

文章编号 1004-924X(2026)02-0218-13

## 基于分数阶滑模自抗扰的压电定位台 轨迹跟踪控制

郑后强, 康升征, 王浩文, 李 涛\*

(南京信息工程大学 自动化学院, 江苏 南京 210044)

**摘要:**为了实现压电定位台的高精度跟踪控制,针对迟滞、模型不确定以及负载扰动等非线性因素对压电定位台运动精度的影响,设计了一种分数阶终端滑模自抗扰控制器,以实现系统高精度跟踪控制性能。首先,将分数阶理论、终端滑模理论和自抗扰理论相结合,实现系统状态跟踪误差在有限时间内收敛。然后,基于改进的fal非线性函数设计了一种新型连续可导的趋近律以进一步减少抖振。最后,在压电定位台上进行了轨迹跟踪对比实验,实验结果表明,对于幅值为 $10\text{ }\mu\text{m}$ 的正弦期望轨迹且负载重量为 $200\text{ g}$ 时,所设计的控制器均方根误差为 $0.0246\text{ }\mu\text{m}$ ,相较于PID、整数阶终端滑模和神经网络整数阶终端滑模三种控制方法的均方根误差精度分别提高 $76.66\%$ ,  $48.00\%$ 和 $43.32\%$ ,在 $40\text{ Hz}$ 参考指令信号下分数阶终端滑模自抗扰控制器将压电定位台的均方根误差降低到了 $0.1869\text{ }\mu\text{m}$ ,并在不同负载下均具有良好的跟踪性能,削弱了抖振现象,同时对模型不确定性以及负载扰动具有较强的鲁棒性。

**关键词:**压电定位台;分数阶;滑模控制;fal函数;扩张状态观测器

中图分类号:TP273 文献标识码:A

doi:10.37188/OPE.20263402.0218

CSTR:32169.14.OPE.20263402.0218

## Trajectory tracking control of piezoelectric positioning stage based on fractional-order sliding mode active disturbance rejection control

ZHENG Houqiang, KANG Shengzheng, WANG Haowen, LI Tao\*

(School of Automation, Nanjing University of Information Science and Technology,  
Nanjing 210044, China)

\* Corresponding author, E-mail: Email: 002062@nuist.edu.cn

**Abstract:** To achieve high-precision tracking of the piezoelectric positioning stage, a fractional-order terminal sliding mode active disturbance rejection controller was developed to address hysteresis, model uncertainties, and load disturbances. By integrating fractional-order theory, terminal sliding mode, and active disturbance rejection, the controller ensured finite-time error convergence. A continuous and differentiable reaching law based on an improved fal nonlinear function was introduced to suppress chattering. Experimental results show that for a  $10\text{ }\mu\text{m}$  sinusoidal trajectory under a  $200\text{ g}$  load, the controller attains a

收稿日期:2025-09-26;修订日期:2025-11-13.

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 52405117, No. 62373195);江苏省自然科学基金项目(No. BK20220449);江苏省研究生科研与实践创新计划项目(No. SJCX25\_0535)

root mean square error of  $0.024\ 6\ \mu\text{m}$ , improving accuracy by 76.66%, 48.00%, and 43.32% compared with PID, integer-order terminal sliding mode, and neural-network-based integer-order terminal sliding mode control, respectively. Under a 40 Hz reference signal, it reduces the average tracking error to  $0.186\ 9\ \mu\text{m}$ . The controller maintains excellent tracking across varying loads, effectively suppresses chattering, and exhibits strong robustness to model uncertainties and load disturbances.

**Key words:** piezoelectric positioning stage; fractional order; sliding mode control; fal function; extended state observer

## 1 引言

压电定位台具有高精度、高分辨率、响应快的特点。在生物细胞操作器<sup>[1]</sup>、原子力显微镜<sup>[2]</sup>、精密镜面校准<sup>[3]</sup>等微纳尺度定位中有着广泛应用。然而,压电定位台受到压电作动器固有的迟滞非线性、机器动力学不确定性以及外部扰动的影响而不能满足高精度运动需求,考虑模型不确定性并提高抗扰能力对压电定位台显得尤为重要。

为了满足压电定位台对高精度定位跟踪的技术需求,各种控制方法相继提出,比如前馈反馈复合控制策略<sup>[4]</sup>、神经网络控制<sup>[5]</sup>、基于强化学习的鲁棒自适应控制方法<sup>[6]</sup>、基于扩张状态观测器的滑模控制<sup>[7]</sup>、以及基于灰盒神经网络逆模型的积分模型预测控制<sup>[8]</sup>。上述控制算法大致分为两类<sup>[9]</sup>:一类是基于迟滞模型的前馈控制,另一类是无需迟滞模型的反馈控制。目前,基于迟滞模型的前馈控制常用的迟滞模型主要包括 Bouc-Wen 模型<sup>[10]</sup>、Prandtl-Ishlinskii (PI) 模型<sup>[11]</sup>、Duhem 模型<sup>[12]</sup>、Krasnosel'ski-Pokrovskii (KP) 模型<sup>[13]</sup>等。然而,压电定位台的静、动态行为难以通过迟滞模型全面刻画,同时模型结构庞杂、参数众多且辨识困难,从而降低了其实用性。另一类无需迟滞模型的反馈控制,将迟滞视为影响系统性能的扰动,设计观测器主动估计、通过控制律实时补偿来获得良好的控制效果,避免了复杂的建模过程。

近年来,自抗扰控制方法因其良好的鲁棒性和动态性能而受到广泛关注<sup>[14-17]</sup>。该方法将影响控制性能的各类不确定因素统一视为扰动,采用扰动观测器实现主动估计,并通过控制器进行实时补偿。压电定位台具有显著的迟滞非线性,且对定位精度要求较高,控制难度较

大,亟需鲁棒性强、补偿能力优的控制策略。因此,在压电定位台的高精度定位控制策略中,采用自抗扰控制策略,将影响定位精度的各种因素视为系统控制状态,设计基于扩张状态观测器的控制方法,避免复杂迟滞模型的构建,更具工程意义。

滑模控制不仅具有简单结构,而且鲁棒性强,近年来被广泛应用于压电平台的精密控制中<sup>[18-20]</sup>。文献[21]提出了一种基于扩张状态观测器的滑模控制策略,实现了对压电纳米定位平台的高精度鲁棒跟踪控制,有效抑制系统扰动和非线性影响。但该方法的滑模面参数设计缺乏可调节空间。文献[22]提出的有限时间自适应滑模控制方法有效提高了系统鲁棒性和跟踪精度,但未考虑滑模控制存在的抖振问题。文献[23]提出了一种结合新型趋近律的分数阶滑模控制方法,在不同负载下实现了压电平台的高精度轨迹跟踪控制。文献[24]将分数阶滑模控制应用于压电执行器。分析了分数阶滑模设计方法比传统滑模具有更丰富的参数调节能力和更强的控制灵活性。但该方法没有解决滑模控制的抖振问题

且缺少对干扰的精确估计。文献[25]提出分数阶鲁棒自适应解耦控制方法,将分数阶算子引入鲁棒自适应控制框架以增强控制灵活性,有效提升了轨迹跟踪精度。

综上所述,针对现有研究在模型复杂度、扰动补偿精度、抖振问题以及参数灵活调节等方面仍存在不足,本文将提出一种分数阶终端滑模自抗扰控制(FOTSM-LESO),并基于改进的fal非线性函数设计一种新型趋近律减小传统趋近律由于切换函数导致的抖振问题,为降低模型复杂度,采用线性扩张状态观测器(Linear Extended State Observer, LESO)代替传统模型驱动项,分

数阶滑模增加参数调节灵活性并且利用 LESO 得到的微分与估计信息生成等效控制,实现了压电定位台在负载干扰下的高精度轨迹跟踪控制。与现有控制方法对比试验,分别在空载和负载以及不同频率工作状态下验证了所提控制器的跟踪和抗扰性能,证明了所提方法的优越性。

