

文章编号 1004-924X(2026)03-0403-12

陨坑视觉导航的位姿估计误差建模

黄建斌¹, 何云涛^{2*}, 王安然³, 李小路¹, 徐立军¹

(1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191;

3. 北京控制工程研究所, 北京 100190)

摘要:在月球极区着陆探测任务中,基于陨坑视觉导航估计着陆器位姿可以实现高精度着陆定位。为解决陨坑视觉导航中位姿估计误差传递机理不明确、工程实用化参数缺失等关键问题,开展了陨坑视觉导航的位姿估计误差建模研究。通过提出一种基于加权最小二乘法的位姿误差模型,以估计多种因素影响下的位姿误差。首先,结合陨坑视觉导航位姿估计原理,完成位姿误差溯源分析与基础建模。其次,以重投影误差最小化为目标,构建位姿误差模型。最后,采用加权最小二乘法,完成位姿误差的定量估计。基于月球极区数字高程模型(Digital Elevation Model, DEM)和数字正射影像(Digital Orthophoto Map, DOM)数据,模拟月球着陆器的陨坑视觉导航,开展基于蒙特卡洛仿真的位姿误差估计实验,研究不同误差源和特征参数对位姿误差的影响。实验结果表明,当像素检测误差为 5 pixel、陨坑数量为 15 时,平移误差估计值小于 95 m。本文误差模型可实现多因素影响下位姿误差的定量估计,提出的工程参数方案满足月球极区着陆百米级导航精度要求,为陨坑导航方案设计提供了理论基础。

关键词:视觉导航;月球极区着陆;位姿估计;误差模型

中图分类号:V448.22;TP391.4 **文献标识码:**A

doi:10.37188/OPE.20263403.0403 **CSTR:**32169.14.OPE.20263403.0403

Modeling of pose estimation error in crater visual navigation

HUANG Jianbin¹, HE Yuntao^{2*}, WANG Anran³, LI Xiaolu¹, XU Lijun¹

(1. School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University,

Beijing 100191, China;

2. School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

3. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

* Corresponding author, E-mail: yuntaohe@buaa.edu.cn

Abstract: High-precision positioning is required for lunar polar landing, and crater-based visual navigation can be used to estimate the lander pose. However, this approach is limited by an insufficiently characterized mechanism for pose estimation error propagation and by the lack of practical engineering parameters. To address these issues, pose error modeling for crater visual navigation is investigated. A pose error model based on weighted least squares is proposed to quantify pose errors under the combined effects of multi-

收稿日期:2025-11-24; **修订日期:**2025-12-24.

基金项目:空间智能控制技术国家重点实验室开放基金(No. 2024-CXPT-GF-JJ-012-13);光电测量与智能感知中关村开放实验室开放基金(No. LabSOMP-2023-06)

ple factors. First, traceability analysis and baseline modeling of pose errors are performed according to the pose estimation principle of crater visual navigation. Second, a pose error model is formulated by minimizing the reprojection error. Finally, weighted least squares is applied to obtain quantitative pose error estimates. Using DEM and DOM data from the lunar polar region, crater visual navigation for a lunar lander is simulated, and Monte Carlo-based experiments are conducted to evaluate the effects of different error sources and feature parameters on pose accuracy. When the pixel detection error is 5 pixels and 15 craters are used, the estimated translation error is below 95 m. The developed model enables quantitative pose error estimation under multiple contributing factors, and the proposed engineering parameter scheme satisfies the 100 m-level navigation accuracy requirement for lunar polar landing. This work provides a theoretical basis for the design of crater-based navigation schemes.

Key words: visual navigation; lunar polar landing; pose estimation; error model

1 引 言

由于月球极区存在潜在的水冰和矿产资源,故月球极区着陆探测是未来人类深空探测的重要环节^[1]。在月球极区着陆任务中,为了实现安全着陆,高精度的导航定位技术至关重要^[2-3]。然而,月球表面存在大量陨坑,可以作为天然的视觉特征。因此,基于陨坑特征的视觉导航是目前亟需攻克的关键技术^[4]。在陨坑视觉导航中,位姿估计精度直接影响任务安全性,误差溯源分析和建模工作十分重要^[5-6]。

现有的位姿误差研究主要有三类:(1)基于几何模型的误差分析。该类方法精确建模从图像中提取的陨坑特征(如中心、椭圆参数)的误差,并推导其如何传递到位姿解算中。2018年,霍炬等建立了基于特征点测量误差不确定性加权的位姿估计模型,分析了特征点的不确定性对位姿误差影响^[6]。2020年,Zhu等通过蒙特卡洛模拟定量分析了陨坑定位误差的影响,结合奇异值分解构建了不确定性加权矩阵^[7]。这类方法的误差源清晰,但对于多种误差耦合问题研究较少。(2)基于滤波与优化的状态估计方法。该类方法不专注于对误差本身进行显式建模,而是将其视为状态估计过程中的噪声,通过融合多类型特征或多传感器信息来抑制其影响。2023年,Xiu等设计了一种快速陨石坑地标选择方法,分析了陨石坑的测量不确定性和匹配置信度对导航性能的影响^[8]。2024年,Kim使用多元高斯模型对陨坑椭圆进行建模,结合扩展卡尔曼滤波器

优化位姿估计^[9]。这类方法可为多源传感器融合提供天然框架,有效抑制误差发散,但依赖于几何误差的先验知识且对异常值敏感。(3)基于数据驱动的误差补偿方法。该类方法利用机器学习来隐式地学习从图像到位姿的复杂映射关系及其中的误差。这类方法能够学习并补偿传统几何模型难以描述的复杂误差,但可解释性差且依赖数据训练,目前在陨坑视觉导航领域的相关应用有待进一步研究与论证。

当前的位姿误差研究,主要聚焦于提升陨坑检测与匹配算法的精度,或改进位姿求解的滤波与优化算法^[10]。然而,未能系统性地将多重误差源进行统一建模与量化,且对于如何根据实际着陆精度需求推导各项参数误差范围,缺乏严密的误差传播理论支撑^[11-12]。

为解决上述问题,本文针对月球极区探测对高精度定位着陆的需求,提出一种基于加权最小二乘法的陨坑视觉导航位姿误差模型,系统分析了从相机内参、镜头畸变、陨坑检测等多个环节的误差传播机理,开展了基于蒙特卡洛仿真的位姿误差估计实验,分析各项因素对位姿误差的影响,为陨坑导航算法设计与优化提供了理论基础。

