

文章编号 1004-924X(2026)04-0586-13

磁阻驱动柔顺精密定位平台设计与测试分析

王 巍¹, 尹小怡^{2*}, 赖磊捷¹, 朱利民³

(1. 上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620;

2. 华东理工大学 机械与动力工程学院, 上海 200237;

3. 上海交通大学 机械与动力工程学院 机械系统与振动全国重点实验室, 上海 200240)

摘要:为实现中短行程微纳米精密定位平台对高力密度与高精度控制的综合要求,设计分析了一种基于磁阻驱动器的柔顺精密定位平台,并对其进行了非线性磁滞建模和轨迹跟踪控制。首先,通过分析磁阻驱动器的等效磁路与不同气隙下的驱动力特性,结合柔性机构的刚度模型,确定了平台设计参数和适合平台工作的气隙大小;其次,搭建了实验平台系统,构建了包含有理函数与 Prandtl-Ishlinskii 逆磁滞模型的前馈补偿策略,实现了磁阻驱动器的非线性补偿。最后,利用比例-积分控制与陷波滤波器构成反馈控制方法,开展轨迹跟踪控制实验。实验结果表明:所构建的逆磁滞模型补偿和控制方法能够显著提升平台控制精度,非线性补偿后两种三角波信号的跟踪均方根误差分别降低了 69.2% 和 63.68%,验证了本文所设计磁阻驱动柔顺精密定位平台在微纳米定位中的可行性与有效性。

关键词:磁阻驱动器;柔性机构;磁滞;精密定位平台;轨迹跟踪控制

中图分类号:TP394.1;TH691.9 **文献标识码:**A

doi:10.37188/OPE.20263404.0586

CSTR:32169.14.OPE.20263404.0586

Design and test analysis of a compliant precision positioning stage driven by reluctance actuators

WANG Wei¹, YIN Xiaoqia^{2*}, LAI Leijie¹, ZHU Limin³

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;

2. School of Mechanical and Power Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;

3. State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

* Corresponding author, E-mail: xiaoq1216@ecust.edu.cn

Abstract: To meet the comprehensive requirements of high force density and high-precision control for a medium-stroke micro-nano precision positioning stage, a compliant precision positioning stage based on reluctance actuators was designed and analyzed, with nonlinear hysteresis modeling and trajectory tracking control implemented. First, by analyzing the equivalent magnetic circuit of the reluctance actuator and its drive force characteristics under different air gaps, combined with the stiffness model of the flexure mecha-

收稿日期:2025-11-07;修订日期:2025-11-27.

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 52475063)

nism, the stage design parameters and the suitable air gap size for stage operation were determined. Subsequently, an experimental system was set up, and a feedforward compensation strategy incorporating a rational function and a Prandtl-Ishlinskii hysteresis inverse model was constructed to achieve nonlinear compensation for the reluctance actuator. Finally, a feedback control method comprising proportional-integral control and a notch filter was utilized to conduct trajectory tracking control experiments. Experimental results demonstrate that the constructed hysteresis inverse model compensation and control method significantly enhances the stage's control accuracy. After nonlinear compensation, the root mean square errors for tracking two different triangular wave signals were reduced by 69.2% and 63.68%, respectively, validating the feasibility and effectiveness of the designed compliant precision positioning stage using reluctance actuation in micro-nano positioning applications.

Key words: reluctance actuator; compliant mechanism; hysteresis; precision positioning stage; trajectory tracking control

1 引言

中短行程(200~500 μm)精密定位平台常采用压电陶瓷驱动器或音圈电机结合柔性机构实现。压电陶瓷驱动器具有输出力大、体积小、响应快等优点,但行程有限,需要利用放大机构实现数百微米的行程^[1-2]。音圈电机基于洛伦兹力驱动,线性度较高,但推力密度较低,难以胜任高频响应任务^[3-5]。近年来,基于变磁阻正应力的磁阻驱动器在精密定位领域得到了越来越广泛的关注。该类驱动器依据磁阻最小原理工作,输出推力与电流平方成正比,具备力密度高(可达音圈电机十倍以上)、惯量低、响应快、结构紧凑、散热良好等优势^[6-8]。因此,为兼顾中短行程精密定位中对高力密度与高频响的综合要求,探索基于磁阻驱动器的新型精密定位平台设计、分析和控制原理,已成为该领域一个重要的发展方向。