## 2 压电定位台建模与问题描述

### 2.1 问题描述

压电定位台具有响应快、分辨率高等优点,但其控制精度性能易受迟滞、驱动电压频率、幅值变化等多种因素影响。其中,迟滞效应作为影

响系统跟踪精度和控制稳定性的主要非线性因素,具有明显的多值性和频率依赖性,严重影响了控制性能与建模精度。为深入分析迟滞特性对压电平台精度的影响,本文设计了如下实验:对压电定位台施加不同幅值和频率的正弦电压,如图 1(a)所示,电压的频率分别为 1 Hz 和 2 Hz,电压的幅值随着时间产生变化,通过激光位移传感测量压电定位台的输出位移,绘制激励电压与输出位移曲线关系可得图 1(b)。由图 1 可得不同激励电压幅值下,迟滞环的大小不同,并有多值特征,即在相同的输入量有不同的输出值;同时迟滞环还与激励电压频率相关,即不同的电压频率对应不同的迟滞环。

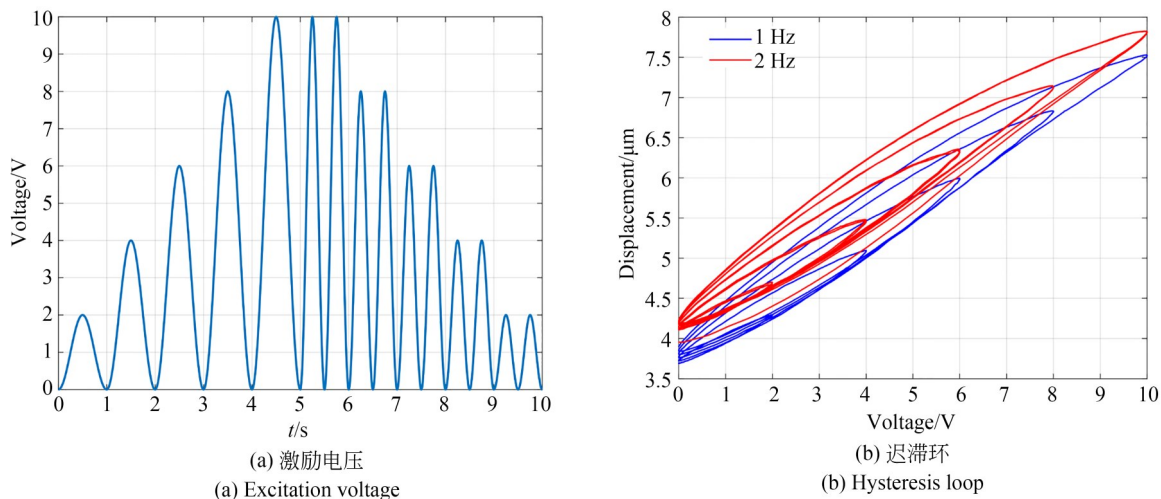


图 1 压电定位台开环实验

Fig. 1 Piezoelectric positioning stage open-loop experiment

### 2.2 动力学建模

由于 Bouc-Wen 模型包含迟滞非线性效应又具有简洁的数学描述形式,在工程应用中,被广泛应用于对压电驱动系统的动力学建模。根据 Bouc-Wen 模型<sup>[26]</sup>,对压电定位台的整体建模如下:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = k(du - h) + \tau_d, \quad (1)$$

$$h = \alpha du - \beta |\dot{u}| |h|^{n-1} - \gamma \dot{u} |h|^n, \quad (2)$$

其中:  $m, b, k$  和  $d$  分别为压电定位台的质量、阻尼系数、刚度系数和压电系数;  $x$  为实际位移;  $u$  为驱动电压输入;  $h$  为模型非线性迟滞分量; 迟滞环的形状  $\alpha, \beta, \gamma$  三个参数决定;  $\tau_d$  为未建模项与系统外部扰动,由式(1)、式(2)可见,  $u$  及其导数对迟

滞效应直接产生影响。由于压电定位台系统建模复杂且参数识别耗时又难以达到高精度,并且易受扰动影响。本文因此提出无需迟滞模型的分数阶滑模自抗扰控制器以实现压电定位台的高精度轨迹跟踪。

## 3 控制器设计

函数  $f(t)$  关于时间  $t$  的 Riemann-Liouville 型分数阶微分和积分分别定义为<sup>[27]</sup>:

$${}^{RL}D_t^{-\delta} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\delta)} \int_{t_0}^t \frac{f(\theta)}{(t-\theta)^{1-\delta}} d\theta, \quad (3)$$

$${}_{t_0}I_t^{-\delta} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\delta)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t \frac{f(\theta)}{(t-\theta)^{1+\delta-n}} d\theta, \quad (4)$$

其中:  ${}_{t_0}^{RL}D_t^{-\delta} f(t)$  为分数阶算子,  $\delta > 0$  为其阶次, 为了简洁, 本文将  ${}_{t_0}^{RL}D_t^{-\delta}$  记为  $D_t^{-\delta}$ ;  $t_0$  和  $t$  分别是分数阶算子的上下限;  $\Gamma(\delta)$  为伽马函数, 其表达式为:

$$\Gamma(\delta) = \int_0^{+\infty} t^{\delta-1} e^{-t} dt. \quad (5)$$

为了提高压电定位台的控制性能, 本研究提出了一种结合扩张状态观测器和分数阶终端滑模控制的控制器, 有效地减小了迟滞效应的干扰, 提高了跟踪性能, 整体控制方案如图2所示。

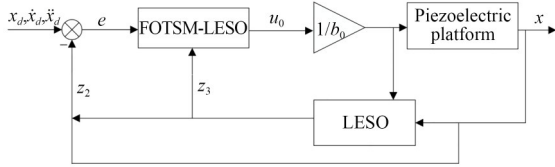


图2 分数阶终端滑模自抗扰控制器结构图

Fig. 2 Block diagram of a nanopositioning controller by FOTSM-LESO

为了便于分析, 令  $b_0 = \frac{kd}{m}$ , 并考虑未建模项  $z_3$  与系统外部扰动  $\tau_d$  的存在, 令  $\dot{x}_1 = x_2$ , 将模型(1)、模型(2)表示成状态空间方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f + b_0 u + \Delta \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $f = -\frac{b}{m} \dot{x} - \frac{k}{m} x$ ;  $\Delta = -\frac{k}{m} h + \tau_d$ , 其代表了迟滞非线性项、模型误差以及外部扰动。

### 3.1 分数阶终端滑模控制设计

首先, 定义位置跟踪误差  $e$  及其导数为:

$$e = x_d - x, \quad (7)$$

$$\dot{e} = \dot{x}_d - \dot{x}, \quad (8)$$

$$\ddot{e} = \ddot{x}_d - \ddot{x}. \quad (9)$$

为了提高跟踪精度和速度, 构造分数阶终端滑模控制器以抑制未建模动力学以及外界扰动的影响, 设计如下分数阶终端滑模面(FOTSM):

$$s = \dot{e} + r_1 e + r_2 D_t^{\alpha-1} |e|^{\eta} \operatorname{sgn}(e), \quad (10)$$

其中:  $0 < \alpha < 1$  为分数阶阶次;  $r_1, r_2$  为设计参数,  $r_1 > 0, r_2 > 0; 0 < \eta < 1$ ;  $s$  为设计的滑模面;  $\operatorname{sgn}(e)$  为符号函数。

为了加快趋近运动的收敛速度同时减少抖振, 本文引入了非线性 fal 函数, 构建了一种新型趋近律, 其表达式如式(11)所示:

$$\dot{s} = -k_1 \operatorname{fal}(s, \xi, \varphi) - k_2 \operatorname{arsh}(s), \quad (11)$$

其中:  $k_1, k_2$  为待定趋近律增益参数, 且  $k_1, k_2 > 0$ ;  $\operatorname{arsh}(s)$  表示反双曲正弦函数; fal 函数为一种光滑连续函数, 其表达式如下:

$$\operatorname{fal}(s, \xi, \varphi) = \begin{cases} |s|^{\xi} \operatorname{sgn}(s), & |s| > \varphi \\ \frac{s}{\varphi^{1-\xi}}, & |s| \leq \varphi \end{cases}, \quad (12)$$