2 原 理

2.1 基于陨坑特征的视觉导航方法

图1展示了陨坑视觉导航方案中基于帧库匹配的绝对导航原理。通过相机捕获月表陨坑图

像,采用陨坑检测算法提取图像中的陨坑参数;陨坑匹配算法将提取参数与现有月球表面陨坑库中的参数进行匹配;位姿估计算法利用成功匹配的 p' 和 P_{MF} 解算出当前相机在月固坐标系中的位姿,即相机坐标系到月固坐标系的旋转矩阵 R 和平移向量 t ,再结合相机和着陆器之间的位姿,最终输出着陆器在月固坐标系中的位姿^[4]。

相机坐标 $P_c = [X_c, Y_c, Z_c]^T$ 与月固坐标 P_{MF} 之间的转换为刚体变换,有:

$$\begin{cases} x_d = x_n(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + 2p_1 x_n y_n + p_2(r^2 + 2x_n^2) \\ y_d = y_n(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1(r^2 + 2x_n^2) + 2p_2 x_n y_n \end{cases}, \quad (3)$$

其中: k_1, k_2, k_3 为径向畸变参数, p_1, p_2 为切向畸变参数, $r^2 = x^2 + y^2$ 。

像素坐标 $p = [u, v]^T$ 和畸变坐标间转换为:

$$\begin{cases} u = f_x x_d + c_x \\ v = f_y y_d + c_y \end{cases}, \quad (4)$$

其中: f_x, f_y 为相机在 x 轴和 y 轴方向上的像素焦距, c_x, c_y 是相机中心主点在图像的 x 轴和 y 轴上

$$P_c = RP_{MF} + t, \quad (1)$$

其中: R 为相机在月固坐标系下的旋转向量, t 为相机在月固坐标系下的平移向量。

图像物理坐标 p_n 和相机坐标之间转换为:

$$x_n = \frac{X_c}{Z_c}, y_n = \frac{Y_c}{Z_c}. \quad (2)$$

当相机透镜存在畸变时,根据畸变模型^[12],畸变坐标 p_d 与原始图像物理坐标 p_n 之间转换为:

的坐标^[13]。

综上所述,在陨坑特征的视觉导航方法中,有相机成像、陨坑数据库建立、陨坑检测、陨坑匹配和位姿估计等多个环节,这些环节都可能导致估计的位姿存在误差。因此,下面将对陨坑导航中误差传递过程进行研究,建立位姿误差传递模型。

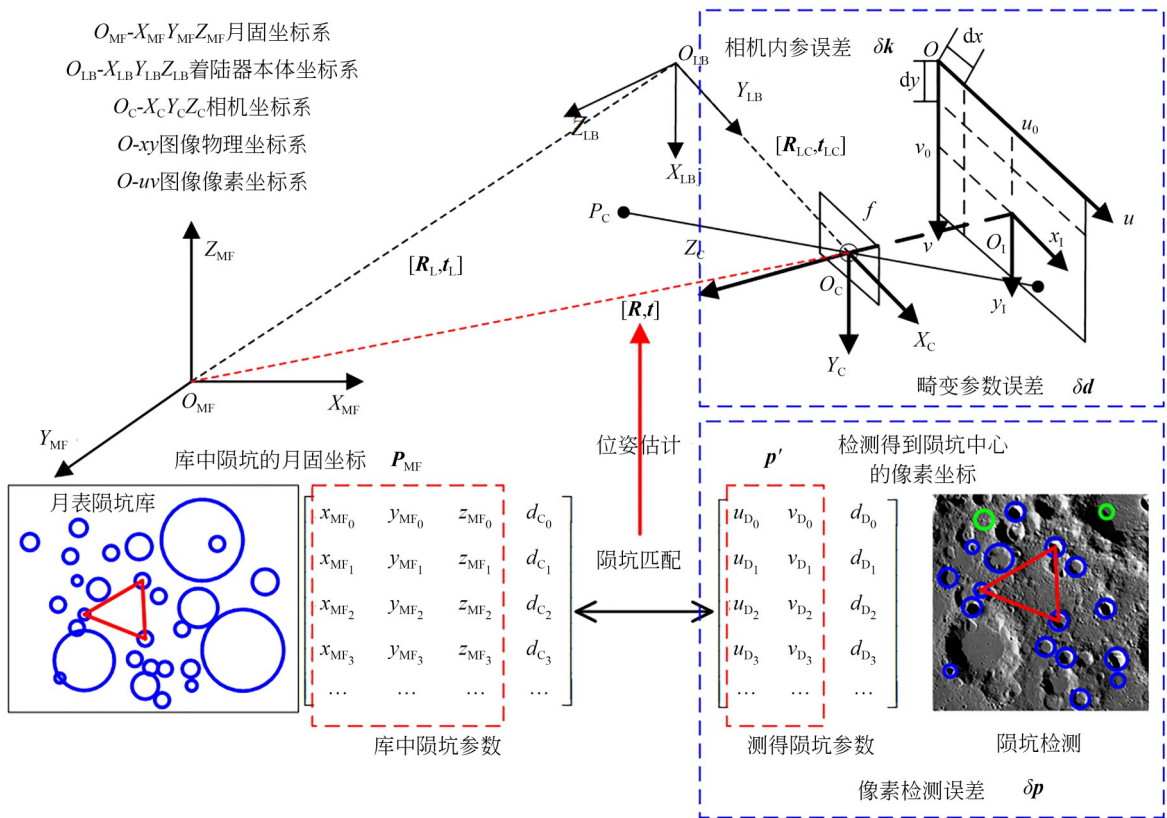


图1 陨坑视觉导航原理和相机成像模型

Fig. 1 Principle for crater navigation and camera imaging model

2.2 基于陨坑视觉导航的位姿误差建模

为建立陨坑视觉导航任务中的位姿误差模型,研究不同误差源对像素误差的影响机理,采用基于加权最小二乘法思路,实现像素误差影响下的位姿误差的仿真估计。

2.2.1 陨坑视觉导航误差溯源与建模

在研究位姿估计误差的过程中,先分析引起位姿估计误差的误差源,主要有相机内参误差、畸变参数误差及像素检测误差等^[14-15]。下面对这些误差进行分析和建模。

(1) 相机内参误差 δk

相机标定偏差导致内参向量 $k = [f_x, f_y, c_x, c_y]^T$ 存在偏差。内参误差采用高斯模型表示, $\delta k \sim N(0, \Sigma_k)$, 协方差矩阵 Σ_k 为对应方差 $\sigma_{f_x}^2, \sigma_{f_y}^2, \sigma_{c_x}^2, \sigma_{c_y}^2$ 组成的对角阵:

$$\Sigma_k = \text{diag}(\sigma_{f_x}^2, \sigma_{f_y}^2, \sigma_{c_x}^2, \sigma_{c_y}^2). \quad (5)$$

