50	2.46
80 Hz	0.49	0.10	0.14	0.07	38.59	7.40	10.74	5.73
幅值衰减信号	0.07	0.06	0.05	0.04	14.71	14.15	9.05	7.55
多频混合信号	0.10	0.06	0.05	0.04	10.66	6.42	5.00	4.61
跟踪信号	ME/mrad				非线性度/%			
	PI	TRGPI	CRGPI	LRGPI	PI	TRGPI	CRGPI	LRGPI
10 Hz	0.16	0.10	0.15	0.08	4.36	2.95	4.07	2.16
50 Hz	0.49	0.13	0.09	0.08	14.20	2.81	3.56	2.24
80 Hz	0.73	0.18	0.21	0.15	21.38	5.17	5.96	4.12
幅值衰减信号	0.11	0.19	0.13	0.10	4.85	8.43	5.26	4.16
多频混合信号	0.20	0.13	0.10	0.09	5.65	3.96	2.87	2.81

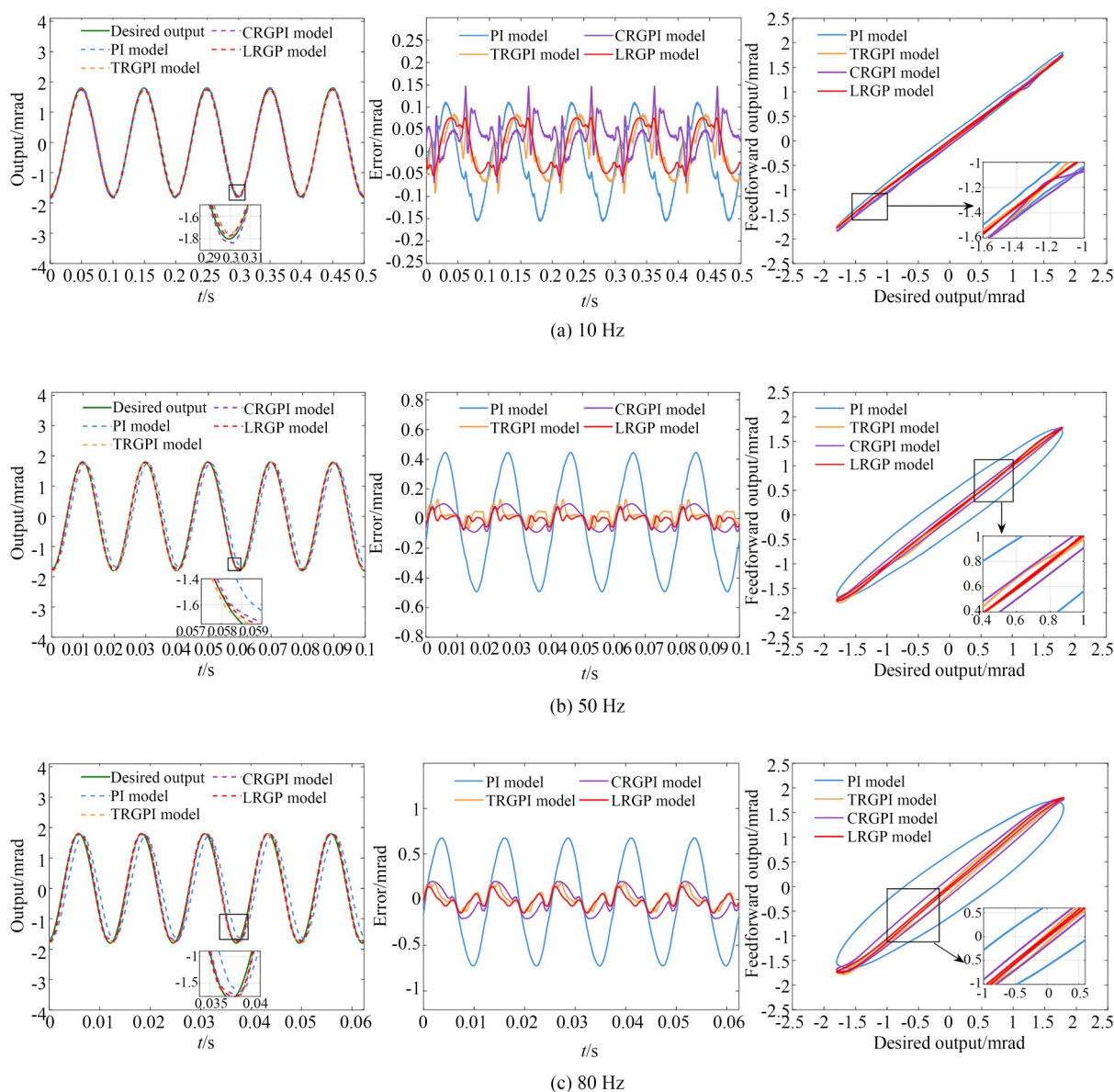


图7 不同频率前馈跟踪曲线及误差

Fig. 7 Feedforward tracking curves and errors at different frequencies