其中:  $\xi, \varphi$  为设计参数,  $0 < \xi < 1, 0 < \varphi < 1$ ;  $\xi$  的大小影响函数曲线的线性特征,  $\varphi$  用来控制函数的线性区间的宽度。

fal 函数在  $|s| = \xi$  时, 传统 fal 函数虽然保持连续性, 但在该点不可导, 因此依靠参数调整无法消除切换点处的突变。为了减弱切换项突变造成的抖振问题, 本文对 fal 函数进行了改进, 使其在切换点附近连续且可导, 相应地改进 fal 函数表达式如式(13)所示:

$$\operatorname{fal}(s, \xi, \varphi) = \begin{cases} |s|^{\xi} \operatorname{sgn}(s), & |s| > \varphi \\ k_3 \sin s + k_4 s^3, & |s| \leq \varphi \end{cases}, \quad (13)$$

其中:  $k_3 = \frac{(\xi-3)\varphi^{\xi}}{\xi \cos \varphi - 3 \sin \varphi}$ ,

$$k_4 = \frac{\varphi^{\xi} \cos \varphi - \xi \varphi^{\xi-1} \sin \varphi}{\varphi^3 \cos \varphi - 3 \varphi^2 \sin \varphi}.$$

图3展示了在相同参数条件下改进前后 fal 函数的比较曲线, 改进后 fal 函数在  $|s| = \xi$  处连续且可导, 在图中可看出改进后 fal 函数在切换点处过渡更平滑, 从而有效削弱了切换项导致的抖振影响。

fal 函数具备“大误差小增益, 小误差大增益”的优异特点, 在式(11)中, 当  $|s| \leq \varphi$  时,  $k_1 \operatorname{fal}(s, \xi, \varphi)$  项能使趋近速度增大, 从而保证系统能在任意有限时间内到达滑模面  $s = 0$ 。并且改进后的 fal 函数为光滑连续处可导的函数, 可有效抑制抖振现象。同时,  $\operatorname{arsh}(s)$  为光滑连续函数, 当  $|s| > \varphi$  时,  $k_2 \operatorname{arsh}(s)$  项能使系统状态以较大的速度收敛到滑模面上, 另外  $\operatorname{arsh}(s)$  起到平滑和限幅作用, 使得趋近率中的  $k_2 \operatorname{arsh}(s)$  项的值不会太大, 以降低输入信号的幅值, 在压电定位台进行轨迹跟踪时防止初始误差过大导致输入



信号的值过大而发生抖振。通过结合非线性 fal 函数和反双曲正弦函数,快速滑模趋近率能有效提高滑模趋近运动的品质。

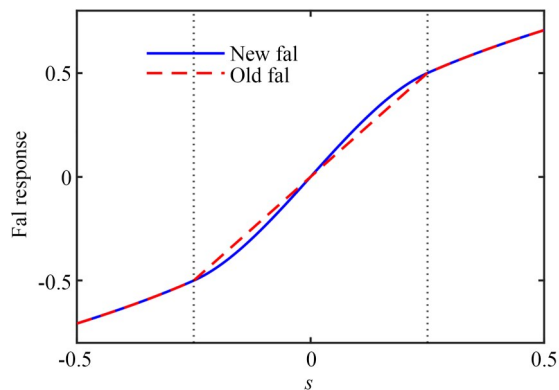


图3 fal函数改进前后响应曲线

Fig. 3 Response curves before and after the improvement of the fal function

为实现对压电定位台的高精度轨迹跟踪控制,无模型参数信息的鲁棒有限时间控制律  $u_s$  可设计如下:

$$u_s = u_{eq} + u_{sw}, \quad (14)$$

其中,  $u_{eq}$  和  $u_{sw}$  分别为等效控制器和切换控制器。

由分数阶终端滑模面式(10)求导得:

$$\dot{s} = \ddot{e} + r_1 \dot{e} + r_2 D^\alpha |e|^\eta \operatorname{sgn}(e). \quad (15)$$

将式(6)、式(9)代入式(15)得:

$$\dot{s} = \ddot{x}_d - f - b_0 u_{eq} - \Delta + r_1 \dot{e} + r_2 D^\alpha |e|^\eta \operatorname{sgn}(e). \quad (16)$$

得到等效控制器  $u_{eq}$  为:

$$u_{eq} = \frac{1}{b_0} (\ddot{x}_d - f - \Delta + r_1 \dot{e} + r_2 D^\alpha |e|^\eta \operatorname{sgn}(e)). \quad (17)$$

切换控制器为:

$$u_{sw} = \frac{1}{b_0} (-k_1 \operatorname{fal}(s, \xi, \varphi) - k_2 \operatorname{arsh}(s)). \quad (18)$$

整理式(14)~式(18),压电定位台的分数阶终端滑模控制器  $u_s$  为:

$$u_s = \frac{1}{b_0} (\ddot{x}_d + r_1 \dot{e} + r_2 D^\alpha |e|^\eta \operatorname{sgn}(e) - f - k_1 \operatorname{fal}(s, \xi, \varphi) - k_2 \operatorname{arsh}(s) - \Delta). \quad (19)$$

### 3.2 线性扩张状态观测器设计

分数阶终端滑模控制器的设计需要系统的各阶微分信息,因此通过扩张状态观测器来估计

无法直接得到的系统各阶微分信息以及总扰动。本文针对压电定位设计相应的三阶线性扩张状态观测器(LESO),设计过程如下。

首先,将式(6)中的  $f$  和  $\Delta$  视为一个状态,扩张成新的状态变量  $x_3$ ,则式(6)可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, \dot{x}, \Delta) + b_0 u \\ \dot{x}_3 = f(x_1, \dot{x}, \Delta) \\ y = x_1 \end{cases}, \quad (20)$$

其中:  $f(x_1, \dot{x}, \Delta) = -\frac{b}{m} \dot{x} - \frac{k}{m} x + \Delta$ , 其代表系统中的总扰动,包括未建模部分、非线性迟滞以及外部扰动。 $b, k, m$  以及  $\Delta$  均未知,  $b_0$  为控制器输入  $u$  增益系数  $b$  的估计值,  $y$  为系统运动输出。对于式(20)中的未知部分  $f(x_1, \dot{x}, \Delta)$ , 本文采用扩张状态观测器对其进行观测。该控制方式能够对系统的各项状态及未知扰动进行观测并补偿,根据式(20)构建三阶线性扩张状态观测器:

$$\begin{cases} e_v = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \lambda_1 e_v \\ \dot{z}_2 = z_3 - \lambda_2 e_v + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -\lambda_3 e_v \end{cases}, \quad (21)$$

其中:  $e_v$  为位置估计误差;  $z_1, z_2$  和  $z_3$  分别是状态变量  $x_1, x_2$  和  $x_3$  的观测值;  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为线性扩张状态观测器的增益。

本文按带宽法选取观测器增益:

$$[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3] = [3\omega_o, 3\omega_o^2, \omega_o^3], \omega_o > 0, \quad (22)$$

其中:  $\omega_o$  为观测器带宽,当观测器带宽越大时,观测器收敛速度越快,精度更高,但是也会增加观测器对噪声的敏感。在实际应用中宜从较小值逐步增大,直到噪声影响难以满足系统性能要求,经过循环调试,直到到达系统要求性能,本文设计的  $\omega_o$  值为 600 Hz。

因本文设计的是无模型的分数阶滑模自抗扰控制器,通过 LESO 来获取系统未建模部分、非线性迟滞、外部扰动以及各阶微分信息,将 LESO 获取的信息  $z_2$  和  $z_3$  代入式(19)得到无模型控制器:

$$u_s = \frac{1}{b_0} (\ddot{x}_d + r_1 \dot{e}_v + r_2 D^\alpha |e|^\eta \operatorname{sgn}(e) - k_1 \operatorname{fal}(s, \xi, \varphi) - k_2 \operatorname{arsh}(s) - z_3), \quad (23)$$

其中:  $\dot{e}_v = z_2 - \dot{x}_d$ , 是基于 LESO 提供的微分信

息估值 $z_2$ 所得,避免直接微分引起的过大噪声,可进一步提升闭环系统的控制性能。

### 3.3 稳定性分析

首先,根据实际定位系统的干扰分析,本文给出如下假设:

总扰动 $f(x_1, \dot{x}, \Delta)$ 的变化率是有界的,即存在常数使得 $\dot{f}(x_1, \dot{x}, \Delta) \leq \Lambda$ 。

下面对观测器的稳定性进行分析。

定义扩张状态观测器的观测误差分别为 $\epsilon_1 = z_1 - x_d, \epsilon_2 = z_2 - \dot{x}, \epsilon_3 = z_3 - f(x_1, \dot{x}, \Delta)$ ,则有:

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_2 - \lambda_1 \epsilon_1 \\ \dot{\epsilon}_2 = \epsilon_3 - \lambda_2 \epsilon_1 \\ \dot{\epsilon}_3 = -\dot{f}(x_1, \dot{x}, \Delta) - \lambda_3 \epsilon_1 \end{cases} \quad (24)$$

在系统的总扰动有界的条件下,则误差系统满足输入-输出有界(Bounded input and bounded output, BIBO)稳定性,即存在常数 $M > 0$ ,使得 $\|\epsilon\| \leq M$ 成立。

将式(24)写成状态空间方程式(25):

$$\dot{\epsilon} = A\epsilon + \Phi, \quad (25)$$

$$\text{其中: } A = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 1 & 0 \\ -\lambda_2 & 0 & 1 \\ -\lambda_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{f}(x_1, \dot{x}, \Delta) \end{bmatrix}, \text{由}$$

于 $|\dot{f}(x_1, \dot{x}, \Delta)| \leq \Lambda$ ,故 $\|\Phi\| \leq \Lambda$ 恒成立。

线性扩张状态观测器观测误差系统具有如下特征多项式:

$$\det(A - sI) = s^3 + \lambda_1 s^2 + \lambda_2 s + \lambda_3 = 0. \quad (26)$$

在这种参数配置情况下,且 $\dot{f}(x_1, \dot{x}, \Delta)$ 有界,可以证明式(26)满足Hurwitz判据,根据文献[28]可知,若系统矩阵 $A$ 为Hurwitz,且扰动项 $\Phi$ 有界,则误差状态满足:

$$\|\epsilon(t)\| \leq \|\epsilon(0)\| \zeta_1 e^{-\zeta_2 t} + \zeta_3 \Phi, \quad (27)$$

其中: $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3 > 0$ 为与 $\omega_o$ 有关的正实数,因此对于任意有限 $\omega_o > 0$ ,误差系统始终保持有界,即有界输入有界输出(BIBO)稳定的。

分数阶终端滑模控制稳定性分析。

如果 $V(x)$ 满足 $V(x) + vV(x)^J \leq 0$ ,其中 $x \in \mathbf{R}, v > 0, 0 < J < 1, V(x(0)) = V(x)$ ,则有限收敛时间为<sup>[29]</sup>:  $t_s \leq \frac{V^{1-J}(0)}{v(1-J)}$ 。

对于压电定位台系统,选择式(23)作为控制

器,则滑模面 $s$ 在有限时间内收敛于0,收敛时间 $t_s$ 为:

$$t_s \leq \frac{V^{1-J}(0)}{v(1-J)}. \quad (28)$$

为证明FOTSM-LESO系统的稳定性,设定如下李雅普诺夫函数:

$$V = \frac{1}{2} s^2. \quad (29)$$

对公式(29)求导,并代入公式(11)得:

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(-k_1 \text{fal}(s, \xi, \varphi) - k_2 \text{arsh}(s)). \quad (30)$$

当 $|s| > \varphi$ 时:因为 $|s| = (2V)^{\frac{1}{2}}$ ,则 $|s|^{1+\xi} = 2^{(1+\xi)/2} V^{\frac{1+\xi}{2}}$ ,又因为反双曲正弦 $s \cdot \text{arsh}(s)$ 是奇函数且与 $s$ 同号,故 $s \cdot \text{arsh}(s) > 0$ ,则:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_1 |s|^{1+\xi} - k_2 |s| \text{arsh}(s) \leq \\ &= -k_1 \cdot 2^{(1+\xi)/2} V^{\frac{1+\xi}{2}} = -c_1 V^{\psi_1}. \end{aligned} \quad (31)$$

当 $|s| \leq \varphi$ 时:

$$\dot{V} = -k_1 s(k_3 \sin(s) + k_4 s^3) - k_2 s \cdot \text{arsh}(s). \quad (32)$$

由于 $s \cdot \sin(s) > 0, s^4 \geq 0, s \cdot \text{arsh}(s) > 0$ ,则存在常数 $c_2 > 0$ ,使得:

$$\dot{V} \leq -c_2 s^2 = -c_2 V. \quad (33)$$

综合两种情况,令 $\psi = \min\left\{1, \frac{1+\xi}{2}\right\} \in (0, 1)$

则存在常数 $c > 0$ ,使得:

$$V(x) + cV(x)^\psi \leq 0. \quad (34)$$

根据文献[29],收敛时间表示为:

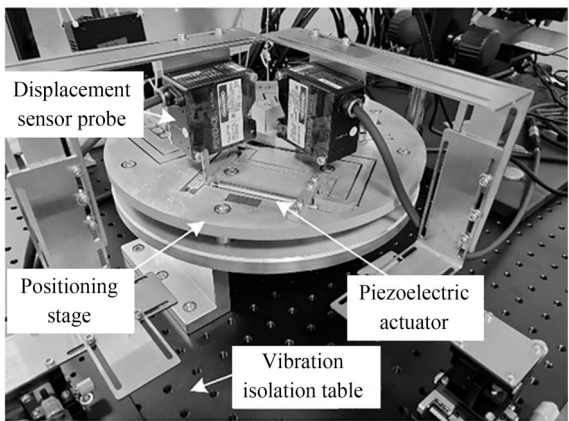
$$t_s \leq \frac{V^{1-\psi}(0)}{c(1-\psi)}. \quad (35)$$

又因为 $\dot{V} \leq 0$ ,根据李雅普诺夫稳定性原理,所提出的控制器是稳定的。

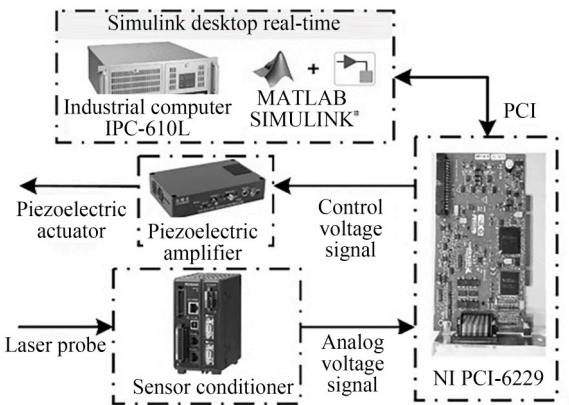
## 4 实验验证

本文压电定位平台测试系统<sup>[30]</sup>,如图4所示,由观测装置、驱动单元以及数据采集与控制模块构成。观测部分配置了一台工业显微镜(ZY-HDMI2800,深圳宗源公司,分辨率1080P),用于辅助观察运动情况;同时使用两个激光位移传感器(LK-H022,日本基恩士公司),其量程为 $\pm 3$  mm、分辨率 $0.01 \mu\text{m}$ ,用于高精度位移检测。驱动部分包括三台压电作动器(PS150/5/60 VS1,哈尔滨芯明天公司)及配套的电压放大器

(E53. A)。数据处理与控制部分由 NI 公司生产的 PCI-6229 采集卡和 IPC-610L 工控机组成,利用 Matlab Simulink Desktop Real-Time 实时控制环境搭建程序,实现信号采集与实时控制。实验时,并联平台安装在隔振台上以抑制环境干扰,高分辨率传感器对准运动台,以实时记录动平台的位置。



(a) 实验样机  
(a) Prototype



(b) 系统结构  
(b) Structure diagram of the system

图 4 定位平台测试系统

Fig. 4 Positioning stage test system

#### 4.1 空载轨迹跟踪实验

为验证所设计的分数阶终端滑模自抗扰控制方法(FOTSM-LESO)在对压电定位台进行轨迹跟踪控制的有效性,将与PID控制器、整数阶终端滑模控制器(TSMC-LESO)、文献[31]中的神经网络整数阶终端滑模控制器(TSMC-RBF)进行对比,分别对四种控制器进行正弦期望轨迹跟踪

