

文章编号 1004-924X(2026)02-0255-12

多层神经网络改进 Prandtl-Ishlinskii 模型构建与 压电迟滞补偿

黄卫清, 汪文晋, 安大伟*, 张 宸, 陈晓婷, 邹 涛*

(广州大学 机械与电气工程学院, 广东 广州 510006)

摘要: 压电作动器 (Piezoelectric Actuators, PEA) 因其高分辨率与快速响应优势, 在微纳定位与精密制造等领域具有广泛应用。但其固有的迟滞非线性严重制约了系统控制精度, 成为高性能控制的瓶颈。针对经典 Prandtl-Ishlinskii (P-I) 模型表达能力有限, 难以刻画复杂的非线性迟滞现象, 本文提出一种多层神经网络改进型的 P-I 建模方法。该方法保持原模型的可逆性与物理可解释性, 利用神经网络非线性映射 Play 算子权重, 引入贝叶斯正则化策略优化训练过程, 从而实现更强的非线性拟合和泛化能力, 并构建逆模型前馈控制器并开展实时实验验证。实验结果表明, 在三角波、正弦波及混合波输入下, 模型的前馈补偿下不同轨迹的归一化均方根误差分别降至 0.65%, 0.76%, 1.82%, 相较于经典 P-I 与多项式改进模型误差下降明显。在多种输入条件下展现出良好的鲁棒性, 在复杂迟滞建模与高精度控制中具备良好的工程适用性。

关键词: 压电作动器; 非线性建模; 多层神经网络; 迟滞补偿

中图分类号: TN384; TP273 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20263402.0255 **CSTR:** 32169.14.OPE.20263402.0255

Improvement of a Prandtl-Ishlinskii model via multilayer neural network and hysteresis compensation of piezoelectric actuators

HUANG Weiqing, WANG Wenjin, AN Dawei*, ZHANG Chen, CHEN Xiaoting, ZOU Tao*

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

* Corresponding author, E-mail: andavy@gzhu.edu.cn; tzou@gzhu.edu.cn

Abstract: Piezoelectric actuators (PEA) are widely used for micro-nano-positioning and precision manufacturing due to their high resolution and rapid response. Inherent hysteresis nonlinearity affects control performance and restricts high-accuracy applications. To overcome the limitations of the classical Prandtl-Ishlinskii (P-I) model in representing complex nonlinear hysteresis phenomena, a multilayer neural network-enhanced P-I modeling approach was proposed. The method used a neural network to dynamically map the weights of Play operators while ensuring that the model remained invertible and physically interpretable. Bayesian regularization was adopted during training to improve the ability to fit nonlinear systems and enhance generalization. Based on the improved model, an inverse-model-based feedforward controller was designed and validated in real-time experiments. Experimental results show that the proposed feedforward compensation reduces the normalized RMSE to 0.65%, 0.76%, and 1.82% under triangular, sinu-

收稿日期: 2025-10-15; 修订日期: 2025-11-11.

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 52105177, No. 52075108); 广东省普通高校青年创新人才类项目 (No. 2021KQNCX067)

soidal, and hybrid inputs, significantly outperforming the classical and its polynomial variants. The method exhibits strong robustness across diverse input conditions and demonstrates good engineering applicability in complex hysteresis modeling and high-precision control.

Key words: piezoelectric actuators; nonlinear modeling; multilayer neural network; hysteresis compensation

1 引言

压电作动器因其结构紧凑、响应迅速与高精度输出等优势,广泛应用于微纳加工、半导体制造及航空航天等领域^[1-3],是高性能控制系统中的精密驱动核心部件。然而,压电材料固有的迟滞非线性会在驱动过程中引入非线性误差,降低系统跟踪性能,甚至振荡甚至失稳^[4-5]。因此构建准确描述压电迟滞非线性特性的模型是实现高精度控制的关键前提。

现有压电迟滞建模主要为微分方程类和算子类。微分方程类迟滞模型如Duhem模型与Bouc-Wen模型,其模型结构简单,辨识参数少便于控制策略设计,但逆模型构造、建模精度等方面存在局限^[6-9]。算子类模型中,Preisach模型可以较好表征非对称迟滞现象,但其结构复杂、参数量庞大,实时控制受限^[10-11];经典P-I模型通过线性叠加不同阈值的迟滞算子组实现对迟滞曲线的逼近,其结构简洁、计算效率高、可逆性强等优点,因此在工程实践中作为前馈补偿集成于控制系统中^[12-14]。但其固有的对称算子结构与线性权值限制了在不对称、率相关等复杂迟滞现象的建模精度。

为提高经典P-I模型的建模精度,目前研究主要从算子结构与参数辨识两方面进行改进。在算子结构方面,通过引入多项式、广义Play算子或非对称算子等方式增强模型的非线性表达能力^[15-17]。另有研究引入了频率补偿模块、率相关算子,将输入速率信息纳入建模过程以增强动态响应特性^[18-20]。在参数辨识方面,为克服易陷入局部最优、对初值敏感等问题,广泛引入遗传算法、粒子群优化、差分进化等智能优化方法^[21-23]。随着人工智能的发展,神经网络凭借着强大的非线性逼近效果,也成为迟滞建模的一种重要方式,包括LSTM网络、深度前馈网络或循环神经网络等构建的多种迟滞模型^[24-26]。上述策略在不同程度上提升了建模精度,但对传统线性叠加方式改进较少,本文尝试引入神经网络构建

一种具有非线性权值结构的新型P-I模型。

本文提出了一种使用多层神经网络改进型的P-I模型,并构建逆模型以及设计了前馈补偿器。首先,基于经典P-I模型构建了多阈值记忆向量,并引入多层前馈神经网络对Play算子权重进行非线性映射。其次,为避免在小样本条件下出现过拟合,采用了贝叶斯正则化策略训练实现对迟滞回线良好拟合,兼顾拟合精度与泛化能力,并建立模型评价指标以及评估拟合精度。最后,搭建了实验测试平台,验证了所提方法具备良好的拟合能力以及补偿精度,为PEA精密驱动提供了一种新的方法。

2 多层神经网络改进的P-I建模方法

2.1 经典P-I模型结构和多项式改进P-I模型

PEA具有明显的迟滞性,其输出依赖当前输入及其历史轨迹。P-I模型利用多个阈值不同的线性Play算子加权叠加构成。设输入为 $u(t)$,阈值为 $r_i > 0$ 的Play算子输出 $v_i(t)$ 可以表示为:

$$v_i(t) = P_{r_i}[u(t)] = \max\{u(t) - r_i, \min\{u(t) + r_i, v(t - T)\}\}, \quad (1)$$