(2) 畸变参数误差 δd

相机镜头畸变导致畸变向量 $d = [k_1, k_2, k_3, p_1, p_2]^T$ 存在偏差。畸变误差采用高斯模型表示, $\delta d \sim N(0, \Sigma_d)$, 协方差矩阵 Σ_d 为对应方差 $\sigma_{k_1}^2, \sigma_{k_2}^2, \sigma_{k_3}^2, \sigma_{p_1}^2, \sigma_{p_2}^2$ 组成的对角阵:

$$\Sigma_d = \text{diag}(\sigma_{k_1}^2, \sigma_{k_2}^2, \sigma_{k_3}^2, \sigma_{p_1}^2, \sigma_{p_2}^2). \quad (6)$$

(3) 像素检测误差 δp

陨坑检测算法获取的陨坑中心的像素坐标 p' 与真实位置存在偏差。像素检测误差采用高斯模型表示, $\delta p \sim N(0, \Sigma_p)$, 协方差矩阵 Σ_p 为对应方差 σ_u^2, σ_v^2 组成的对角阵:

$$\Sigma_p = \text{diag}(\sigma_u^2, \sigma_v^2). \quad (7)$$

各类误差通过非线性成像模型逐级耦合并最终映射到位姿空间,其传递路径可分解为以下 3 阶段:

前端扰动输入:包括相机内参误差 δk 、畸变参数误差 δd 、陨坑中心像素检测噪声 δp ;

中间观测偏差生成:上述误差共同导致重投影观测值偏离真值,形成重投影误差 $e = p' - \Pi(RP + t, k, d)$;

后端位姿误差输出:在加权最小二乘优化框架下,重投影误差通过雅可比矩阵 J_e 映射到位姿扰动空间,最终得到位姿估计协方差 Σ_ξ 。

该路径表明,所有前端误差均通过重投影误差函数的非线性敏感度,即雅可比矩阵,耦合进

入位姿解算过程,而非独立作用。

2.2.2 基于最小化重投影误差的位姿误差建模

在位姿误差建模中,基于最小化重投影误差估计相机位姿,第 i 个特征点的重投影误差表示为:

$$e_i = p'_i - \Pi(RP_{MF_i} + t, k, d), \quad (8)$$

其中: p'_i 为第 i 个陨坑检测算法得到陨坑中心的像素坐标,一般通过拟合陨坑圆或椭圆得到, P_{MF_i} 为对应陨坑中心在陨坑数据库中的月固坐标, $\Pi(\cdot)$ 为相机投影和畸变函数^[16]。

本文综合考虑多种误差源影响,在小扰动下,重投影误差线性化表示为:

$$e_i \approx J_{k,i} \delta k + J_{d,i} \delta d + \delta p_i - J_{\xi,i} \delta \xi, \quad (9)$$

其中: $\delta \xi$ 为位姿误差, $J_{\xi,i}, J_{k,i}, J_{d,i}$ 为几种误差对应的雅可比矩阵。根据相机成像原理,由式(1)~式(4)有:

$$\frac{\partial P_c}{\partial P_i} = R, \quad (10)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial \xi} = \begin{bmatrix} 0 & Z_c & -Y_c & 1 & 0 & 0 \\ -Z_c & 0 & X_c & 0 & 1 & 0 \\ Y_c & -X_c & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial P_c} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_c} & 0 & -\frac{X_c}{Z_c^2} \\ 0 & \frac{1}{Z_c} & -\frac{Y_c}{Z_c^2} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial p_d}{\partial p_n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_d}{\partial x_n} & \frac{\partial x_d}{\partial y_n} \\ \frac{\partial y_d}{\partial x_n} & \frac{\partial y_d}{\partial y_n} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial p_d} = \begin{bmatrix} f_x & 0 \\ 0 & f_y \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x_d}{\partial x_n} = L + (2k_1 + 4k_2 r^2 + 6k_3 r^4) x_n^2 + 2p_1 y_n + 6p_2 x_n \\ \frac{\partial x_d}{\partial y_n} = (2k_1 + 4k_2 r^2 + 6k_3 r^4) x_n y_n + 2p_1 x_n + 2p_2 y_n \\ \frac{\partial y_d}{\partial x_n} = (2k_1 + 4k_2 r^2 + 6k_3 r^4) x_n y_n + 2p_1 x_n + 2p_2 y_n \\ \frac{\partial y_d}{\partial y_n} = L + (2k_1 + 4k_2 r^2 + 6k_3 r^4) y_n^2 + 6p_1 y_n + 2p_2 x_n \end{cases}, \quad (15)$$

其中: $L = 1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6$ 。

因此,各项雅可比矩阵表达式为:

$$J_{\xi,i} = \frac{\partial e_i}{\partial \xi}, \quad (16)$$

$$J_{k,i} = \frac{\partial e_i}{\partial k}, \quad (17)$$

$$J_{d,i} = \frac{\partial e_i}{\partial d}. \quad (18)$$

根据链式法则有:

$$J_{\xi,i} = \frac{\partial p_i}{\partial p_d} \frac{\partial p_d}{\partial p_n} \frac{\partial p_n}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \xi}, \quad (19)$$

$$J_{k,i} = \begin{bmatrix} x_d & 0 & 1 & 0 \\ 0 & y_d & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$J_{d,i} = K \begin{bmatrix} x_n r^2 & x_n r^4 & x_n r^6 & 2x_n y_n & r^2 + 2x_n^2 \\ y_n r^2 & y_n r^4 & y_n r^6 & r^2 + 2y_n^2 & 2f_y x_n y_n \end{bmatrix}, \quad (21)$$

其中 K 为相机的内参矩阵。

因此,上述误差分量横向合并得到总误差雅克比矩阵为:

$$J_{\epsilon,i} = [J_{k,i} \quad J_{d,i} \quad I]. \quad (22)$$

所有特征点的误差向量堆叠可得:

$$e \approx J_{\epsilon} \delta \epsilon - J_{\xi} \delta \xi, \quad (23)$$

其中: J_{ϵ} 为所有特征点的误差雅克比矩阵 $J_{\epsilon,i}$ 的堆叠, $\delta \epsilon$ 为各类误差堆叠形成的向量。

$$\delta \epsilon = [\delta k^T, \delta d^T, \delta p^T]^T, \quad (24)$$

其中:各子向量分为来自内参、畸变、像素检测的误差,维度分别为4,5,2m(m为陨坑数量)。

尽管本文假设各误差源统计独立(协方差矩阵为块对角结构),但在非线性成像模型中,它们在残差空间存在耦合。具体表现为内参误差会改变有效焦距和主点,从而缩放或平移整个投影坐标系,使得相同的像素检测误差在不同内参偏差下产生不同的位姿敏感度;未校正的畸变会使图像边缘的陨坑位置发生系统性偏移,若此时像素检测算法未考虑畸变,将导致位置误差与畸变误差叠加,形成复合偏差;特征分布几何构型(如陨坑是否靠近图像中心)会调制雅可比矩阵的条件数,进而放大或抑制特定方向的误差传递。