国内外诸多学者对磁阻驱动器及其对应的精密定位平台开展了一系列研究。例如,为解决磁阻电机驱动力的非线性问题,目前常用的做法是采用偏置磁通原理,利用永磁体在定子左右气隙产生的偏置磁通量与线圈产生的磁通量叠加,以实现驱动力的线性化^[9-10]。但该类平台行程较小,仅为几十微米,目前常应用于超高带宽快刀伺服系统等应用场合,而且该类驱动器还需要额外安装永磁体,并使永磁体产生的磁通量与线圈磁通量进行匹配,增加了平台的设计和安装难度^[11-12]。Butler和Xu等针对光刻机微运动平台的需求,设计了基于C型铁心和E型铁心等的多

种螺线管式磁阻电机,通过实验方法辨识了磁阻驱动器的输入电流与磁感应强度之间的磁滞关系^[13-14],但目前这些磁滞模型仅描述了固定气隙下电流-磁通之间的磁滞关系,而较少探讨平台在运动过程中电流-位移间的复杂动态磁滞特性^[15]。Janaideh等研究了磁阻驱动精密定位平台的推力解析模型与稳定运行条件,并在理论上进行了前馈补偿,但未深入涉及实验验证与磁滞特性的建模及补偿^[16-17]。

由上述分析可知,当前磁阻驱动柔顺精密定位平台在系统设计、磁滞补偿和轨迹跟踪控制等方面仍存在问题。为此,本文设计并分析了一种基于磁阻驱动器的柔顺精密定位平台,重点研究其非线性磁滞特性建模补偿以及轨迹跟踪控制问题。通过建立磁阻驱动器的等效磁路模型与柔性机构刚度模型,确定了系统关键尺寸参数与工作气隙大小;在此基础上,构建了融合有理多项式与Prandtl-Ishlinskii(P-I)逆磁滞模型的前馈补偿策略,并利用含陷波滤波的闭环反馈控制器对平台进行轨迹跟踪控制,以提升平台在动态轨迹跟踪中的精度与稳定性。本研究工作能为后续各类高精度磁阻驱动定位平台的设计与控制提供重要依据。

2 磁阻驱动柔顺精密定位平台

图1所示为磁阻驱动柔顺精密定位平台的整体结构。该平台由1个多平行四边形柔性机构和两组磁阻驱动器构成。其中,两组磁阻驱

动器在柔性机构末端平台两端形成对称互补布置实现对柔性机构的推拉运动。该磁阻驱动器由 1 个尺寸较大的 C 形磁轭和 2 组励磁线圈组成。

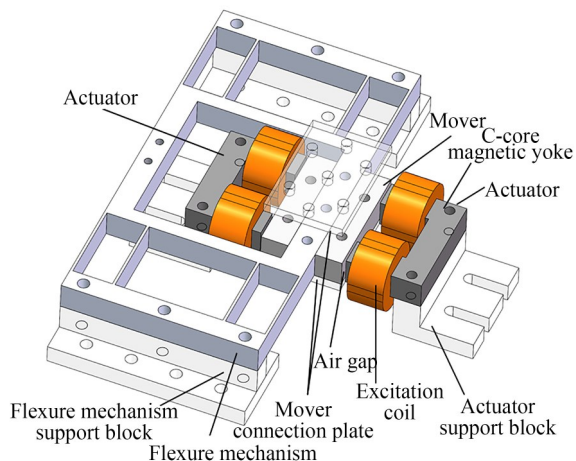


图 1 磁阻驱动柔顺精密定位平台整体结构

Fig. 1 Overall structure of compliant precision positioning stage driven by reluctance actuators

2.1 磁阻驱动器设计与分析

定位平台所用到的磁阻驱动器采用 C 形磁轭, 动子铁芯固定在柔性机构运动平台上。所使用的 C 形磁阻驱动器及其等效磁路原理图由图 2 所示。通过对等效磁路的分析, 可以推导出磁通量 Φ_c 和磁力 F_c 。