其中: $v(t - T)$ 为算子的上一时刻的输出,体现出典型的滞后跟随特性。将 n 个满足 $0 < r_1 < \dots < r_n$ 的算子线性叠加即可得到经典P-I模型:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \omega_i P_{r_i}[u(t)], \quad (2)$$

其中,线性权值 ω_i 由实验数据辨识获得,其模型结构如图1所示。

经典P-I模型的输入为线性算子,难以刻画压电材料在不同电压区间表现出的复杂非线性特征。为增强模型的非线性表达能力,引入三次多项式对其进行改造^[15],具体表达式为:

$$\tilde{y}(t) = \alpha_1 u(t) + \alpha_2 u^2(t) + \alpha_3 u^3(t) + \sum_{i=1}^n \omega_i P_{r_i}[u(t)]. \quad (3)$$

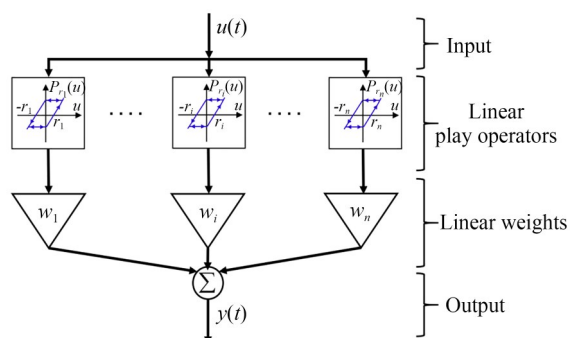


图1 经典P-I模型结构

Fig. 1 Structure of the classical P-I model

三次多项式改进P-I模型保持了原框架可辨识、实时性好的优势,同时提升了对输入端非线性特征的拟合能力,改善拟合误差与不对称现象。然而,由于其仍依赖固定阈值与线性叠加结构,进一步提高建模精度和补偿能力存在局限,因此引入多层神经网络结构对P-I进行改造。

2.2 多层神经网络改进的P-I模型

经典P-I模型在权重固定性与表达能力上存在局限性,本文采用多层神经网络的结构对

Play算子权重进行动态赋值,从而使改造的P-I模型具有更优的非线性拟合能力。具体的模型结构如式(4)所示:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^n \phi \cdot P_{r_i}[u(t)], \quad (4)$$

其中, ϕ 为对应的动态权重函数,由多层感知机生成:

$$\phi = f_w(v(t)) = f_w([P_{r_1}[u(t)], \dots, P_{r_n}[u(t)]]^T), \quad (5)$$

其中: w 为前馈神经网络的参数集合,它包括了网络中所有层的权重以及偏置。其中神经网络 $f_w(\cdot)$ 由输入层、 n 层隐藏层以及输出层组合而成,输入层由输入电压 $u(t)$ 经过 n 个Play算子输出的状态向量 $v(t)$ 构成,通过网络训练处非线性权重 ϕ ,结构如图2所示。隐藏层的激活函数为线性整流函数(Rectified Linear Unit, ReLU),增强网络非线性并且可以在提升模型的拟合能力下避免梯度消失。输出层采用线性激活函数,将隐藏层结构进行线性叠加得到最终的预测位移 $\hat{y}(t)$ 。

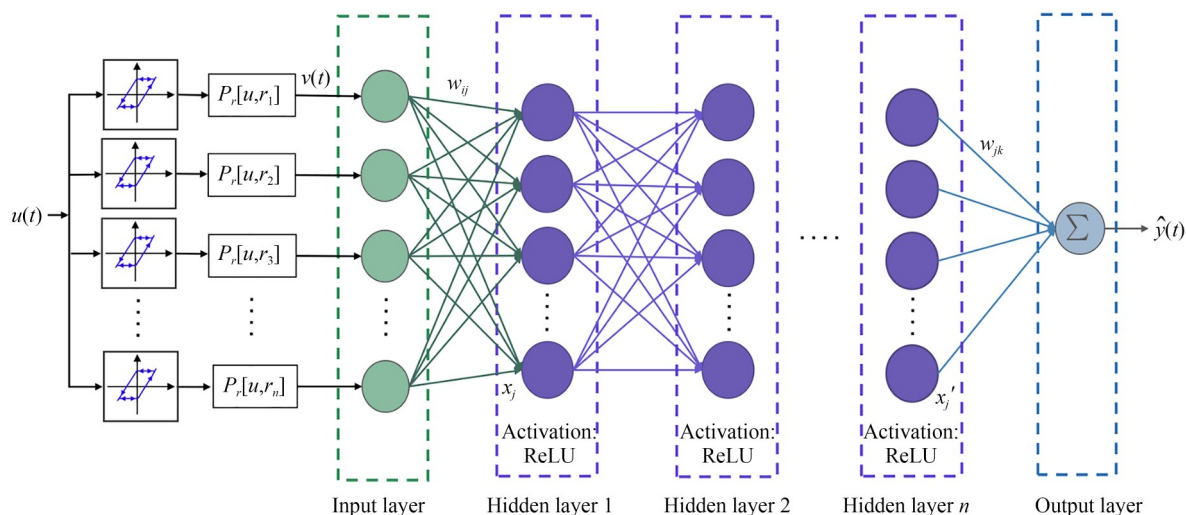


图2 P-I模型的神经网络赋权结构图

Fig. 2 Neural network weight assignment structure diagram of the P-I model

2.3 贝叶斯正则化的网络训练策略

为提高PEA迟滞建模精度和稳定性,本文采用基于最大后验估计的贝叶斯正则化训练方法,实现超参数 α 和 β 的自适应调整,可以让数据拟合精度与模型泛化能力之间实现动态平衡,实

现良好的辨识效果并有效避免过拟合现象。

2.3.1 目标函数

对于网络参数向量 w ,贝叶斯正则化的目标函数为:

$$F(w) = \beta E_D + \alpha E_w, \quad (6)$$

数据误差项 E_D 和权值正则化项 E_w 分别定义为:

$$E_D = \frac{1}{2} \|y - \hat{y}\|^2, \quad (7)$$

$$E_w = \frac{1}{2} \|w\|^2, \quad (8)$$

其中: $\|\cdot\|^2$ 表示向量的 L_2 范数。式(6)中 βE_D 确保网络预测输出与实际输出 y 接近, 实现数据拟合。 αE_w 约束参数向量的范数, 防止参数过大导致过拟合。 α 控制正则化强度, β 控制数据拟合权重。训练过程即通过最小化 $F(w)$, 在拟合精度与模型简洁性之间取得平衡。