2.2.3 基于加权最小二乘的位姿误差估计

为了平衡不同误差的贡献,构建加权重投影误差最小化问题 $\min_{\delta \epsilon} e^T W e$, W 为权重矩阵。带入式(23),求导并令梯度为0可得位姿误差为:

$$\delta \xi = (J_{\xi}^T W J_{\xi})^{-1} J_{\xi}^T W J_{\epsilon} \delta \epsilon. \quad (25)$$

根据误差传播定律,位姿误差的协方差矩阵为:

$$\Sigma_{\xi} = (J_{\xi}^T W J_{\xi})^{-1} J_{\xi}^T W J_{\epsilon} \Sigma_{\epsilon} J_{\epsilon}^T W J_{\xi} (J_{\xi}^T W J_{\xi})^{-1}, \quad (26)$$

其中: Σ_{ϵ} 为总误差协方差矩阵,是由相机内参误差、畸变参数误差和像素检测误差的协方差矩阵组成的一个块对角矩阵:

$$\Sigma_{\epsilon} = \text{diag}(\Sigma_k, \Sigma_d, \Sigma_p). \quad (27)$$

加权矩阵定义为协方差的逆矩阵:

$$W = \Sigma_{\epsilon}^{-1}. \quad (28)$$

综上所述,基于陨坑视觉导航原理,采用加权最小二乘法思路,建立了陨坑视觉导航的位姿误差模型。可以看出,除了内参误差、畸变误差及像素检测误差等误差源影响,位姿误差还受到位姿估计算法选用陨坑特征参数的影响,如特征点数量 m 、特征点分布等。

3 实验

为验证位姿误差传递模型和分析不同因素对位姿误差的影响,开展了基于蒙特卡罗仿真的位姿误差估计实验。

3.1 实验数据与评价指标

实验模拟月球南极陨坑着陆任务,如图2所示,原始数据来源于 LROC (Lunar Reconnaissance Orbiter Camera) 的 DOM (Digital Orthophoto Map) 和 DEM (Digital Elevation Model)^[17]。该 DOM 数据的空间分辨率为 5 m/pixel,其中红色圆圈为建立的陨坑参数库中陨坑位置(彩图见期刊电子版)。

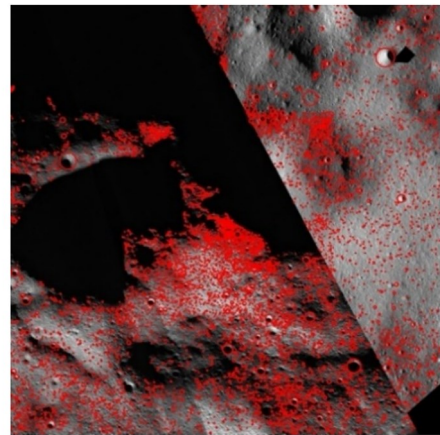


图2 模拟着陆区 DOM 数据

Fig. 2 Simulated landing area DOM data

相机在着陆区域中心的正上方 6 km 拍摄陨坑图像,相机的图像尺寸为 2 048 pixel $\times$ 2 048 pixel,视场角为 90 $^{\circ}\times$ 90 $^{\circ}$,像素焦距为 1 024 pixel。表 1 中列出了相机的内参值。为了确保生成的误差样本符合实验设计的统计特性,采用 Python 的 numpy, random, seed 函数设置随机数生成器的种子,固定种子数为 42,方便重复实验。

每次仿真随机生成误差样本 1 000 次,开展后续蒙特卡罗仿真实验。实验中像素检测误差服从高斯分布 $N(0, \sigma_u I)$, $\sigma_u \in [1 \text{ pixel}, 10 \text{ pixel}]$ 。相机的内参与畸变误差同理,变化的参数和取值范围如表 2 所示。

实验采用平移误差 e_{tra} 、旋转误差 e_{rot} 来评价

表 1 相机内参值

Tab. 1 Camera internal parameter values

Symbol	Value
f_x, f_y	1 024 pixel
c_x, c_y	1 024 pixel
k_1, k_2, k_3	0.01, 0.001, 0.000 1
p_1, p_2	0.000 1, 0.000 1

相机的位姿误差,表达式分别为:

$$e_{\text{tra}} = \|\Delta \mathbf{t}_{\text{st}}\|, \quad (29)$$

$$e_{\text{rot}} = \arccos\left(\frac{\text{tr}(\Delta \mathbf{R}_{\text{st}}) - 1}{2}\right), \quad (30)$$

其中: $\Delta \mathbf{R}_{\text{st}}$ 和 $\Delta \mathbf{t}_{\text{st}}$ 分别是估计的旋转矩阵和平移向量与真值的差值, $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵迹。

表 2 变化参数的取值范围和典型值

Tab. 2 Range of values and typical values of variable parameters

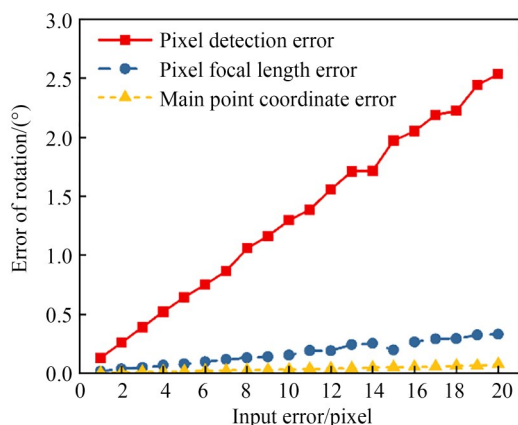
Symbol	Meaning	Value range and typical value
$\sigma_u, \sigma_{f_x}, \sigma_{f_y}, \sigma_{c_x}, \sigma_{c_y}$	Pixel detection error and internal parameter error	1~10 pixel(1 pixel)
$\sigma_{k1}, \sigma_{k2}, \sigma_{k3}, \sigma_{p1}, \sigma_{p2}$	Camera distortion parameter error	0.1~1(0.1)
m	The number of craters	5~30(15)
$ f_x x_d $	The distance from the center in the x direction of the crater	0~1 024 pixel
$ f_y y_d $	The distance from the center in the y direction of the crater	0~1 024 pixel