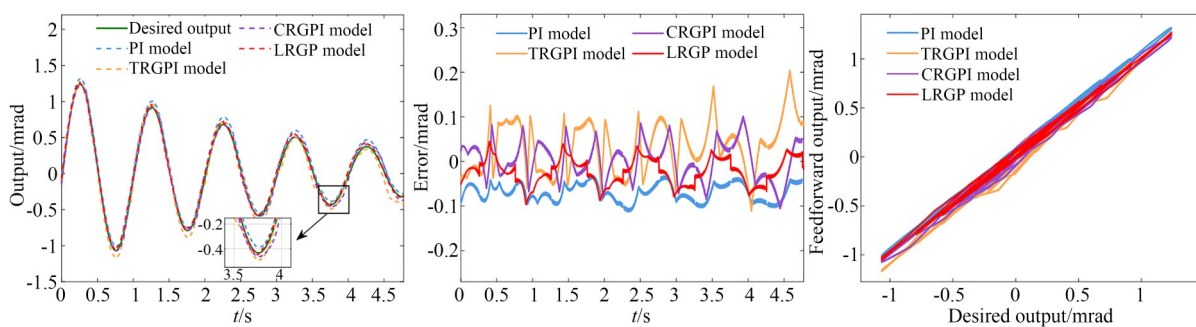


图8 幅值衰减信号的前馈跟踪曲线及误差

Fig. 8 Feedforward tracking curves and errors for amplitude-decaying signal

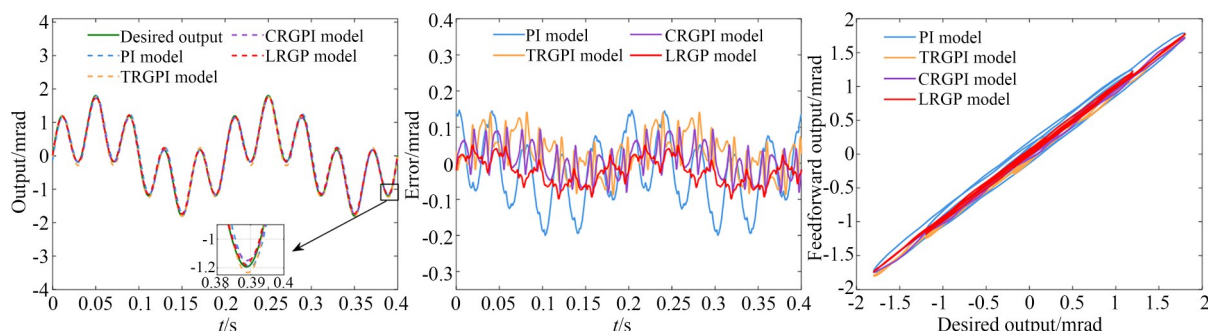


图9 多频混合信号的前馈跟踪曲线及误差

Fig. 9 Feedforward tracking curves and errors for multi-frequency composite signal

5.3 PID复合控制

PFSM作为二级稳定系统需要应对低频干扰。为此,在LRGPI逆模型前馈控制补偿基础上,叠加了幅值为0.05 mrad,由3个低频成分混合而成的随机正弦扰动 $d(t)=0.05(\sin(4\pi t)+\sin(12\pi ft)+\sin(20\pi ft))$ 。

在实际工程应用中,考虑控制系统的简洁性,采用逆模型前馈与PID反馈控制相结合的复合控制策略。图10与图11分别展示了加入扰动后,基于LRGPI逆模型的前馈与PID复合控制的跟踪效果。表6为复合PID控制下不同频率的输出误差分析。