如图 2(b) 所示, Ni 是等效磁路的源, 等效磁路的回路表示为:

$$2Ni = (R_c + 2R_g)\Phi_c, \quad (1)$$

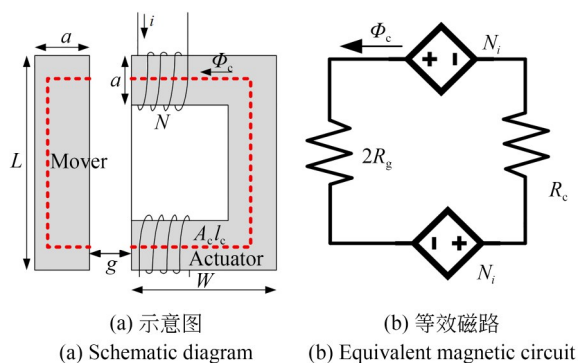


图 2 磁阻驱动器及其等效磁路原理图

Fig. 2 Reluctance actuator and its equivalent magnetic circuit

其中: N 为单个线圈的匝数, i 为线圈电流。磁芯的磁阻 R_c 和气隙磁阻 R_g 表示为:

$$R_c = \frac{l_c}{\mu_0 \mu_r(B, H)}, \quad (2)$$

$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_c}, \quad (3)$$

其中: A_c 是铁芯的横截面积, g 是定子截面和动子铁芯之间的气隙, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 是真空的磁导率, $\mu_r(B, H)$ 是基于铁磁材料 $B-H$ 曲线的相对磁导率, l_c 代表磁通量的路径长度, 计算公式为 $l_c = 2L + 2W - 2a$ 。因此, 磁通量 Φ_c 和磁通密度 B_c 可分别表示为:

$$\Phi_c = \frac{2\mu_0 A_c N i}{\frac{l_c}{\mu_r(B, H)} + 2g}, \quad (4)$$

$$B_c = \frac{\Phi_c}{A_c} = \frac{2\mu_0 N i}{\frac{l_c}{\mu_r(B, H)} + 2g}. \quad (5)$$

磁场中存储的能量可用磁通量 Φ_c 和输入电流 i 表示为:

$$W_m(\Phi_c, i) = \frac{1}{2} \times 2Ni\Phi_c = \frac{2\mu_0 A_c N^2 i^2}{\frac{l_c}{\mu_r(B, H)} + 2g}. \quad (6)$$

那么, 气隙中产生的磁力可以通过磁场中存储能量的导数来表示:

$$F_m(i, g) = \frac{\partial W_m}{\partial g} = -\frac{2\mu_0 A_c N^2 i^2}{\left(\frac{l_c}{\mu_r(B, H)} + 2g\right)^2}, \quad (7)$$

其中, 负号表示平台动子始终朝驱动器定子方向移动, 磁吸力随气隙增大而迅速减弱。

考虑到铁磁材料具有相对较高的磁导率, 磁导率效应可以忽略不计。因此, 磁感应强度与磁力可近似表示为:

$$B_m \approx \frac{\mu_0 N i}{g}, \quad (8)$$

$$F_m \approx \frac{\mu_0 A_c N^2 i^2}{2g^2}. \quad (9)$$

2.2 柔性机构刚度建模

磁阻驱动精密定位平台采用两组双平行四边形柔性机构作为传动机构, 来实现平台高精度、无摩擦、无间隙和快速响应等优点。如图 3 所示, 磁阻驱动器对机构施加一个吸力 F_m 时, 由于平行四边形机构中每个簧片尺寸相同, 因此可将

驱动力 F_m 平均等效到簧片梁末端,即 $F_i = F_m/8$, ($i=1\sim 8$)。

此外,如图簧片梁末端还承受弯矩 M_i 的反作用,使其末端转角为零,图3也展示了单个簧片梁的受力情况所以:

$$\frac{M_i l}{EI} = \frac{F_i l^2}{2EI}, \quad (10)$$

其中: E 为柔性机构材料的弹性模量, $I = bh^3/12$ 为簧片梁截面惯性系数,簧片梁的长度、宽度和厚度分别为 l , b 和 t 。因此,驱动力 F_i 和弯矩 M_i 共同作用下产生的位移量 ω 为:

$$\omega = \frac{F_i l^3}{3EI} - \frac{M_i l^2}{2EI}. \quad (11)$$

联立以上公式可得机构刚度 K_s 为:

$$K_s = \frac{F_m}{\omega} = \frac{8Ebh^3}{l^3}. \quad (12)$$

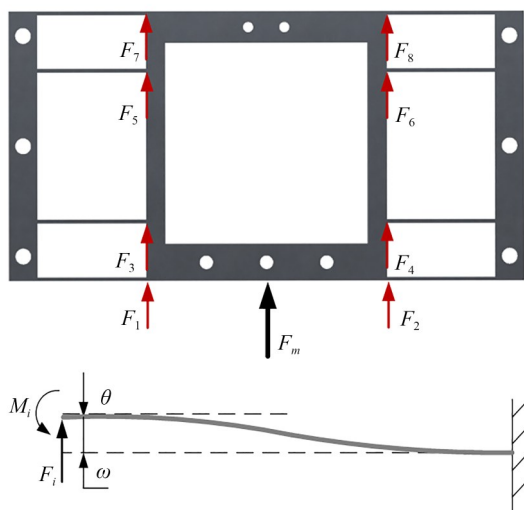


图3 柔性机构和簧片梁受力情况

Fig. 3 Force distribution on the flexible mechanism and reed beam

3 平台设计参数及有限元分析

3.1 磁阻驱动器设计参数及有限元分析

磁阻驱动器定子和动子的铁芯由 0.5 mm 厚硅钢片叠压加工制成,所用材料牌号为 B50A47,设计的驱动器尺寸参数如表1所示。

根据磁阻驱动器的设计参数,利用 ANSYS MAXWELL 有限元软件对驱动器磁场特性进行有限元仿真分析,图4展示了驱动器在电流为 4 A 且气隙为 1 mm 时的磁感应强度分布,在此条

表1 驱动器尺寸参数

Tab. 1 Actuator Dimensional Parameters

Parameter	N	a	L	l_c	W	A_c
Value	180	15 mm	65 mm	184 mm	42 mm	225 mm ²

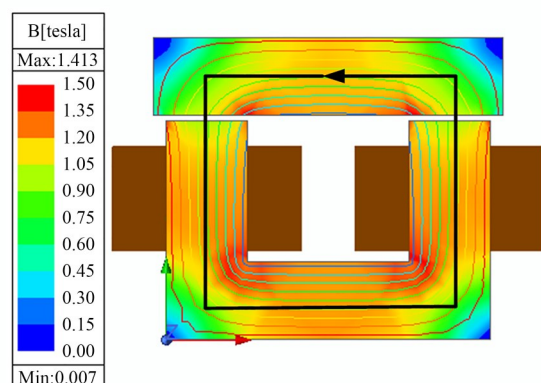


图4 驱动器磁感应强度仿真图(电流:4 A,气隙:1 mm)

Fig. 4 Simulation diagram of magnetic flux density in the actuator (Current: 4 A, Air gap: 1 mm)

件下能够产生 140 N 的作用力。同时搭建了磁力测量系统,利用高精度 S 型压力拉力传感器(量程为 0~1 000 N)对不同气隙和电流条件下的驱动力进行测量。实验过程中,利用 CH808 线性电流放大器将 PCI-6221 数据采集卡的输出电压转换成 2 A, 4 A 和 6 A 三种不同电流大小,输出到励磁线圈。磁阻驱动器在不同气隙和电流条件下驱动力的解析模型、仿真和实验结果如图5所示,可见解析模型、有限元仿真与实验数据吻合度较高,实验结果相对于解析模型和有限元仿真结果的最大误差分别为 14.25% 和 8.74%,说明解析模型能够有效验证磁阻驱动器在不同气隙与电流条件下驱动力模型的准确性。可见,当磁阻驱动器的铁芯工作于其 B-H 曲线的线性区域时,其相对磁导率远高于空气磁导率(数千倍),此时铁芯磁阻可进行合理的忽略,仍能保持较高的计算精度。

此外,本文设定了磁阻驱动器的初始气隙为 1 mm,假设平台行程为 $\pm 500 \mu\text{m}$,其气隙变化范围为 0.5~1 mm。在 6 A 电流作用下,磁阻驱动器驱动力变化范围大约为 250~400 N,传统的音圈电机驱动力一般为几十牛,而压电陶瓷驱动器虽然能实现上千牛的力,但行程只有几十微米,

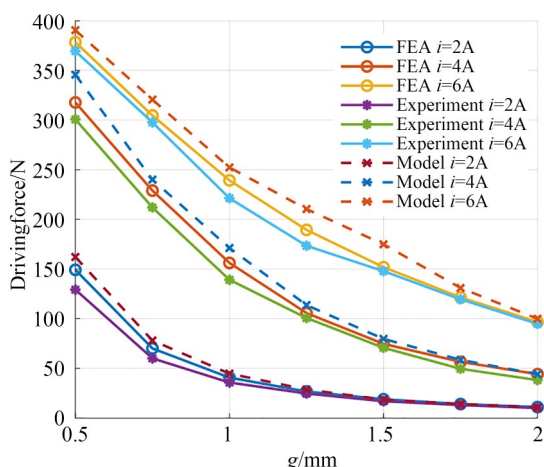


图5 磁阻驱动器不同气隙下驱动力的解析模型、仿真和实验结果

Fig. 5 Analytical model, simulation and experimental results of driving forces in reluctance actuators under different air gaps