3.2 实验结果与分析

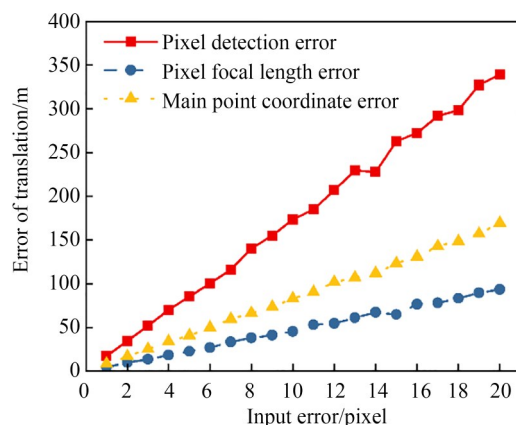
3.2.1 不同类型误差对位姿误差影响

为了研究不同误差对位姿误差的影响,开展了基于蒙特卡罗仿真的位姿误差估计实

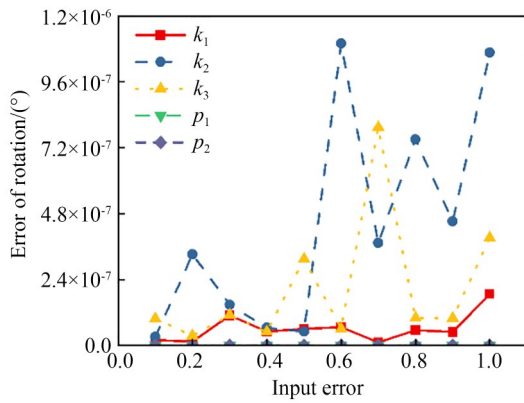
验,并分析不同类型误差对位姿误差的影响。分别添加标准差不同的像素检测误差、相机内参误差和畸变参数误差,实验结果如图 3 所示。



(a) 添加像素检测误差和相机内参误差的旋转误差
(a) Error of rotation of adding pixel detection errors and camera intrinsic errors

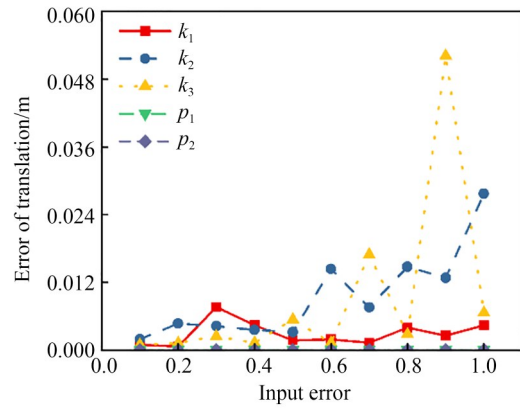


(b) 添加像素检测误差和相机内参误差的平移误差
(a) Error of translation of adding pixel detection errors and camera intrinsic errors



(c) 添加畸变参数误差的旋转误差

(c) Error of rotation with added distortion parameter error



(d) 添加畸变参数误差的平移误差

(d) Error of translation with added distortion parameter error

图3 不同类型输入误差影响下的位姿估计误差

Fig. 3 Pose estimation errors under influence of different types of input errors

图3(a)~3(b)为添加不同水平的像素检测误差、像素焦距误差、主点坐标误差时的位姿误差估计值,图3(c)~3(d)为添加不同水平的畸变参数误差时的位姿误差估计值。可以看出:相同误差水平下,像素检测误差对位姿误差的影响最大;相机畸变参数误差对位姿误差影响小,其中切向畸变参数误差影响远比径向参数误差影响小。

图4为不同水平像素检测误差下的位姿误差箱线图。可以看出随着像素检测误差水平的增大,旋转误差和平移误差随之增大,且误差的波动幅度也增大。当像素检测误差小于4 pixel时,位姿估计的平移误差理论值小于70 m、旋转误差小于0.52°。因此,为了实现6 km高度下的陨坑导航百米定位精度,陨坑检测和匹配算法的像素检测误差应小于4 pixel。

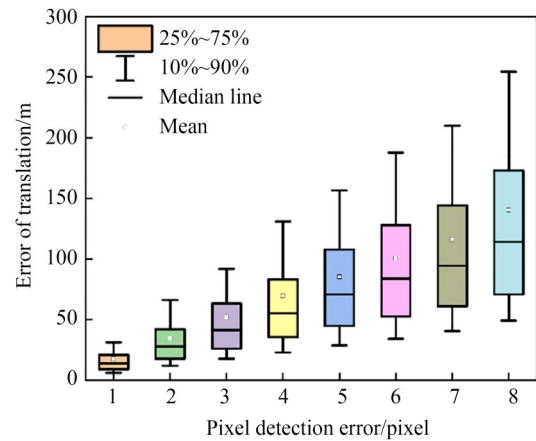
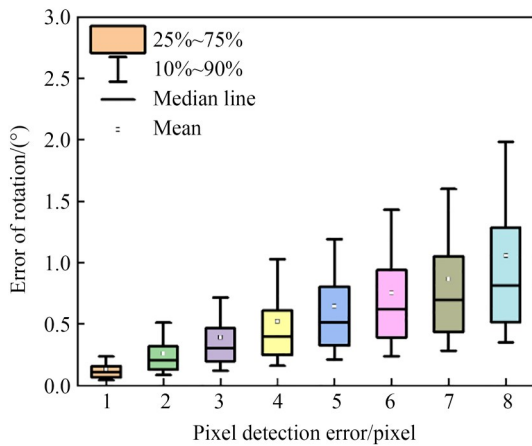


图4 不同像素检测误差下位姿误差的分布

Fig. 4 Distribution of pose errors under different pixel detection errors

3.2.2 不同特征参数对位姿误差影响

为了研究不同特征参数对位姿误差的影响,开展变特征参数的位姿估计实验,随机选择陨坑计算位姿误差,重复实验并统计结果。

3.2.2.1 变飞行高度实验

为了研究着陆器飞行高度对位姿误差的影响,开展变飞行高度实验。设置飞行高度 h_{flight} 为15 km到1 km(着陆器一般从15 km左右高度开始进入主减速段),其他参数为典型值,实验结果如图5所示。