实验。采样步长设置为0.001 s,跟踪周期为4 s的正弦信号( $x_d = 5 + 5\sin(0.5\pi t - 0.5\pi)$ ) $\mu\text{m}$ ,控制器参数根据控制器各项含义并结合试错法选取,实现控制精度与抖振之间的平衡。为保证对比测试的公平性,不同的控制器之间的相同控制参数取值一致。控制参数见表1。关于FOTSM-LESO参数整定,首先,按带宽法确定LESO参数。其次,分数阶阶次 $f$ ,通常选择0.7~0.95之间以平衡收敛速度与稳定性。然后,根据有限时间收敛条件设定滑模参数( $r_1, r_2$ 等),再按带来抖振幅值的容忍度做减小增益的原则整定参数。最后,调整fal函数的设计参数以降低抖振。

表 1 FOTSM-LESO, TSMC-LESO, TSMC-RBF 和 PID 控制器参数

Tab. 1 Parameters of FOTSM-LESO, TSMC-LESO, TSMC-RBF, and PID methods

| 控制器        | 参数                                                                                                                            |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| FOTSM-LESO | $\tau_1 = 2, \tau_2 = 3, f = 0.3, \eta = 1/3,$                                                                                |
|            | $k_1 = 150, k_2 = 20, \varphi = 0.2, \xi = 0.5,$<br>$\omega_o = 600, b_0 = 1\ 100$                                            |
| TSMC-LESO  | $\tau_1 = 2, \tau_2 = 3, \eta = 1/3, k_1 = 150,$                                                                              |
|            | $b_0 = 1\ 100, k_2 = 20, \varphi = 0.2, \xi = 0.5,$<br>$\omega_o = 600$                                                       |
| TSMC-RBF   | $\tau_1 = 2, \tau_2 = 3, \eta = 1/3, k_1 = 150,$                                                                              |
|            | $b_0 = 1\ 100, k_2 = 20, \varphi = 0.2, \xi = 0.5,$<br>$\gamma_{11} = 0.025, b_{11} = 5$<br>$C_j = 5 * [-1, -0.5, 0, 0.5, 1]$ |
| PID        | $k_p = 9.1, k_i = 1.9, k_d = 0.5$                                                                                             |

其中:TSMC-RBF控制器的参数 $C_j$ 为高斯函数参数; $b_{11}$ 为高斯基函数宽度; $\gamma_{11}$ 为自适应律参数。TSMC-RBF通过RBF对系统模型和外部扰动进行估计,用以对比本文所设计的无需迟滞模型的控制器。利用均方根误差(RMSE),平均绝对误差(MAE)和最大误差(MAXE)来评价控制器跟踪性能。

四种控制算法下的轨迹跟踪实验结果如图5所示,评价指标见表2,由实验结果可知,本文所设计的FOTSM-LESO跟踪精度显著优于其他三种控制器,而PID的跟踪误差最大,FOTSM-LESO, TSMC-LESO, TSMC-RBF 和 PID 控制器的 RMSE 分别为 0.012 9  $\mu\text{m}$ , 0.025 1  $\mu\text{m}$ ,

表 2 空载下 FOTSM-LESO, TSMC-LESO, TSMC-RBF 和 PID 控制器的对比实验结果

Tab.2 Comparison of experimental results of the FOTSM-LESO, TSMC-LESO, TSMC-RBF, and PID controllers under no-load conditions

| 控制器        | RMSE    | MAXE    | MAE     |
|------------|---------|---------|---------|
| FOTSM-LESO | 0.012 9 | 0.080 6 | 0.009 8 |
| TSMC-LESO  | 0.025 1 | 0.139 4 | 0.019 2 |
| TSMC-RBF   | 0.066 3 | 0.141 1 | 0.058 9 |
| PID        | 0.174 1 | 0.383 5 | 0.145 1 |

0.066 3  $\mu\text{m}$  和 0.1741  $\mu\text{m}$ ; FOTSM-LESO 控制器相较于 TSMC-LESO, TSMC-RBF 和 PID 控制器的 RMSE 精度分别提高了 48.61%, 80.55% 和 92.59%。FOTSM-LESO 各项评价指标优于 TSMC-LESO, 该结果表明分数阶系统的控制性能优于整数阶系统。TSMC-LESO 相较于 TSM-RBF 跟踪精度更高, 该结果表明线性扩张状态观测器在压电定位台系统的估计能力优于 RBF, 同时 LESO 需整定的参数更少。同时, 从图 5(b) 可以看出所设计的 FOTSM-LESO 控制器显著降低稳态误差, 具有最优的控制性能。

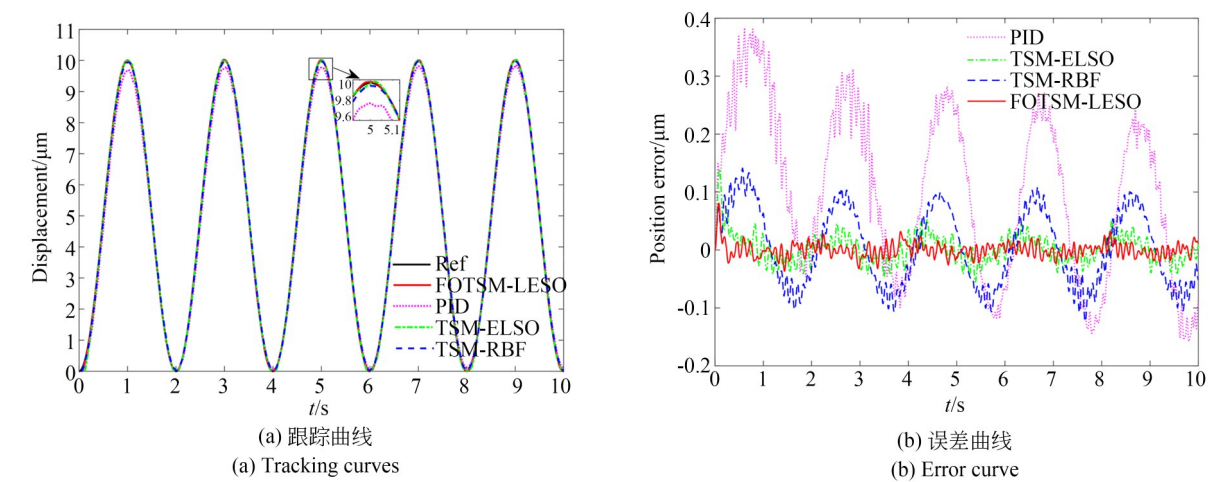


图 5 不同控制器下的正弦轨迹跟踪效果  
Fig. 5 Result of sinusoidal trajectory tracking with different controllers

4.2 不同负载下的轨迹跟踪实验

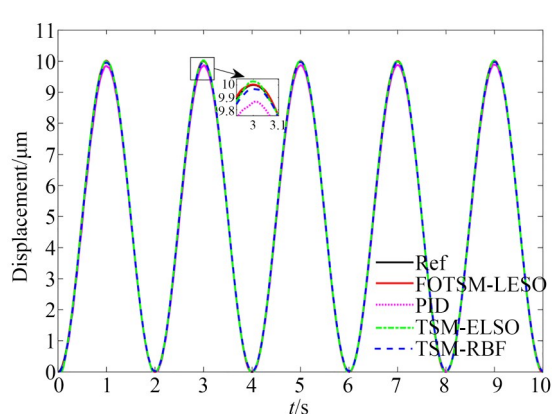
为了验证所设计的 FOTSM-LESO 控制器的鲁棒性, 本文利用压电定位台在不同负载情况下进行轨迹跟踪实验。在实验中, 依次在平台上加装质量为 20 g, 50 g 以及 200 g 的砝码。实验结果如图 6 所示, 评价指标见表 3, 实验结果表明,