2.3.2 训练算法流程

贝叶斯正则化训练过程主要包括以下三个步骤:

步骤 1: 网络参数优化。

采用 Levenberg-Marquardt (L-M) 算法优化网络参数 w 。通过前向传播计算网络输出:

$$\hat{y} = f(x, w). \quad (9)$$

进而得到误差向量:

$$e = y - \hat{y}. \quad (10)$$

然后构建雅可比矩阵:

$$J_{ij} = \frac{\partial e_i}{\partial w_j}. \quad (11)$$

式(9)中通过神经网络的前向传播得出预测输出, 式(10)中计算预测误差。式(11)中雅可比矩阵的第 i 行第 j 列元素表示第 i 个误差分量对第 j 个参数的偏导数, 表征误差对参数的敏感度, L-M 算法利用梯度和近似 Hessian 信息, 实现梯度下降的稳定性和牛顿法的快速收敛性。

步骤 2: 有效参数数量计算。

利用高斯-牛顿近似构造 Hessian 矩阵:

$$H = \nabla^2 F(w) \approx 2\beta J^T J + 2\alpha I_n, \quad (12)$$

其中: ∇^2 为二阶梯度算子, I_n 为 n 维单位矩阵(n 为训练样本数)。由 Hessian 矩阵的逆矩阵可以计算出有效参数数量:

$$\gamma = n - 2\alpha \cdot \text{tr}(H^{-1}), \quad (13)$$

其中: $\text{tr}(\cdot)$ 代表矩阵的迹运算。 γ 表征模型实际使用的参数, 反映了网络的真实复杂度, 当 α 增大时, 正则化约束加强, 部分参数近零, 模型复杂度相应减小。当 α 减小时, 更多参数参与拟合, 模型复杂度也相应增大。

步骤 3: 超参数自适应更新。

根据贝叶斯框架下的 Mackay 公式更新超参数:

$$\alpha_{\text{new}} = \frac{\gamma}{2E_w(w)}, \quad (14)$$

$$\beta_{\text{new}} = \frac{n - \gamma}{2E_D(w)}. \quad (15)$$

式(14)中, 当权值范数 E_w 较大时, α_{new} 增大, 从而在下一轮迭代中加强正则化约束, 抑制参数增长。反之, 当 E_w 较小时, α_{new} 减小, 放松正则化强度。式(15)中, 当数据误差 E_D 较大时, β_{new} 增大, 从而提高数据拟合项的权重, 促使网络改善预测精度。当 E_D 较小时, β_{new} 减小, 防止过度拟合噪声。

当参数更新量 $\|\Delta w\|$ 、目标函数变化量 $|\Delta F|$ 、超参数变化量 $|\Delta \alpha|$ 、 $|\Delta \beta|$ 或者达到最大迭代次数时, 训练终止并输出最终网络参数 w 。

3 前馈补偿器设计与辨识

3.1 基于压电迟滞逆模型的前馈补偿

PEA 的输入和输出关系通常可以分为静态迟滞非线性 $H[\cdot]$ 以及材料和驱动放大器产生的动态特性 $G(s)$ 两部分, 其整体模型可写为:

$$y(t) = G(s) \cdot H[u(t)]. \quad (16)$$

在精密定位场景中, 静态迟滞非线性是跟踪误差的主要来源。如下式(17)所示, 常构建迟滞逆模型 $H^{-1}[\cdot]$ 对压电系统的非线性行为进行线性化前馈补偿。将期望输出轨迹信号映射为控制输入, 使模型直接产生期望响应电压。给定期望轨迹 $y_d(t)$, 可得到对于输入电压 $u(t)$ 为:

$$u(t) = H^{-1}[y_d(t)]. \quad (17)$$

系统可以近似成为线性系统:

$$y(t) = G(s) \cdot H\{H^{-1}[y_d(t)]\} \approx G(s) \cdot y_d(t). \quad (18)$$

式(18)中可以看出静态非线性已被近似抵消, 该系统等效成为一个受动态特性 $G(s)$ 影响的线性系统。其控制框图如图 3 所示, 其中的 H^{-1} 是用于补偿 PEA 的非线性迟滞, H 表征固有非线性, $G(s)$ 是系统的动态响应。本文通过构建高精度、可逆的迟滞逆模型, 从而实现 PEA 高精度的静态非线性补偿, 进而后续动态控制的性能提升奠定基础。

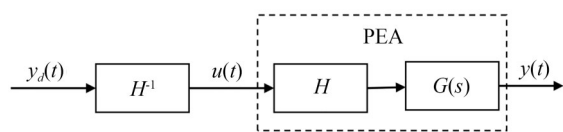


图3 基于逆模型的前馈补偿

Fig. 3 Feedforward compensation based on the inverse model

3.2 逆模型辨识

本实验采用芯明天 MTP150/7×7/36 款压电叠堆驱动器,最大工作电压为 150 V。为覆盖完整位移行程并充分激发非对称特性,本文采用全量程电压激励。激励信号为 1 Hz 幅值 150 V 的全正偏置三角波,其中采集卡采样频率设置为 10 kHz,共采集约 3×10^4 组输入电压与输出位移数据对,具体波形如图 4 所示。

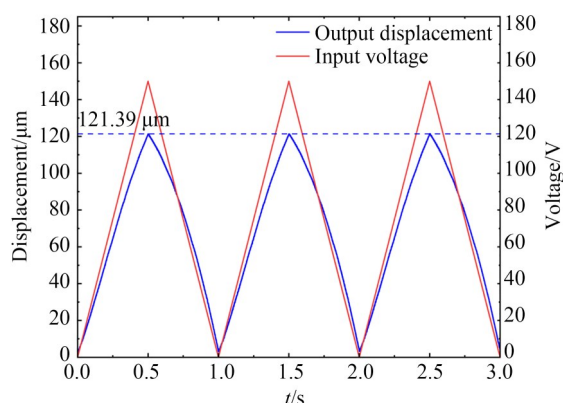


图4 输入电压-输出位移

Fig. 4 Input voltage-output displacement

3.2.1 经典 P-I 和多项式改进 P-I 的逆模型辨识

经典 P-I 模型通过死区算子的线性加权叠加描述迟滞特性,多项式改进 P-I 模型则在其基础上引入多项式项,增强对非对称迟滞的拟合能力,二者的辨识框架一致,逆结构表达式具体如下:

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=1}^n \tilde{w}_i \cdot P_{r_i}^{-1}[y(t)], \quad (19)$$

$$\tilde{u}(t) =$$

$$\tilde{\alpha}_1 y(t) + \tilde{\alpha}_2 y^2(t) + \tilde{\alpha}_3 y^3(t) + \sum_{i=1}^n \tilde{w}_i \cdot P_{r_i}[y(t)], \quad (20)$$

其中: $y(t)$ 为图 4 中的输入位移,通过优化权重

$\tilde{w}_i$ 使得模型输出的补偿电压 $\tilde{u}(t)$ 与实际输入电压的均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 最小。本文取迟滞算子数量为 $n=10$, 迟滞宽度 r_i 在 $[0, \max\{y(t)\}]$ 内均匀分布。通过 MATLAB 优化工具箱中的 fmincon 算法进行参数优化,设置最大迭代次数为 1 000,约束容差为 10^{-6} 。

3.2.2 多层神经网络改进 P-I 的逆模型辨识

本文采用数据驱动的方式构建其逆映射函数。通过采集输入和输出样本,训练得到逆向神经网络控制器 $\hat{H}^{-1}$,使其逼近真实逆模型:

$$\hat{u}(t) = \hat{H}^{-1}(y(t)). \quad (21)$$

该控制器基于前馈神经网络设计而成,它的训练数据如图 4 所示,网络的输入为输出位移 $y(t)$,预测的输出为电压控制信号 $\hat{u}(t)$ 。迟滞算子数量与前面的模型保持一致为 10。依据式 (13) 估计,在当前的数据规模下 γ 约需要 100 个参数,因而隐藏层采用了两层感知机,其节点分别为 10 和 8,激活函数选取了 ReLU,输出层则为线性映射。最后通过调用 MATLAB 神经网络工具箱中的 trainbr 函数进行训练,在小样本条件下优化网络权重与结构复杂度,具体的参数可以详见下表 1。训练完成后的模型使用 gensim 函数生成模块部署于 Simulink 平台,并与 PEA 串联构成完整的前馈控制回路。

表1 神经网络结构参数

Tab. 1 Structural parameters of the neural network

Parameter name	Parameter value
Input layer nodes	10
Hidden layer nodes	10, 8
Output layer nodes	1
Activation function	ReLU, Linear
Training algorithm	Bayesian regularization
Number of iterations	600
Target error	0.1

3.3 逆模型辨识效果对比

3.3.1 收敛性能对比

为评估三种逆模型的辨识效率,将 RMSE 收敛过程在对数坐标 (lg-RMSE) 下进行对比分析。如图 5 所示,神经网络改进 P-I 逆模型收敛性能

最优, 138 s 内完成 587 轮迭代 RMSE 收敛至 $0.27 \mu\text{m}$, 收敛曲线平滑。经典 P-I 逆模型耗时 185 s, 832 轮迭代收敛至 $5.30 \mu\text{m}$, 收敛曲线波动较为明显。多项式改进 P-I 逆模型因参数空间维度增加, 经 986 轮迭代收敛至 $0.89 \mu\text{m}$, 收敛曲线波动十分明显。神经网络改进模型的 RMSE 较经典 P-I 模型和多项式改进模型分别降低 94.9% 和 69.7%, 综合收敛速度与辨识精度表现最佳。

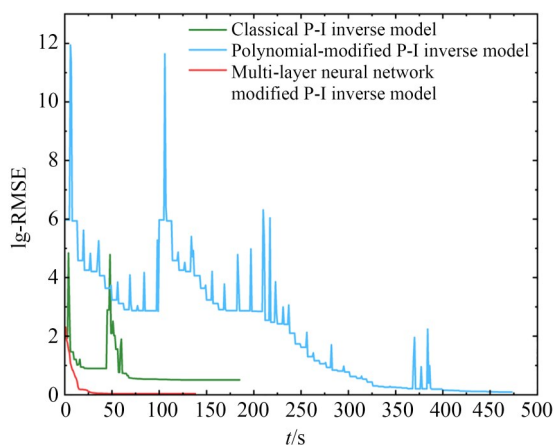


图 5 迭代图

Fig. 5 Iteration graph

3.3.2 拟合度分析

为定量评估逆模型的拟合精度, 本文采用三种常用误差指标: 最大误差 (Maximum Error, ME)、RMSE 以及归一化均方根误差 (Normalized Root Mean Square Error, NRMSE)。其中, ME 反映模型在全程的最差偏差, RMSE 衡量整体拟合误差, 而 NRMSE 通过幅值归一化, 有效消除不同位移幅值对误差量级的影响。 y_d 设为期望值, y 为实际值, 三个评价指标的具体表达式如下所示:

$$ME = \max(|y_d - y|), \quad (22)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_d - y)^2}, \quad (23)$$

$$NRMSE = \frac{RMSE}{y_{d, \max} - y_{d, \min}} \times 100\%, \quad (24)$$

其中: $y_{d, \max}$ 为期望输的最大值, $y_{d, \min}$ 为期望输出的最小值。

辨识结果如图 6 和图 7 所展示逆模型的迟滞

回线拟合度以及拟合误差分布。图 6 中的实际值由图 4 数据绘制, 可以看出实际 PEA 系统具有明显的迟滞现象, 随着位移的变化曲线会形成闭合环路, 而不是理想的线性关系, 尤其曲线两端呈现更不规则的非线性。由图 6 中所示不同模型在回线形状、拐角区域以及路径依赖段的拟合能力存在差异, 反映出对迟滞非线性的表达能力不同。经典 P-I 模型在回线的上升、下降及拐角处均存在偏移, 对迟滞拟合能力有限。多项式改进模型在中段区间拟合精度有所改善, 但在回线尖端及高曲率区域仍存在较大尾部偏差, 表明其对复杂非线性的刻画还是存在局限。而本文提出的多层神经网络改进 P-I 逆模型在全行程内能较好贴合实际迟滞回线, 在传统模型误差突出的非