可以看出,随着飞行高度的降低,平移误差呈下降趋势;当飞行高度大于 6 km 时,随着飞行高度的减小,旋转误差呈下降趋势;当飞行高度小于 6 km 时,随着飞行高度的减小,旋转误差呈

$$J_{\xi,i} = \begin{bmatrix} -\frac{f_x X_c Y_c}{Z_c^2} & f_x \left(1 + \frac{X_c^2}{Z_c^2}\right) & -\frac{f_x Y_c}{Z_c} & \frac{f_x}{Z_c} & 0 & -\frac{f_x X_c}{Z_c^2} \\ -f_y \left(1 + \frac{Y_c^2}{Z_c^2}\right) & \frac{f_y X_c Y_c}{Z_c^2} & \frac{f_y X_c}{Z_c} & 0 & \frac{f_y}{Z_c} & -\frac{f_y Y_c}{Z_c^2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

根据雅克比矩阵表达式(31)和位姿模型表达式(25),可以得到单一缩放因子 $1/Z_c$ 对位姿误差的影响。即随着 $1/Z_c$ 的增大,雅克比矩阵 $J_{\xi,i}$ 增大,位姿误差 $\delta\xi$ 减小。

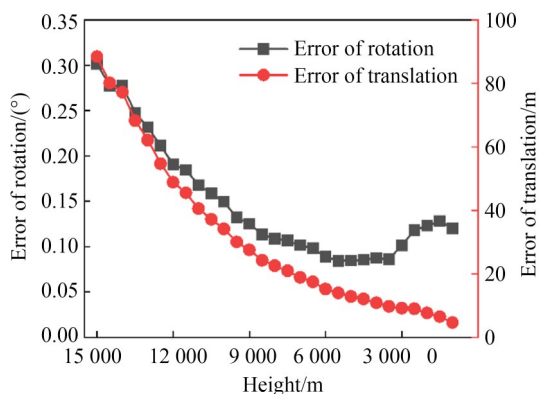


图5 不同飞行高度下位姿估计实验结果

Fig. 5 Experimental results of pose estimation with different flight altitudes

但是在低飞行高度下,加上地形的影响,不同特征点之间的 Z_c 差异很大,这种差异会破坏雅克比矩阵 J_{ξ} 的数值均衡性,使得 $J_{\xi}^T W J_{\xi}$ 成为病态矩阵,其逆矩阵 $(J_{\xi}^T W J_{\xi})^{-1}$ 的条件数急剧增大,进而对像素检测误差产生显著的放大效应,最终导致位姿误差增大。

根据式(31)可知, $J_{\xi,i}$ 后三列对应的平移误差与缩放因子 $1/Z_c$ 近似呈线性关系, $J_{\xi,i}$ 数值稳定性更高,受缩放因子差异影响小。因此,随着相机飞行高度的降低,平移误差一直呈下降趋势; $J_{\xi,i}$ 前三列对应的旋转误差含 X_c, Y_c 等空间坐标的乘积项,不同特征点的空间坐标差异远大于缩放因子差异,叠加缩放因子差异后,雅克比矩阵的数值波动幅度更大,导致更容易失衡。当相机高度飞行高度 $h_{\text{flight}} > 6$ km 时,着陆区陨坑

先小幅波动再上升最后下降的趋势。

为了简化分析,仅考虑像素检测误差的情况下,根据针孔相机成像模型,单个特征点的雅克比矩阵模型为:

最大高程差 Δh_{max} 约为 2 km, h_{flight} 远大于 Δh_{max} ($h_{\text{flight}}/\Delta h_{\text{max}} > 3$),所有特征点之间的 Z_c 差异较小,雅克比矩阵 J_{ξ} 分布均衡,无显著误差放大效应。因此,旋转误差随着飞行高度减小单调减小。当相机飞行高度在 2~6 km 时, h_{flight} 与 Δh_{max} 接近, J_{ξ} 分布失衡,旋转误差放大效应凸显,导致旋转误差随着飞行高度降低波动上升。当相机飞行高度在 2 km 以下时,导致 $1/Z_c$ 激增,缩放因子的抑制效果开始逐渐覆盖差异带来的放大效果,旋转误差随之转变为下降。

由表 1 中的相机的焦距和视场角,图像分辨率与高度呈线性关系,不同高度下单个像素对应物理尺寸为 $r = h/1024$ 。相同像素检测误差对应的物理误差随高度减小而显著减小。例如,4 pixel 像素检测误差在 15 km 高度下对应物理误差约为 58.59 m,在 6 km 高度对应物理误差约为 23.4 m,在 1 km 高度下对应物理尺寸误差约为 3.91 m。同时,随着高度降低,相机视场覆盖面积减小,视场内陨坑数量下降,但是由于图像分辨率增大,一些小陨坑能够被检测到,因此,可观测陨坑数量与高度并非完全正相关。

综上所述,为了探究高精度导航需求下图像像素误差的容限,若在 6 km 高度下引入其他因素能够满足位姿精度需求,随着高度降低,位姿误差减小,从而确保最终着陆定位精度满足导航精度需求。

3.2.2.2 变特征点数量实验

为了研究陨坑特征点数量对位姿误差的影响,开展变特征点数量的位姿估计实验。设置特征点数量 m 为 5 到 30,其他参数为典型值,实验结果如图 6(a)所示。随着特征点数量的增大,旋转误差和平移误差均呈下降趋势,且下降趋势逐渐平缓。当特征点数量大于 15 时,平移

误差和旋转误差的下降速率均小于5%。所以,为了实现高精度位姿估计的同时降低在轨资源消耗,位姿估计时选用陨坑数量应不少于15个。

为进一步验证特征数量选择的合理性,引入Fisher信息矩阵(FIM)进行信息量评估。对于位姿状态 ξ ,其FIM定义为 $F=J_{\xi}^T W J_{\xi}$ 。根据Cramér-Rao下界,位姿误差的协方差矩阵 $\Sigma_{\xi} \geq F$ 。采用D-最优准则,以 $\varphi(m)=\log \det(F)$ 衡量系统可观测性。该指标反映位姿联合估计误差椭球体积的倒数,值越大表示信息量越高。在相同仿真条件下,统计了不同陨坑数量 $m=5 \sim 30$ 时,对应的Fisher信息量 $\varphi(m)$ 如图6(b)所示。可以看出, $\varphi(m)$ 随陨坑数量 m 增加而上升;但在 $m=15$ 后 $\varphi(m)$ 增加速度放缓,斜率下降超过80%。这表明15个分布良好的陨坑已能提供接近饱和的几何信息,继续增加特征带来的精度收益远小于匹配复杂度与失败风险的上升。因此,从信息论角度,选择陨坑数量 $m=15$ 可视为近似最优选择。