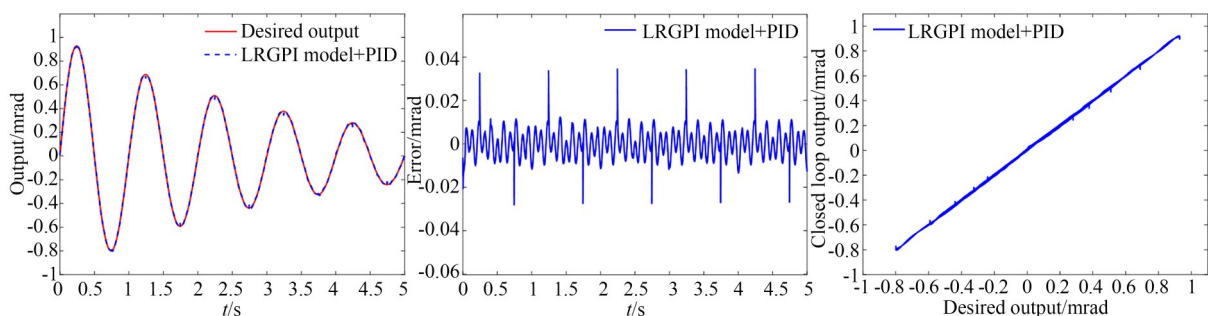


图10 复合控制下幅值衰减信号的跟踪曲线及误差

Fig. 10 Tracking curves and errors for amplitude-decaying signals under composite control

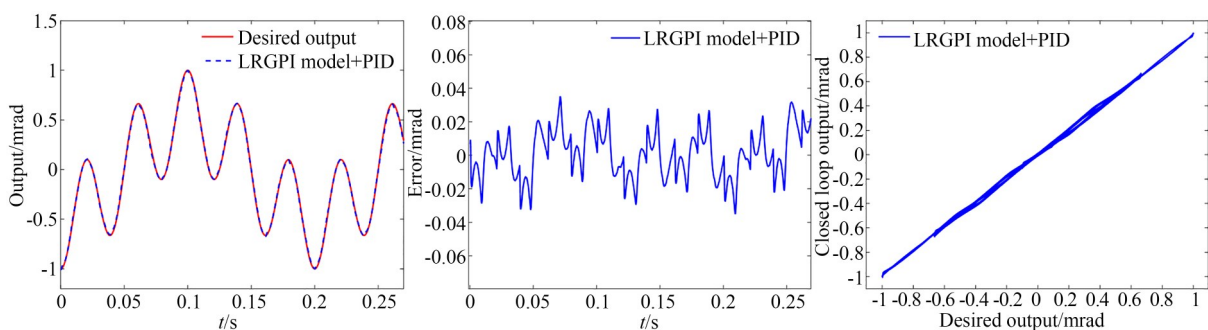


图11 复合控制下多频混合信号的跟踪曲线及误差

Fig. 11 Tracking curves and errors for multi-frequency composite signals under composite control

结合表6数据可知,当输入幅值衰减信号和多频混合信号时,系统RMSE不超过0.01 mrad,

RE不超过2.90%,ME不超过0.04 mrad,非线性度分别为2.01%,1.76%。

表 6 复合 PID 控制下跟踪误差分析

Tab.6 Tracking errors analysis under composite PID control

跟踪信号	RMSE/ mrad	RE/%	ME/ mrad	非线性 度/%
幅值衰减信号	0.01	1.55	0.03	2.01
多频混合信号	0.01	2.90	0.04	1.76

结合前馈补偿实验与复合控制实验结果可知,本文所采用的 LRGPI 模型能较好地补偿 PF-SM 的迟滞特性,复合控制策略能够进一步抑制扰动,提高系统的稳定性能。

6 结 论

本文基于时间复杂度、求逆必要条件及误差来源 3 个核心维度,提出了一种基于非对称线性包络函数的率相关广义 PI(LRGPI)迟滞模型,该模型相比其他包络函数求逆简便,且不会引入额外误差。仿真结果表明,与传统 PI 逆模型、基于 tanh 包络的 TRGPI 逆模型和基于三次项包络的