所设计的控制器在不同负载情况下的 RMSE 和 MAE 都小于其他三种控制方法, 虽然 RMSE 和 MAE 随着负载重量增大而增大, 但在负载重量为 200 g 时, RMSE 和 MAE 分别为 0.024 6  $\mu\text{m}$  和 0.015 9  $\mu\text{m}$ , 相较于 PID, TSMC-LESO 和 TSMC-RBF 三种控制方法的 RMSE 精度分别提

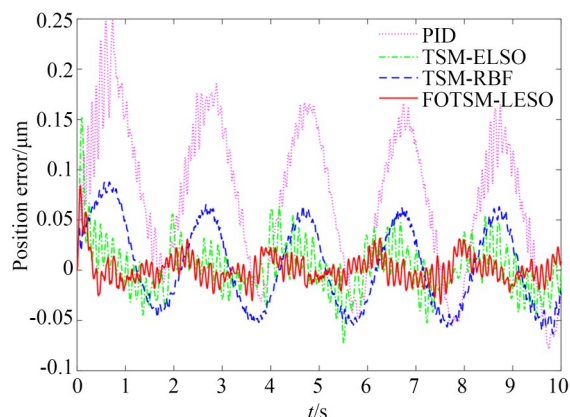
表 3 不同负载下 FOTSM-LESO, TSMC-LESO, TSMC-RBF 和 PID 控制器的对比实验结果  
Tab. 3 Comparison of experimental results of the FOTSM-LESO, TSMC-LESO, TSMC-RBF, and PID controllers under different load conditions

| Load  | FOTSM-LESO |         | PID     |         | TSMC-LESO |         | TSMC-RBF |         |
|-------|------------|---------|---------|---------|-----------|---------|----------|---------|
|       | RMSE       | MAE     | RMSE    | MAE     | RMSE      | MAE     | RMSE     | MAE     |
| 20 g  | 0.014 2    | 0.010 5 | 0.102 1 | 0.084 7 | 0.026 9   | 0.020 1 | 0.041 5  | 0.036 8 |
| 50 g  | 0.016 0    | 0.012 3 | 0.093 6 | 0.077 4 | 0.037 0   | 0.029 0 | 0.043 0  | 0.038 3 |
| 200 g | 0.024 6    | 0.015 9 | 0.105 5 | 0.087 5 | 0.047 3   | 0.030 9 | 0.043 4  | 0.037 8 |

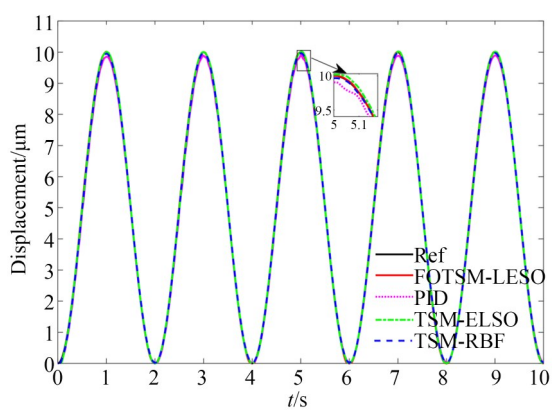




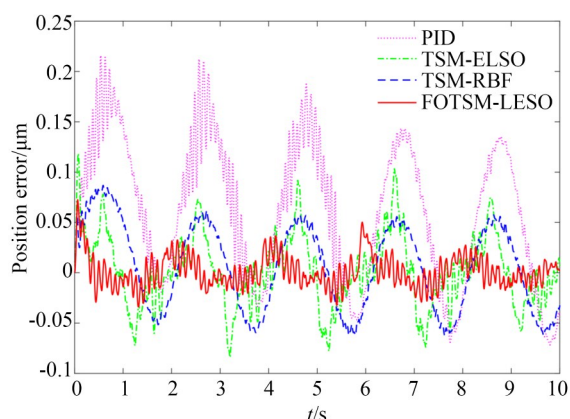
(a) 20 g 负载跟踪曲线  
(a) Tracking curves under 20 g load



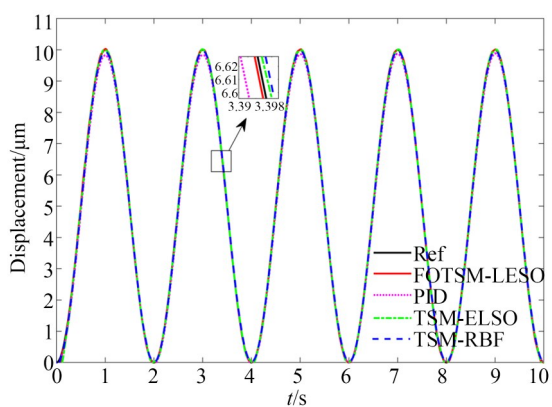
(b) 20 g 负载跟踪误差曲线  
(b) Tracking error curves under 20 g load



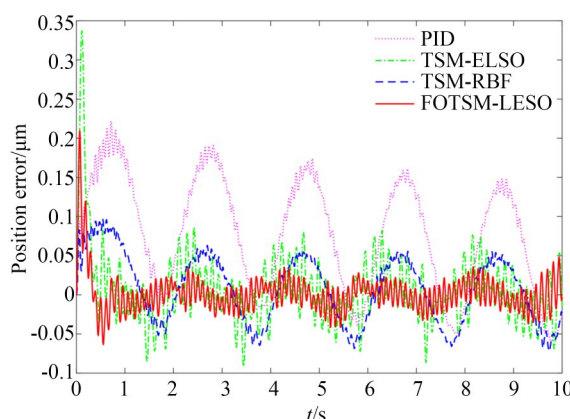
(c) 50 g 负载跟踪曲线  
(c) Tracking curves under 50 g load



(d) 50 g 负载跟踪误差曲线  
(d) Tracking error curves under 50 g load



(e) 200 g 负载跟踪曲线  
(e) Tracking curves under 200 g load



(f) 200 g 负载跟踪误差曲线  
(f) Tracking error curves under 200 g load

图 6 不同负载下的正弦轨迹跟踪效果

Fig. 6 Tracking experimental results of sinusoidal trajectory under different loads

高 76.66%, 48.00% 和 43.32%; MAE 精度分别提高 81.89%, 48.55% 和 57.94%。上述结果充分证明了所提出的 FOTSM-LESO 方法对外部

负载扰动具有良好的鲁棒性及抗干扰能力。

#### 4.3 不同信号频率下的轨迹跟踪实验

为了进一步验证提出的 FOTSM-LESO 方

法的优越性,将于文献[31]提到的神经网络整数阶终端滑模控制器(TSMC-RBF)和文献[32]提到的自适应分数阶滑模控制(AFOSMC)进行对比。分别采用频率为 20 Hz 与 40 Hz,幅值为 10  $\mu\text{m}$  的正弦信号进行压电定位台的轨迹跟踪实验,实验结果如图 8 所示,评价指标见表 4。当跟

踪频率为 40 Hz 的正弦信号时,FOTSM-LESO 的 RMSE 和 MAE 分别为 0.186 9  $\mu\text{m}$  和 0.080 9  $\mu\text{m}$ ,相较于 TSMC-RBF 与 AFOSMC 的 RMSE 精度分别提高了 41.85% 和 50.40%;MAE 精度分别提高了 52.99% 和 44.10%,进一步验证了所提出的控制方法的优越性能。