3.2.2.3 变特征距离实验

为了研究特征点分布对位姿误差的影响,开展变特征距离的位姿估计实验。将特征点按照与图像中心间隔($|f_x x_d|$ 或 $|f_y y_d|$)的范围分成不同组,在组内随机选取陨坑开展位姿估计实验。

陨坑特征点数据分为8组,各组特征点与图像中心的平均距离如表3所示。

实验结果如图6(c)所示,随着特征点到图像中心平均距离的增大,平移误差和旋转误差均呈下降趋势。从第5组数据开始,即特征点与图像中心平均距离大于625 pixel(蓝色虚线和标记处)时,位姿估计的平移误差小于29 m,旋转误差小于0.26°,位姿误差变化率已从之前的50%以上骤降至50%以下,且后续实验组的变化率持续降低,最终趋近于平稳。因此,当特征点与图像中心的平均距离大于1/4的图像尺寸时,能有效减小位姿误差。

表3 特征点分组情况

Tab. 3 Feature point grouping situation

Group	$ f_x x_d $ /pixel	$ f_y y_d $ /pixel	Average distance/pixel
1	0~128	0~128	74
2	128~256	128~256	210
3	256~384	256~384	357
4	384~512	384~512	508
5	512~640	512~640	625
6	640~768	640~768	764
7	768~896	768~896	943
8	896~1 024	896~1 024	1 086

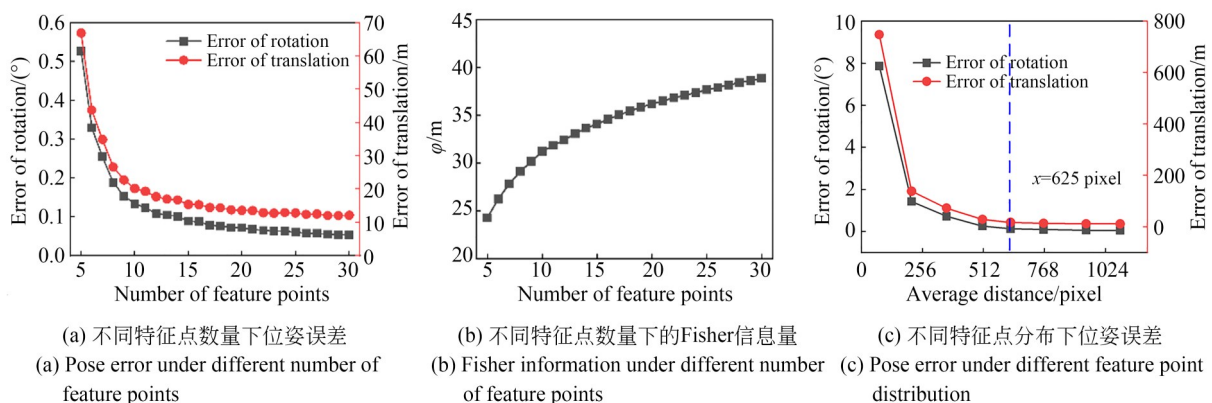


图6 变特征点数量的位姿估计实验结果

Fig. 6 Experimental results of pose estimation with varying number of feature points

总的来说,位姿解算时选择的陨坑特征数量和特征点分布对位姿误差有重要影响。当位

姿估计算法选用陨坑数量不少于15、距离中心大于1/4图像尺寸时,能有效减小位姿估计

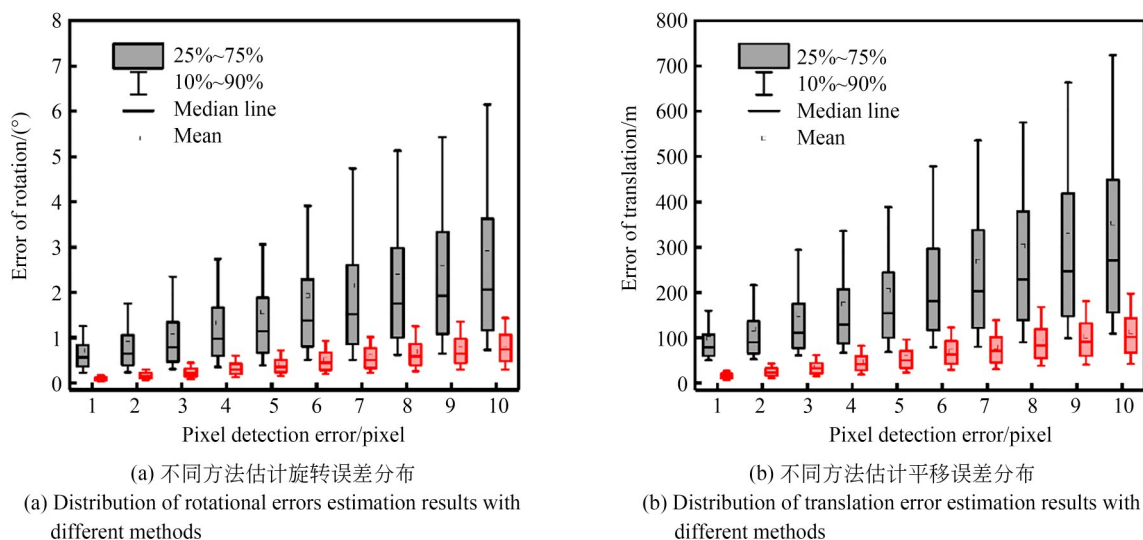


图7 不同方法位姿估计实验结果

Fig. 7 Experimental results of pose estimation using different methods

误差。

3.2.3 不同方法估计位姿误差对比

为验证本文所提模型在位姿误差估计准确性方面的优势,将所提方法与经典的基于EPnP (Efficient Perspective-n-Point)的位姿误差算法对比^[18]。

实验设置在不同像素检测误差条件下,设定飞行高度为6 km、陨坑数量为15,其他参数为典型值。两种方法估计的位姿误差分布如图7所示。其中,灰色箱体为EPnP算法估计结果,红色箱体为所提方法估计结果(彩图见期刊电子版)。可以看出,随着像素检测误差的增大,所提方法与EPnP算法的位姿误差的均值和波动都增大。与EPnP算法相比,所提方法估计的位姿误差值和波动情况更小。当像素检测误差为5 pixel时,所提方法的90%分位点的平移误差为95 m,旋转误差为0.71°。