CRGPI 逆模型相比,LRGPI 逆模型前馈控制在提升迟滞补偿的带宽的同时,求参的耗时量较短。将上述各类逆模型分别作为前馈控制器进行实验对比,在单频(10,50 及 80 Hz)正弦输入信号、幅值衰减正弦信号及多频混合信号下,LRGPI 逆模型前馈补偿后的平均 RMSE 相较于传统的 PI、TRGPI 和 CRGPI 逆模型前馈控制,分别减少了 62.7%,23.2% 和 26.4%。基于 LRGPI 逆模型与 PID 的复合控制实验表明,复合控制可有效抑制外界干扰。LRGPI 模型的迟滞补偿方法为后续航天领域精密控制的方案选型提供了明确依据。后续可进一步探索该方法在极端工况下的适应性以及实时控制性能。

作者贡献声明:

- 包瑞飞:概念化,初稿撰写和数据分析;
- 张雁南:数据整理和软件开发;
- 赵 嵩:论文审核与编辑写作;
- 孙明超:资金获取和资源提供;
- 钟恩福:结果验证和可视化;
- 储海荣:论文指导与审核。

参考文献:

[1] 刘永凯,吕福睿,高世杰,等.地基大口径望远镜动态目标跟踪中压电式快速反射镜迟滞效应的补偿[J]. 光学精密工程, 2022, 30(23): 3081-3089.
LIU Y K, LÜ F R, GAO SH J, *et al.* Compensation of hysteresis effect of piezoelectric fast steering mirror in dynamic target tracking of ground-based large aperture telescope system[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2022, 30(23): 3081-3089. (in Chinese)

[2] 司马津甫,赖磊捷,李朋志,等.三自由度压电偏摆台耦合迟滞模型建模与逆补偿[J]. 光学精密工程, 2023, 31(20): 2964-2974.
SIMA J F, LAI L J, LI P ZH, *et al.* Coupled hysteresis model and its inverse compensation for three-degree-of-freedom tip-tilt-piston piezoelectric stage[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(20): 2964-2974. (in Chinese)

[3] YU Y W, NIE L L, ZHANG X Y, *et al.* Finite-iteration learning tracking control of magnetic shape memory alloy actuator based on neural network[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Ex-*

press Briefs, 2025, 72(12): 1987-1991.

[4] 汪寒,肖习,郭友明,等.压电变形镜驱动器迟滞快速辨识与补偿研究[J]. 压电与声光, 2024, 46(1): 67-72.
WANG H, XIAO X, GUO Y M, *et al.* Research on rapid identification and compensation of hysteresis in piezoelectric deformable mirror actuators[J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2024, 46(1): 67-72. (in Chinese)

[5] 李智斌,潘嘉男,孙崇尚,等.快速反射镜恒偏差故障观测器设计[J]. 中国光学(中英文), 2025, 18(1): 121-133.
LI ZH B, PAN J N, SUN CH SH, *et al.* Design of constant bias fault observer for fast steering mirrors[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(1): 121-133. (in Chinese)

[6] XIE S L, WANG B R, CHEN D J. Comparison of different schemes for motion control of pneumatic artificial muscle using fast switching valve[C]. *Intelligent Robotics and Applications*. Cham: Springer, 2019: 641-653.