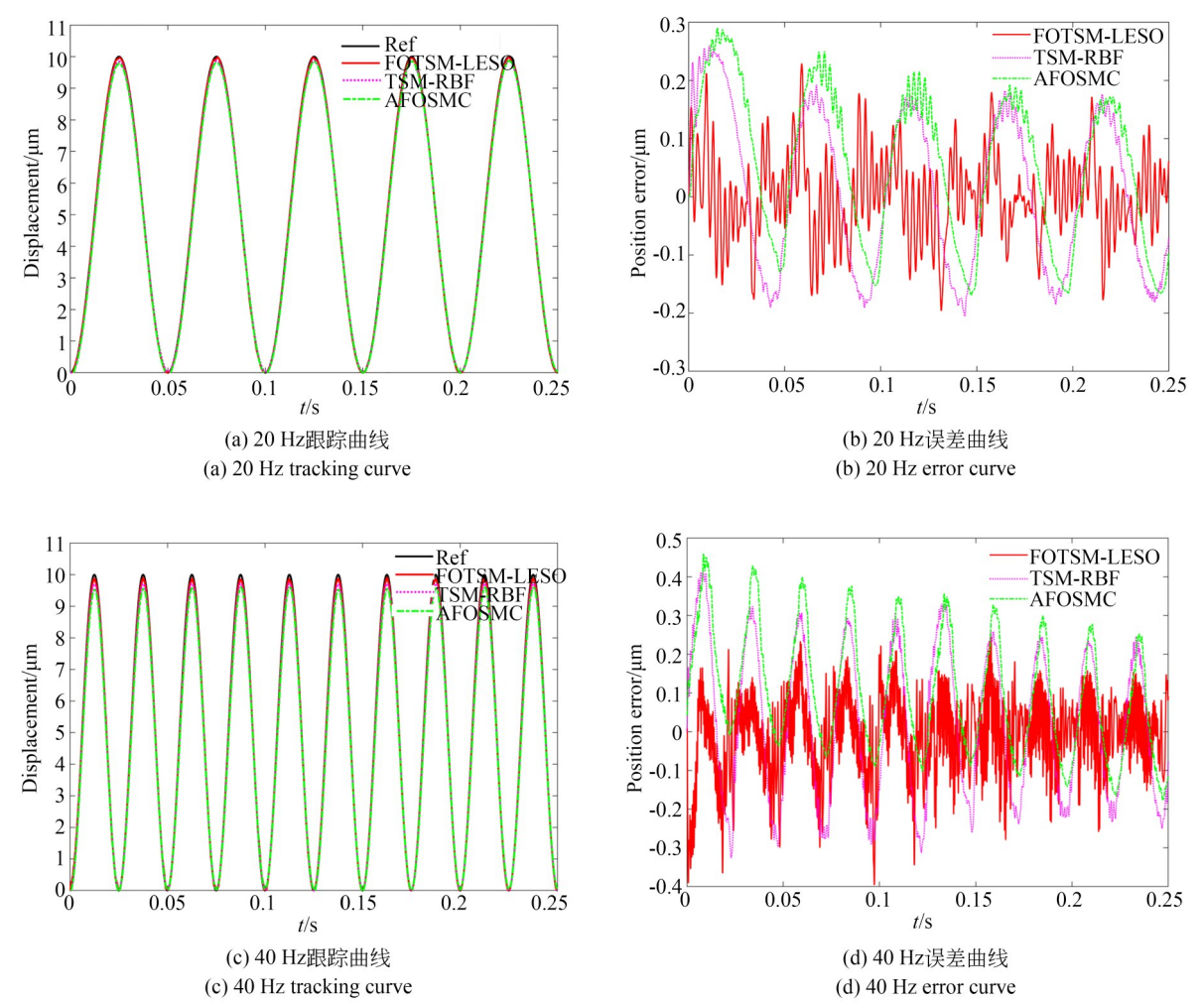


图 7 不同信号频率下的实验验证  
Fig. 7 Experimental validation at different signal frequencies

表 4 FOTSM-LESO, TSMC-RBF 和 AFOSMC 控制器在不同频率下的对比实验结果

| Freq/Hz | FOTSM-LESO |         | TSMC-RBF |         | AFOSMC  |         |
|---------|------------|---------|----------|---------|---------|---------|
|         | RMSE       | MAE     | RMSE     | MAE     | RMSE    | MAE     |
| 20      | 0.046 5    | 0.044 2 | 0.160 9  | 0.119 3 | 0.185 6 | 0.124 0 |
| 40      | 0.186 9    | 0.080 9 | 0.321 4  | 0.172 1 | 0.376 7 | 0.144 7 |

4.4 fal 函数有效性验证

为验证所设计的改进型 fal 函数在抑制抖振方面的有效性,本文开展了对比试验,分别设计以下三种控制策略进行验证:

策略 1:FOTSM-LESO 采用本文设计的改进型 fal 函数;

策略 2:FOTSM-LESO 采用传统 fal 函数;

策略 3:FOTSM-LESO 将趋近律中的 fal 函数替换为 sgn 函数。

三种控制策略实验结果如图 8 所示,评价指标见表 5,实验结果表明,策略 1 的 RMSE 和 MAE 分别为  $0.024\ 6\ \mu\text{m}$  和  $0.015\ 9\ \mu\text{m}$ ,相较于策略 2 与策略 3 的 RMSE 精度分别提高了 9.79% 和 34.52%;MAE 精度分别提高了 9.26% 和

29.50%。策略 2 相较于策略 3 的 RMSE 与 MAE 精度分别提高了 27.41% 和 22.30%。上述结果充分证明了 fal 函数的有效性,并且基于改进型 fal 函数的 FOTSM-LESO 具有更优异的控制性能。

表 5 fal 函数有效性验证的对比实验结果

Tab. 5 Comparison of experimental results for validating the effectiveness of the fal function

| 控制器     | RMSE    | MAXE    | MAE     |
|---------|---------|---------|---------|
| Scheme1 | 0.012 9 | 0.080 6 | 0.009 8 |
| Scheme2 | 0.014 3 | 0.082 7 | 0.010 8 |
| Scheme3 | 0.019 7 | 0.135 7 | 0.013 9 |

5 结 论

针对压电定位台模型不确定性以及负载扰动对系统的性能的影响,提出了一种分数阶终端滑模自抗扰控制器(FOTSM-LESO),该方法融合分数阶滑模面与改进的非线性趋近律,有效抑制抖振现象,并通过线性扩张状态观测器动态估计系统扰动和微分信息,提高了控制精度与鲁棒性。实验结果表明,在不同负载(空载、20 g、50 g、200 g)轨迹跟踪实验中,FOTSM-LESO 的 RMSE 分别为  $0.012\ 9\ \mu\text{m}$ ,  $0.014\ 2\ \mu\text{m}$ ,  $0.016\ 0\ \mu\text{m}$ ,  $0.024\ 6\ \mu\text{m}$ , MAE 分别为  $0.009\ 8\ \mu\text{m}$ ,  $0.010\ 5\ \mu\text{m}$ ,  $0.012\ 3\ \mu\text{m}$ ,  $0.015\ 9\ \mu\text{m}$ 。所提方法的 RMSE 和 MAE 相较于 PID 精度分别提高 75% 和 80% 以上,较 TSMC-LESO 精度均提高 45% 以上,较 TSM-RBF 精度分别提高 40% 和 55% 以上,在 40 Hz 参考指令信号下 FOTSM-LESO 将压电定位台的均方根误差降低到了  $0.186\ 9\ \mu\text{m}$ 。可见该方法展现出良好的跟踪性能、抗扰能力和负载鲁棒性,具有较高的工程应用价值。

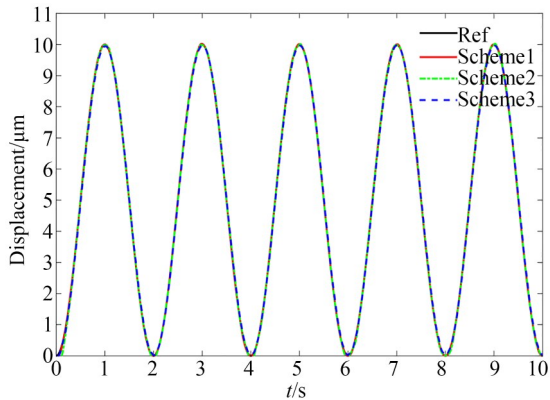
作者贡献说明:

郑后强:测量实验的设计及数据整理和分析,验证,论文撰写;

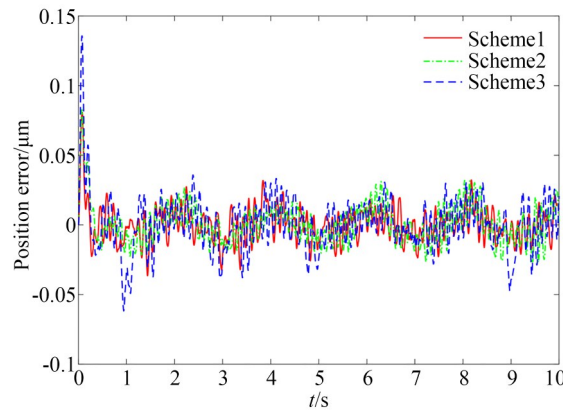
康升征:论文构思,论文审核与编辑写作,项目管理,指导;