因此,为了在6 km高度实现90%置信度下的百米级定位精度,陨坑检测与匹配算法的像素检测误差应控制在5 pixel以内。

4 结 论

本文针对月球极区陨坑视觉导航任务的高

精度定位着陆,完成了陨坑视觉导航位姿误差建模、多因素影响分析及工程参数优化。结合陨坑视觉导航位姿估计原理,基于针孔相机成像机理与畸变模型,构建了融合像素检测误差、相机内参与畸变参数误差的陨坑视觉导航位姿误差模型,研究了多误差源的传递路径与作用机理。以重投影误差最小化为目标,采用加权最小二乘法建立多种误差到位姿误差的精准传递模型,实现了多因素影响下位姿误差的定量估计。基于月球极区DEM和DOM数据,开展了蒙特卡罗仿真实验,研究不同参数对位姿误差影响。实验结果表明,当陨坑数量大于15且像素检测误差小于5 pixel时,位姿估计的平移误差小于95 m,理论上能满足飞行高度为6 km时陨坑导航的百米精度需求,为陨坑导航任务的图像处理和位姿估计算法研究提供了重要理论基础。

作者贡献声明:

黄建斌:方法设计,实验数据分析,论文构思与撰写;

何云涛:调查研究,提供资源,技术指导;

王安然:提供项目支持,数据管理;

李小路、徐立军:提供资源,技术指导与论文审核。

参考文献:

- [1] WANG C, JIA Y Z, XUE C B, *et al.* Scientific objectives and payload configuration of the Chang'E-7 mission [J]. *National Science Review*, 2023, 11(2): nwad329.
- [2] 华宝成, 李琦, 徐昌定, 等. 嫦娥六号降落图像导航定位技术[J]. *空间控制技术与应用*, 2024, 50(6): 57-63.
- HUA B CH, LI Q, XU CH D, *et al.* Visual navigation and positioning technology for Chang'E-6 descent [J]. *Aerospace Control and Application*, 2024, 50(6): 57-63. (in Chinese)
- [3] LI S Y, HE Y T, HUANG J B, *et al.* Lunar visual localization method based on crater geohash encoding and consistency matching[J]. *Remote Sensing*, 2025, 17(9): 1493.
- [4] 许利恒, 江洁, 马岩. 基于陨石坑的视觉导航技术综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(11): 173-193.
- XU L H, JIANG J, MA Y. Review of visual navigation technology based on craters[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(11): 173-193. (in Chinese)
- [5] 周芮, 刘延芳, 齐乃明, 等. 面向空间应用的视觉位姿估计技术综述[J]. *光学精密工程*, 2022, 30(20): 2538-2553.
- ZHOU R, LIU Y F, QI N M, *et al.* Overview of visual pose estimation methods for space missions [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2022, 30(20): 2538-2553. (in Chinese)
- [6] 霍矩, 张贵阳, 崔家山, 等. 测量误差不确定性加权的立体视觉位姿估计目标函数[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(4): 834-842.
- HUO J, ZHANG G Y, CUI J SH, *et al.* A objective function with measuring error uncertainty weighted for pose estimation in stereo vision [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(4): 834-842. (in Chinese)
- [7] ZHU S Y, XIU Y, ZHANG N, *et al.* Crater-based attitude and position estimation for planetary exploration with weighted measurement uncertainty[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 176: 216-232.
- [8] XIU Y, ZHU S Y, XU R, *et al.* Optimal crater landmark selection based on optical navigation performance factors for planetary landing [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2023, 36(3): 254-270.
- [9] KIM K. An improved crater-based navigation approach using projective invariants [J]. *Advances in Space Research*, 2024, 74(5): 2357-2375.
- [10] PARK W, JUNG Y, BANG H, *et al.* Robust crater triangle matching algorithm for planetary landing navigation [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, 42(2): 402-410.
- [11] MU R J, WU P, DENG Y P, *et al.* Optical navigation method and error analysis for the descending landing phase in planetary exploration [J]. *Aerospace*, 2022, 9(9): 496.
- [12] OSTROGOVICH L, DEL PRETE R, TOMASICCHIO G, *et al.* A dual-mode approach for vision-based navigation in a lunar landing scenario [C]. 2024 *IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW)*. June 17-18, 2024, Seattle, WA, USA. IEEE, 2024: 6799-6808.
- [13] 段智威, 夏晓华, 贺鹏程, 等. 任意位姿圆柱曲面透视投影失真的图像校正[J]. *光学精密工程*, 2024, 32(16): 2577-2589.
- DUAN ZH W, XIA X H, HE P CH, *et al.* Image correction for perspective distortion of cylindrical surfaces at arbitrary poses [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(16): 2577-2589. (in Chinese)
- [14] 张临佐. 视觉-惯性SLAM方法研究及其误差分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2022.
- ZHANG L Z. *Research on Visual-inertial Slam and Its Error Analysis* [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2022. (in Chinese)
- [15] 赵腾起. 月面图像三维重建与位姿估计[D]. 杭州: 浙江大学, 2023.
- ZHAO T Q. *3D Reconstruction and Pose Estimation for Lunar Images* [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2023. (in Chinese)
- [16] 陈天择, 葛宝臻, 罗其俊. 重投影优化的自由双目相机位姿估计方法[J]. *中国光学*, 2021, 14(6): 1400-1409.
- CHEN T Z, GE B ZH, LUO Q J. Pose estimation for free binocular cameras based on reprojection error optimization [J]. *Chinese Journal of Optics*, 2021, 14(6): 1400-1409. (in Chinese)
- [17] WAGNER R V, SPEYERER E J, ROBINSON M S, *et al.* New mosaicked data products from the IROC team [C]. *The 46th Lunar and Planetary Science Conference*, Woodlands, USA. 2015, 46: 1473.

- [18] 程硕, 贾迪, 杨柳, 等. 类别级多目标刚体 6D 位姿估计方法[J]. 液晶与显示, 2025, 40(3): 457-471.
- CHENG SH, JIA D, YANG L, *et al.* Estima-

tion method of category-level multi-object rigid body 6D pose [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2025, 40(3): 457-471. (in Chinese)

作者简介:



黄建斌(1995—),男,江西上饶人,博士研究生,2017年于江苏大学获得学士学位,2021年于北京航空航天大学获得硕士学位,主要从事激光雷达与月球视觉导航技术等方面的研究。E-mail: jianbinhuang@buaa.edu.cn

通讯作者:



何云涛(1982—),男,湖北安陆人,副教授,2004年、2010年于北京航空航天大学分别获得学士和博士学位,主要从事光电探测与成像及光电信息处理技术的研究。E-mail: yuntaohe@buaa.edu.cn