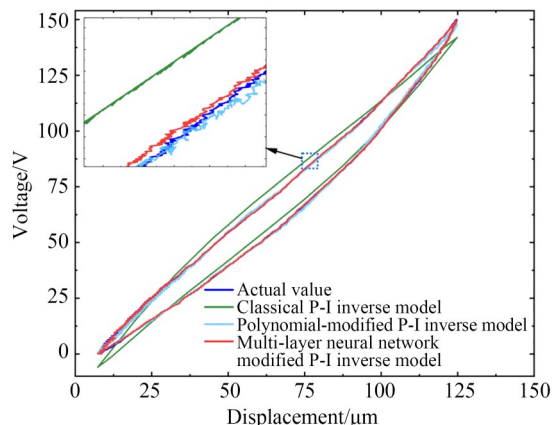


图 6 逆模型迟滞回线

Fig. 6 Inverse model hysteresis loop

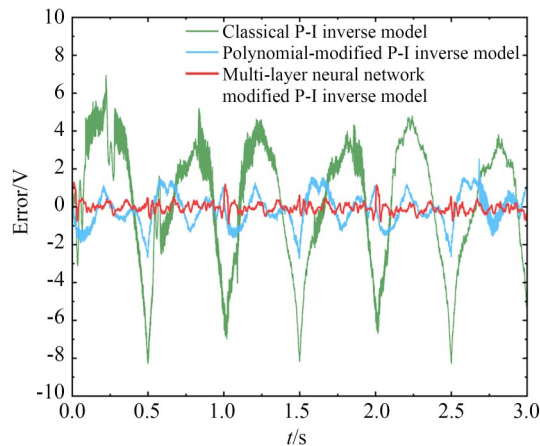


图 7 逆模型迟滞回线误差

Fig. 7 Inverse model hysteresis loop error

对称区域、拐角段以及高曲率区间上拟合效果良好,表现出更优的模型非线性表达能力。

表 2 则对模型的性能进行定量评估。结果显示,神经网络改进 P-I 模型在三项关键误差指标上实现了良好的提升。ME 降到 1.29 V,比经典模型以及多项式改进模型分别降低了 82.7% 和

58%。并且 RMSE 也减少 95% 和 70%。NRMSE 也分别下降 95% 和 69.5%。数据表明该方法不仅在整体误差水平上表现良好,而且在不同位移幅值下均保持稳定的性能表现,具有良好的全域鲁棒性,为复杂迟滞系统的高精度前馈控制提供了可靠基础。

表 2 逆模型迟滞回线误差对比

Tab. 2 Comparison of hysteresis loop errors of the inverse model

Model	ME/V	RMSE/V	NRMSE/%
Classical P-I inverse model error	7.45	5.30	3.54%
Polynomial-modified P-I inverse model error	3.07	0.89	0.59%
Neural network modified P-I inverse model error (proposed method)	1.29	0.27	0.18%

4 实验与结果分析

4.1 实验系统构成

本实验所用压电作动平台为课题组自主设计,平台最大行程如图 8 所示为 121.39 μm ,系统由压电作动器、功率放大器(芯明天 E00.A4,输出范围 0~150 V)、激光位移传感器(基恩士 LK-H020,采样频率 200 kHz)、数据采集卡(NI PCIe-6363,采样率 10 kHz)、计算机及光学隔振装置组成。整个控制系统基于 MATLAB/Simulink 构建,采用 Desktop Real-Time 工具实现软硬件实时闭环控制。控制信号由 Simulink 模块生成,通过数据采集模块(DA)送入功率放大器,驱动压电作动平台。位移传感器采集平台响应,经 AD

模块回传至上位机,实现实时反馈控制。

4.2 前馈补偿实验

本节开展多层神经网络改进 P-I、三次多项式改进 P-I 及经典 P-I 模型的前馈补偿实验,以验证本研究所提压电迟滞建模方法在系统产生复杂迟滞行为时的补偿性能,评价指标同 3.3.2 节,具体见式(22)~式(24)。选取三角波、正弦波、混合波三类典型输入,通过轨迹跟踪实验评估不同逆模型策略的性能,可全面反映在不同输入下各策略的跟踪性能。