王浩文:设计实验及数据整理和分析;

李涛:负责研究的整体指导与项目统筹,监督论文的撰写与修改。



(a) 跟踪曲线  
(a) Tracking curves



(b) 误差曲线  
(b) Error curve

图 8 fal 函数有效性的实验验证

Fig. 8 Experimental verification of the effectiveness of the fal function



## 参考文献:

- [1] LI J X, ZHANG S J, DENG J, *et al.* Development of a stepping piezoelectric actuator for an auto-focus microscopic observation system [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71 (6): 6107-6116.
- [2] MAHDAVI M, COSKUN M B, REZA MOHEIMANI S O. High dynamic range AFM cantilever with a collocated piezoelectric actuator-sensor pair [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2020, 29(2): 260-267.
- [3] WU Y, WEN L, TANG T. Line-of-sight stabilization enhancement with hybrid sensing in a piezoelectric mirror-based cubic Stewart platform [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(3): 2843-2853.
- [4] FAN Y F, TAN U X. Design of a feedforward-feedback controller for a piezoelectric-driven mechanism to achieve high-frequency nonperiodic motion tracking [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(2): 853-862.
- [5] KONG L H, LI D, ZOU J X, *et al.* Neural networks based learning control for a piezoelectric nanopositioning system [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020, 25(6): 2904-2914.
- [6] CHEN L H, XU Q S. Reinforcement learning-based adaptive control of a piezo-driven nanopositioning system [J]. *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, 2024, 5: 28-40.
- [7] SU L C, ZHANG C, ZHANG X Y, *et al.* Observer-based sliding mode predictive control for piezoelectric-driven active-passive vibration isolator with variable-mass payloads [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2025, 72 (11): 11854-11864.
- [8] AHMED K, YAN P. Grey box inverse hysteresis modeling and control for piezo-actuated nano stages [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2025, 39(4): 1711-1718.
- [9] KANCHAN M, SANTHYA M, BHAT R, *et al.* Application of modeling and control approaches of piezoelectric actuators: a review [J]. *Technologies*, 2023, 11(6): 155.
- [10] LIU D B, FANG Y, WANG H B. Intelligent rate-dependent hysteresis control compensator design with bouc-Wen model based on RMSO for piezoelectric actuator [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 63993-64001.
- [11] ZHU W, LIU F F, YANG F F, *et al.* Tracking control of a 3-dimensional piezo-driven micro-positioning system using a dynamic Prandtl - Ishlinskii model [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2022, 33(10): 1231-1243.
- [12] AHMED K, YAN P, LI S. Duhem model-based hysteresis identification in piezo-actuated nano-stage using modified particle swarm optimization [J]. *Micromachines*, 2021, 12(3): 315.
- [13] XU R, TIAN D P, WANG Z S. Adaptive tracking control for the piezoelectric actuated stage using the krasnosel'skii-pokrovskii operator [J]. *Micromachines*, 2020, 11(5): 537.
- [14] ZHANG X X, DAI K Y, ZHANG B, *et al.* Adaptive backstepping-extended state observer control for electrohydraulic position servo systems with multiple disturbances using the compound friction compensation [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2024, 238(4): 583-595.
- [15] WANG L, LI X T, ZHOU Z M, *et al.* Disturbance observation and suppression in an airborne electro-optical stabilized platform based on a generalized high-order extended state observer [J]. *Sensors*, 2024, 24(11): 3629.
- [16] YANG J Y, LI Z C, YAN H C, *et al.* Adaptive fixed-time control for nonlinear systems subject to mismatched uncertainties and external disturbance: an ESO-based strategy [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2024, 34(5): 3499-3515.
- [17] 魏伟, 夏鹏飞, 左敏. 压电驱动纳米定位台的线性自抗扰控制 [J]. *控制理论与应用*, 2018, 35 (11): 1577-1590.
- WEI W, XIA P F, ZUO M. Linear active disturbance rejection control of piezoelectric nanopositioning stage [J]. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1577-1590. (in Chinese)
- [18] 李智斌, 辛源泽, 张建强, 等. 压电定位系统建模及滑模逆补偿控制 [J]. *中国光学(中英文)*, 2025, 18(1): 170-185.
- LI Z B, XIN Y Z, ZHANG J Q, *et al.* Modeling and sliding mode control based on inverse compensation of piezo-positioning system [J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(1): 170-185. (in Chinese)
- [19] KANG S Z, WU H T, YANG X L, *et al.* Non-linearities compensation of a parallel piezostage us-



- ing discrete-time sliding mode predictive control with decoupling and damping properties [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 192: 110206.
- [20] KANG S Z, WU H T, YANG X L, *et al.* Discrete-time predictive sliding mode control for a constrained parallel micropositioning piezostage [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(5): 3025-3036.
- [21] WANG G W, WANG B, ZHAO J, *et al.* Robust tracking for nanopositioning stages using sliding mode control with active disturbance rejection: Design and implementation [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2023, 29(15): 3809-3822.
- [22] WANG Z S, XU R, WANG L N, *et al.* Finite-time adaptive sliding mode control for high-precision tracking of piezo-actuated stages [J]. *ISA Transactions*, 2022, 129: 436-445.
- [23] XU R, WANG Z S, ZHOU M L, *et al.* A robust fractional-order sliding mode control technique for piezoelectric nanopositioning stages in trajectory-tracking applications [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2023, 363: 114711.
- [24] ROY P, ROY B K. Sliding mode control versus fractional-order sliding mode control: applied to a magnetic levitation system [J]. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 2020, 31(3): 597-606.
- [25] KANG S Z, WU H T, YANG X L, *et al.* Fractional robust adaptive decoupled control for attenuating creep, hysteresis and cross coupling in a parallel piezostage [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 159: 107764.
- [26] YIN R N, XUE B, BROUSSEAU E, *et al.* Characterizing the electric field- and rate-dependent hysteresis of piezoelectric ceramics shear motion with the Bouc-Wen model [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2024, 367: 115044.
- [27] YU S D, WU H T, XIE M Y, *et al.* Precise robust motion control of cell puncture mechanism driven by piezoelectric actuators with fractional-order nonsingular terminal sliding mode control [J]. *Bio-Design and Manufacturing*, 2020, 3(4): 410-426.
- [28] 陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究 [J]. *自动化学报*, 2013, 39(5): 574-580.
- CHEN Z Q, SUN M W, YANG R G. On the stability of linear active disturbance rejection control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 574-580. (in Chinese)
- [29] POLYAKOV A, FRIDMAN L. Stability notions and Lyapunov functions for sliding mode control systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(4): 1831-1865.
- [30] 康升征, 王浩文. 面向细胞微操作的柔性并联压电定位台设计与实验 [J]. *光学精密工程*, 2025, 33(2): 220-235.
- KANG S Z, WANG H W. Design and experiments of a flexible parallel piezoelectric micro-positioning stage for cell micromanipulation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2025, 33(2): 220-235. (in Chinese)
- [31] LI Y, FAN P, ZHANG Z G, *et al.* RBF neural network dynamic sliding mode control based on lambert W function for piezoelectric stick-slip actuator [J]. *The Review of Scientific Instruments*, 2024, 95(6).
- [32] 孙明超, 彭佳琦, 宋悦铭. 压电平台高精度自适应分数阶滑模跟踪控制 [J]. *光学精密工程*, 2024, 32(16): 2504-2512.
- SUN M C, PENG J Q, SONG Y M. High-precision adaptive fractional order sliding mode tracking control for piezoelectric platform [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(16): 2504-2512. (in Chinese)

#### 作者简介:



郑后强(2002—),男,湖南耒阳人,硕士研究生,主要研究方向为压电定位台的高精度跟踪控制研究。E-mail: zhenghouqiang0209@163.com

#### 通讯作者:



李涛(1979—),男,山东枣庄人,博士,教授,主要从事复杂系统分析、抗干扰控制、故障检测与诊断等方面的教学与科研工作。Email: 002062@nuist.edu.cn