- [7] MAHAPATRA A K, PANDA N, MAHAPATRA M, *et al.* A fast-flying particle swarm optimization for resolving constrained optimization and feature selection problems [J]. *Cluster Computing*, 2024, 28(2): 91.
- [8] ZHOU C, FENG C, AYE Y N, *et al.* A digitized representation of the modified Prandtl-ishlinskii hysteresis model for modeling and compensating piezoelectric actuator hysteresis [J]. *Micromachines*, 2021, 12(8): 942.
- [9] ZHOU C, YUAN M, FENG C, *et al.* A modified Prandtl-ishlinskii hysteresis model for modeling and compensating asymmetric hysteresis of piezo-actuated flexure-based systems [J]. *Sensors*, 2022, 22(22): 8763.
- [10] 张扬名, 吴铭凡, 方剑吟, 等. 压电纳米运动系统的迟滞补偿与迭代学习分数阶滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2025, 42(6): 1075-1082.
- ZHANG Y M, WU M F, FANG J Y, *et al.* Hysteresis compensation and iterative learning-based fractional order sliding mode control for piezoelectric nano motion systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(6): 1075-1082. (in Chinese)
- [11] ZHANG C, ZHOU M L, NIE L L, *et al.* Prandtl-Ishlinskii model based event-triggered prescribed control: Design and application to piezoelectric-driven micropositioning stage [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 200: 110562.
- [12] WANG W T, GUO J, FANG C, *et al.* An improved Prandtl-Ishlinskii model for compensating rate-dependent hysteresis in fast steering mirror system [J]. *Optoelectronics Letters*, 2016, 12(6): 426-429.
- [13] FENG Y, LI Y. System identification of micro piezoelectric actuators via rate-dependent Prandtl-ishlinskii hysteresis model based on a modified PSO algorithm [J]. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 2021, 20: 205-214.
- [14] WANG W, HAN F M, CHEN Z F, *et al.* Modeling and compensation for asymmetrical and dynamic hysteresis of piezoelectric actuators using a dynamic delay Prandtl-ishlinskii model [J]. *Micromachines*, 2021, 12(1): 92.
- [15] 崔良玉, 钟俊杰, 韩建鑫, 等. 基于压电陶瓷驱动
- 的纳米定位平台复合控制[J]. 工具技术, 2025, 59(1): 95-101.
- CUI L Y, ZHONG J J, HAN J X, *et al.* Compound control of nanopositioning stage based on piezoelectric ceramics [J]. *Tool Engineering*, 2025, 59(1): 95-101. (in Chinese)
- [16] LI Q J, LI Y N, LI J G, *et al.* Third-order integral sliding mode control of piezoelectric actuators based on rate-amplitude-dependent Prandtl-Ishlinskii model [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2023, 33(12): 6895-6915.
- [17] XIE S L, REN G Y, WANG B R. A modified asymmetric generalized Prandtl-Ishlinskii model for characterizing the irregular asymmetric hysteresis of self-made pneumatic muscle actuators [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, 149: 103836.
- [18] 段慧茹, 谢胜龙, 万延见, 等. 基于 Prandtl-Ishlinskii 模型的气动肌肉迟滞特性动态建模与控制方法 [J]. 农业机械学报, 2024, 55(3): 452-458.
- DUAN H R, XIE S L, WAN Y J, *et al.* Dynamic hysteresis modeling and control of pneumatic muscle based on Prandtl-ishlinskii model [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2024, 55(3): 452-458. (in Chinese)
- [19] 李智斌, 辛源泽, 张建强, 等. 压电定位系统建模及滑模逆补偿控制 [J]. 中国光学(中英文), 2025, 18(1): 170-185.
- LI ZH B, XIN Y Z, ZHANG J Q, *et al.* Modeling and sliding mode control based on inverse compensation of piezo-positioning system [J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(1): 170-185. (in Chinese)
- [20] 于树友, 谭丽, 李建普, 等. 压电陶瓷作动器的卡尔曼滤波输出反馈预测控制 [J]. 光学精密工程, 2024, 32(11): 1724-1735.
- YU S H Y, TAN L, LI J P, *et al.* Kalman filter based output feedback predictive control for piezoelectric ceramic actuators [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(11): 1724-1735. (in Chinese)
- [21] 杨浩, 姜军强, 杨依领, 等. 压电纤维致动器的率相关偏置迟滞建模及补偿 [J]. 振动测试与诊断, 2023, 43(3): 531-538, 622.
- YANG H, LOU J Q, YANG Y L, *et al.* Dynamic modeling and feedforward compensation of the rate-dependent bipolar bias hysteresis nonlinearity of marco fiber composites actuators [J]. *Journal of*

Vibration, Measurement & Diagnosis, 2023, 43(3): 531-538, 622. (in Chinese)

- [22] CHENG L Q, CHEN W Z, TIAN L G. A modified direct inverse Prandtl-Ishlinskii model based on

two sets of operators for the piezoelectric actuator hysteresis compensation[J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2022, 68(2): 177-191.

作者简介:



包瑞飞(2001—),女,河北邯郸人,硕士研究生,2023年于长春理工大学获得学士学位,主要研究方向为光电平台的视轴稳定。E-mail: baoruifeibf@163.com

通讯作者:



储海荣(1983—),男,江苏南通人,博士生导师,研究员,2010年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事飞行器总体设计与仿真技术、导航制导与控制技术的研究。E-mail: chuhr@ciomp.ac.cn

通讯作者:



赵嵩(1984—),男,山东龙口人,硕士,高级工程师,2011年于吉林大学获得硕士学位,主要从事信息处理技术方面的研究。E-mail: zhaos@ciomp.com.cn