4.2.1 三角波轨迹跟踪实验

三角波目标轨迹采用频率 1 Hz、幅值 120 μm 作为输入,从而验证该逆模型在压电作动平台全行程下的非线性补偿能力。如图 9 和图 10 所示,

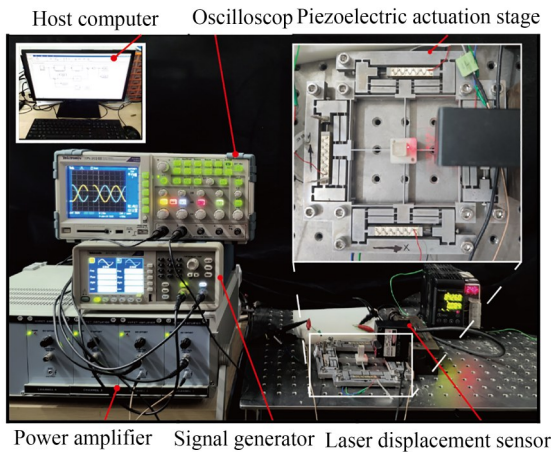


图 8 前补偿实验平台

Fig. 8 Feedforward compensation experimental platform

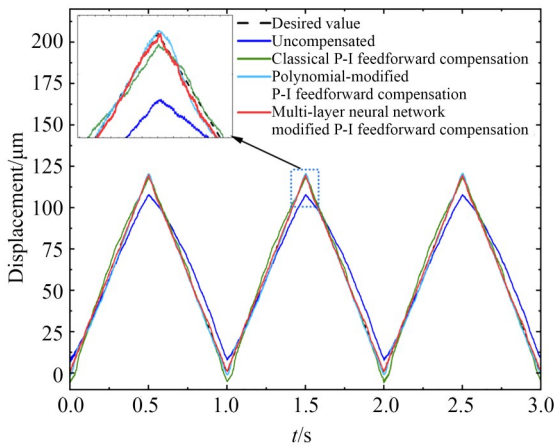


图 9 三角波轨迹跟踪

Fig. 9 Triangular wave trajectory tracking

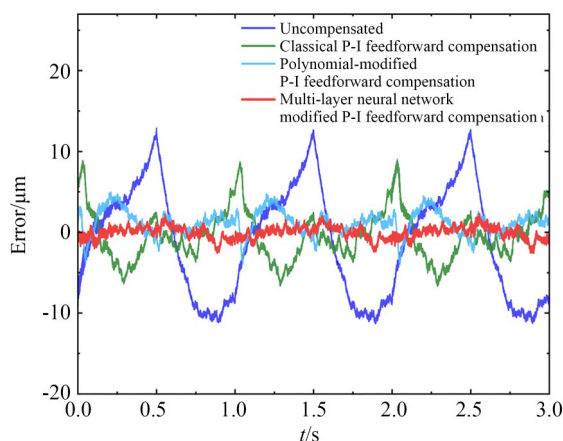


图 10 三角波轨迹跟踪误差

Fig. 10 Triangular wave trajectory tracking error

系统在未补偿条件下输出存在明显的跟踪误差,尤其在尖端处误差更明显。经典 P-I 模型虽然可以削弱部分迟滞,但是整体的补偿效果还是不足的。多项式改进模型在线性段表现有所改善,但在拐角区域仍存在着较大偏差。相比之下,神经网络改进 P-I 的前馈补偿在全行程内均能实现降低迟滞效应带来的误差,削弱了 PEA 固有的迟滞非线性,使系统输出更接近期望三角波,呈现出近似线性的响应。轨迹跟踪的 ME 降至 $2.63 \mu\text{m}$,相较于经典 P-I 和多项式改进 P-I 模型分别降低了 70.7% 和 46.9%; RMSE 降至 $0.98 \mu\text{m}$,较经典 P-I 下降 68.3%、较多项式模型下降 68.3%; NRMSE 降至 0.65%, 相较经典 P-I 与多项式改进 P-I 模型分别下降 74.8% 与 58.9%, 实验结果表明该方法能够在全行程区间具备较优的非线性补偿能力。

4.2.2 正弦波轨迹跟踪实验

正弦波信号采用频率 1 Hz、幅值 $120 \mu\text{m}$ 的作为输入,用于评估逆模型在平滑连续非线性信号输入下的线性化补偿效果。如下图 11 和 12 所示,无补偿和传统 P-I 模型都表现出了不同程度的幅值衰减与迟滞偏移,虽然多项式改进模型在峰值区域有所改善,但整体误差还是较大。神经网络改进 P-I 模型的补偿表现最好,输出波形与期望正弦曲线高度一致,PEA 的迟滞特性基本接近线性水平。ME 降至 $3.28 \mu\text{m}$, 相较经典与多项式模型分别减少 67.1% 和 36.8%; RMSE 降至 $0.92 \mu\text{m}$, 相较经典与多项式模型分别下降

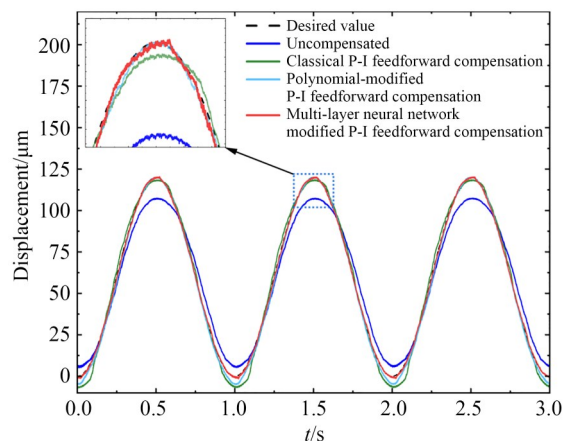


图 11 正弦波轨迹跟踪

Fig. 11 Sinusoidal wave trajectory tracking

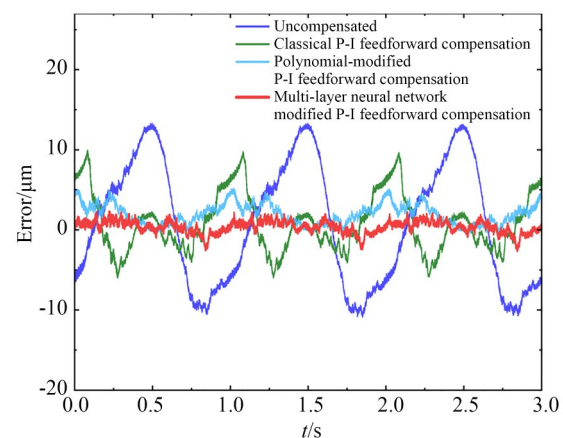


图 12 正弦波轨迹跟踪误差

Fig. 12 Sinusoidal wave trajectory tracking error

75.0% 和 60.0%; NRMSE 降至 0.76%, 分别比经典与多项式模型下降 75.2% 和 60.3%。实验结果表明本文提出的改进模型能够在平滑周期输入条件下实现稳定可靠的非线性补偿。

4.2.3 混合波形轨迹跟踪实验

混合波信号由低频大幅变化与局部高频扰动共同构成,可综合评估逆模型在复杂多输入下的非线性泛化补偿能力,具体数学形式见式(25):

$$y(t) = 60 + 7.5 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) + 15 \sin\left(\frac{10\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) + 30 \sin\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + 7.5 \sin\left(\frac{14\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (25)$$

如图 13 和图 14 所示,未补偿系统存在明显的迟滞与波形畸变,传统 P-I 及多项式改进模型虽然可以在一定程度上改善低频段响应,但对混合输入中的局部变化补偿效果不足。神经网络改进 P-I 逆模型可在整个混合波周期内保持较为一致的补偿效果,使输出波形整体更接近期望曲线,迟滞特征显著减弱。ME 降至 $6.54\text{ }\mu\text{m}$, 相较于经典与多项式模型分别下降 25.8% 与 8.3%; RMSE 降至 $2.18\text{ }\mu\text{m}$, 比经典与多项式模型降低 47.1% 和 41.1%; NRMSE 降至 1.82%, 下降幅度分别为 47.1% 与 41.1%。均优于对照方法。该结果说明,本文方法在耦合信号的输入条件下应对高频扰动也有较好的鲁棒性和泛化性,对复杂轨迹具有稳定的补偿能力,可有效提升系统的线性化水平。

由上述三角波、正弦波以及混合波形三种输入轨迹的对比实验结果表明,本文所设计的基于多层神经网络改进 P-I 逆模型的前馈补偿器能够在多种输入特征下削弱 PEA 系统固有的迟滞非线性,使得系统的输入与输出关系由强非线性特征趋于线性。三类典型输入均有效验证了该方法具备稳定且全周期一致性的补偿效果,迟滞效应可以被较好削弱,说明所建模型在多种工况下均能保持良好的适用性。实验结果表明基于多层神经网络赋权机制改进 P-I 模型在刻画以及补偿压电迟滞非线性方面效果良好,从而提升了 PEA 系统的线性化程度,为高精度驱动与控制提

供了一种新策略。

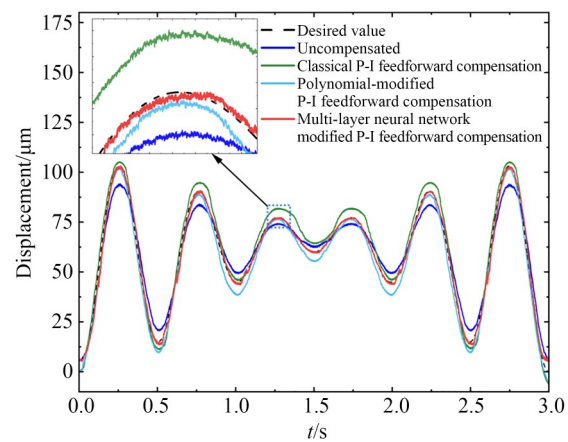


图 13 混合波形轨迹跟踪

Fig. 13 Hybrid waveform trajectory tracking

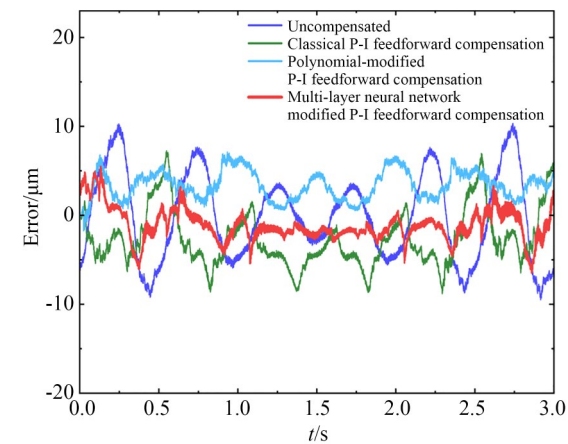


图 14 混合波形轨迹跟踪误差

Fig. 14 Hybrid waveform trajectory tracking error

表 3 前馈补偿效果对比

Tab. 3 Comparison of feedforward compensation effects

Control strategy	Triangle wave			Sine wave			Mixed wave		
	ME/ μm	RMSE $/\mu\text{m}$	NRMSE $/\%$	ME/ μm	RMSE $/\mu\text{m}$	NRMSE $/\%$	ME/ μm	RMSE $/\mu\text{m}$	NRMSE $/\%$
Uncompensated	12.89	6.88	5.73	13.34	7.64	6.36	10.33	4.88	4.06
Classical P-I feedforward compensation	8.99	3.09	2.58	9.96	3.68	3.07	8.82	4.12	3.44
Polynomial-modified P-I feedforward compensation	4.96	1.89	1.58	5.19	2.30	1.92	7.13	3.70	3.09
Multi-layer neural network modified P-I feedforward compensation (proposed method)	2.63	0.98	0.65	3.28	0.92	0.76	6.54	2.18	1.82

5 结 论

本文针对 PEA 的迟滞非线性问题,提出了一种基于多层神经网络非线性加权机制的改进 P-I 模型,并构建了前馈逆模型补偿策略。该方法采用贝叶斯正则化来训练神经网络从而实现对迟滞算子权重的良好非线性映射,有效增强了对复杂非线性迟滞的刻画以及稳定补偿能力。实验表明,在三角波、正弦波以及混合波作为跟踪轨迹下,该模型的前馈补偿下不同轨迹的 NRMSE 分别降至 0.65%,0.76%,1.82%,相较于经典 P-I 与多项式改进模型误差下降明显,且在尖角、高幅值及瞬变特征下展现出更强鲁棒性可以更好满足压电作动平台的高精度控制需求。研究结果表明

该方法不仅兼具建模准确性以及可解释性,同时提升了压电驱动系统的线性度以及跟踪精度,为压电精密驱动设计了一种新的高性能迟滞补偿前馈控制器,未来与智能控制器结合以实现在复杂工况下高性能精密驱动的闭环控制。

作者贡献声明:

黄卫清、安大伟:论文构思、方法论设计、论文审阅修改与研究指导;

黄卫清、安大伟、邹涛:研究资源提供、项目管理;

汪文晋、张宸:撰写论文初稿与数据可视化;

汪文晋、张宸、陈晓婷:实验验证与背景调研。

参考文献:

- [1] JIN H N, GAO X Y, REN K L, *et al.* Review on piezoelectric actuators based on high-performance piezoelectric materials [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2022, 69(11): 3057-3069.
- [2] 张宪民,朱本亮,李海,等. 柔顺精密定位与操作机构研究进展[J]. 机械工程学报, 2023, 59(19): 24-43.
ZHANG X M, ZHU B L, LI H, *et al.* Recent advances in compliant precision positioning and manipulating mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(19): 24-43. (in Chinese)
- [3] 刘英想,邓杰,常庆兵,等. 压电驱动技术研究进展与展望[J]. 振动测试与诊断, 2022, 42(6): 1045-1061, 1239.
LIU Y X, DENG J, CHANG Q B, *et al.* Progress and prospects in piezoelectric actuation technologies [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2022, 42(6): 1045-1061, 1239. (in Chinese)
- [4] GAO X Y, YANG J K, WU J G, *et al.* Piezoelectric actuators and motors: materials, designs, and applications[J]. *Advanced Materials Technologies*, 2020, 5: 1900716.
- [5] GAN J Q, ZHANG X M. A review of nonlinear hysteresis modeling and control of piezoelectric actuators[J]. *AIP Advances*, 2019, 9(4): 040702.
- [6] ZHOU M L, YANG X N, ZHANG C, *et al.* Duhem model and inverse compensation controller for trajectory tracking in piezo-actuated micropositioning stage based on neural network [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2024, 377: 115685.
- [7] DUAN Z H, WANG L H, LI Z, *et al.* Dynamic modeling and focus control of a piezo-actuated liquid tunable lens[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2025, 30(4): 3037-3045.
- [8] KANG S Z, WU H T, LI Y, *et al.* A fractional-order normalized bouc-Wen model for piezoelectric hysteresis nonlinearity [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, 27(1): 126-136.
- [9] 于树友,谭丽,李建普,等. 压电陶瓷作动器的卡尔曼滤波输出反馈预测控制[J]. 光学精密工程, 2024, 32(11): 1724-1735.
YU S Y, TAN L, LI J P, *et al.* Kalman filter based output feedback predictive control for piezoelectric ceramic actuators[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(11): 1724-1735. (in Chinese)
- [10] SEMENOV M E, BORZUNOV S V, MELESHENKO P A, *et al.* The Preisach model of hysteresis: fundamentals and applications [J]. *Physica Scripta*, 2024, 99(6): 062008.
- [11] 赖志林,刘向东,陈振,等. 基于Preisach逆模型的压电陶瓷执行器迟滞补偿控制[J]. 北京理工大学学报, 2011, 31(4): 447-451.
LAI Z L, LIU X D, CHEN Z, *et al.* The hysteresis compensation control of the piezoceramic actuators based on the inverse preisach model[J]. *Trans-*

- actions of Beijing Institute of Technology, 2011, 31(4): 447-451. (in Chinese)
- [12] 王泽锴, 姜军强, 陈特欢, 等. 压电致动的谐振式水下柔性结构动态迟滞建模及前馈补偿[J]. 振动与冲击, 2023, 42(1): 115-122.
- WANG Z K, LOU J Q, CHEN T H, *et al.* Dynamic hysteresis modeling and feedforward compensation of MFC actuated resonant underwater flexible structures [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(1): 115-122. (in Chinese)
- [13] AN D, LI J, YANG Y X, *et al.* Compensation method for complex hysteresis characteristics on piezoelectric actuator based on separated level-loop Prandtl - Ishlinskii model [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 109(4): 2479-2497.
- [14] 黄涛, 罗治洪, 陶桂宝, 等. 压电定位平台 Hammerstein 建模与反馈线性化控制[J]. 光学精密工程, 2022, 30(14): 1716-1724.
- HUANG T, LUO Z H, TAO G B, *et al.* Hammerstein modeling and feedback linearization control for piezoelectric positioning stage [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2022, 30(14): 1716-1724. (in Chinese)
- [15] GU G Y, ZHU L M, SU C Y. Modeling and compensation of asymmetric hysteresis nonlinearity for piezoceramic actuators with a modified Prandtl - ishinskii model [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(3): 1583-1595.
- [16] XIE S L, LIU H T, MEI J P, *et al.* Modeling and compensation of asymmetric hysteresis for pneumatic artificial muscles with a modified generalized Prandtl-Ishlinskii model [J]. *Mechatronics*, 2018, 52: 49-57.
- [17] WANG W, WANG R J, CHEN Z F, *et al.* A new hysteresis modeling and optimization for piezoelectric actuators based on asymmetric Prandtl-Ishlinskii model [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2020, 316: 112431.
- [18] YANG H G, ZHU W, LIU F F. High-bandwidth modeling for rate-dependent hysteresis nonlinearity using a standard Prandtl-Ishlinskii model [J]. *AIP Advances*, 2021, 11(4): 045121.
- [19] 杨柳, 石树先, 李东洁. 多延时输入下压电驱动器迟滞建模及实验验证[J]. 光学精密工程, 2023, 31(10): 1501-1508.
- YANG L, SHI S X, LI D J. Hysteresis modeling and experimental verification of piezoelectric actuators with multi-delay input [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(10): 1501-1508. (in Chinese)
- [20] 李智斌, 辛源泽, 张建强, 等. 压电定位系统建模及滑模逆补偿控制[J]. 中国光学(中英文), 2025, 18(1): 170-185.
- LI Z B, XIN Y Z, ZHANG J Q, *et al.* Modeling and sliding mode control based on inverse compensation of piezo-positioning system [J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(1): 170-185. (in Chinese)
- [21] YANG L, DING B X, LIAO W H, *et al.* Identification of preisach model parameters based on an improved particle swarm optimization method for piezoelectric actuators in micro-manufacturing stages [J]. *Micromachines*, 2022, 13(5): 698.
- [22] LONG Z L, WANG R, FANG J W, *et al.* Hysteresis compensation of the Prandtl-Ishlinskii model for piezoelectric actuators using modified particle swarm optimization with chaotic map [J]. *The Review of Scientific Instruments*, 2017, 88(7): 075003.
- [23] 杨晓京, 胡俊文, 李庭树. 压电微定位台的率相关动态迟滞建模及参数辨识[J]. 光学精密工程, 2019, 27(3): 610-618.
- YANG X J, HU J W, LI T S. Rate-dependent dynamic hysteresis modeling of piezoelectric micro platform and its parameter identification [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(3): 610-618. (in Chinese)
- [24] 时梦想, 胡泓, 吴浩, 等. 基于 LSTM 神经网络的压电执行器位移迟滞建模[J]. 压电与声光, 2023, 45(2): 231-238.
- SHI M X, HU H, WU H, *et al.* Displacement hysteresis modeling of piezoelectric actuator based on LSTM neural network [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2023, 45(2): 231-238. (in Chinese)
- [25] 熊永程, 贾文红, 张丽敏, 等. 基于深度神经网络(DNN)的压电陶瓷前馈补偿研究[J]. 压电与声光, 2022, 44(1): 35.
- XIONG Y C, JIA W H, ZHANG L M, *et al.* Research on feedforward compensation of piezoelectric ceramics based on deep neural network (DNN) [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2022, 44(1): 35. (in Chinese)
- [26] 邹守睿, 武毅男, 方勇纯. 循环神经网络前馈补偿的压电驱动器跟踪控制[J]. 智能系统学报, 2021, 16(3): 567-574.
- ZOU S R, WU Y N, FANG Y C. Tracking con-

trol of piezoelectric actuator based on feedforward compensation of recurrent neural network [J].

CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2021, 16(3): 567-574. (in Chinese)

作者简介:



黄卫清(1965—),男,江苏南通人,博士,教授、博士生导师,毕业于香港科技大学,研究方向为压电精密驱动与控制等。E-mail: meehuangweiqing@gzhu.edu.cn

通讯作者:



邹涛(1975—),男,辽宁营口人,博士,教授、博士生导师,毕业于上海交通大学,研究方向为运动控制、机器人路径规划等。E-mail: tzou@gzhu.edu.cn

通讯作者:



安大伟(1986—),男,河南南阳人,博士,副教授、硕士生导师,毕业于上海交通大学,研究方向为压电精密驱动、智能执行与控制等。E-mail: andavy@gzhu.edu.cn