因此本文所设计的磁阻驱动器在毫米级行程上实现了数百牛顿级高密度推力的性能组合,有效填补了传统音圈电机(力小)与压电驱动器(行程小)之间的应用空白,为需要在中等行程下完成高刚度负载精密定位的任务提供了理想的驱动解决方案。

3.2 柔性机构设计参数及有限元分析

根据磁阻驱动器的力位性能,将柔性机构簧片梁的尺寸设计为 $l=45$ mm, $b=15$ mm 和 $h=1.5$ mm,材料选择 7075 铝合金,弹性模量 $E=71.7$ GPa。根据式(12)的刚度模型,得出平台刚度计算结果为 318 N/mm,同时对柔性机构进行有限元静力学仿真,在机构主平台工作方向上施加 100 N 的力后,机构末端产生了 0.34 mm 的位移,可计算出其刚度为 294 N/mm,与解析结果相比,误差为 7.5%。根据有限元分析结果可得,柔性机构变形过程中最大等效应力随位移变化曲线如图 6 所示。

可见,在最大变形时,柔性机构的最大等效应力 76.73 MPa,而柔性机构所用铝合金材料 7075 的屈服强度为 503 MPa,取安全系数为 2,材料的许用应力为 250 MPa,因此平台工作的最大应力远小于材料的许用应力,满足强度条件。为了验证磁阻驱动器对所设计柔性机构的驱动能力,联立平台柔性机构弹性恢复力与磁阻驱动力

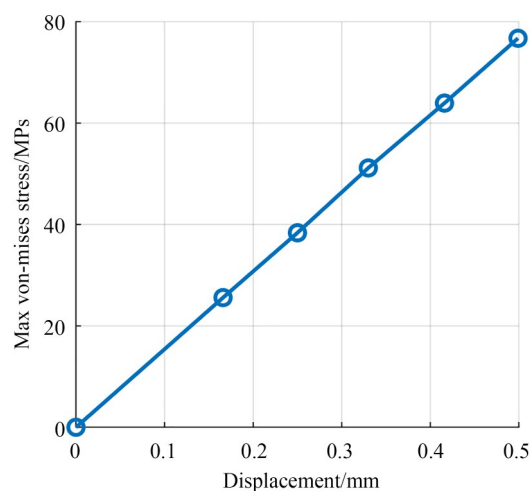


图6 最大等效应力随位移变化曲线

Fig. 6 Max von-Mises stress-displacement curve

的平衡关系:

$$K_s x = \frac{\mu_0 A_c N^2 i^2}{4(g_0 - x)^2}, \quad (13)$$

其中: x 为平台输出位移, $g_0=1$ mm 为初始气隙。将该关系式在图 6 中进行表示,图中虚线代表式(13)等号左边,即平台在不同工作位置所需的弹性恢复力,不同颜色实线代表不同电流作用下的磁阻驱动器输出力和气隙之间的关系曲线,通过 Matlab 编写搜索程序搜索式(13)等号左右两个表达式相切时的电流为 $i_{cr}=4.53$ A,当输入电流在该临界电流以下时,式(13)等号能够成立,驱动器产生的力和柔性机构弹性恢复力能够产生交点,此时磁阻驱动器和柔性机构存在平衡点;当输入电流大于 4.53 A 时,磁阻驱动器产生的力始终大于弹性恢复力,定位平台失稳,柔性机构难以抵抗驱动力,驱动器的定子和动子瞬间吸合。另外,由图 7 可见,在临界电流作用下,两条曲线的切点位置位于 350 μ m 附近,意味着如果不对平台进行有效控制,在开环作用下,平台的最大可以输出位移仅为 350 μ m,这也符合后续实验现象。临界电流 i_{cr} 通过对平台进行力平衡分析得到,该电流值定义了系统保持稳定的最大输入能量上限。将实际工作电流限制在此临界值以下,即可确保磁阻驱动力在任何时候都不会超过柔性机构弹性恢复力的“束缚”能力,从而有效避免系统进入因吸合力持续增强而失控的失稳状态,为高精度运动提供稳定的操作基础。

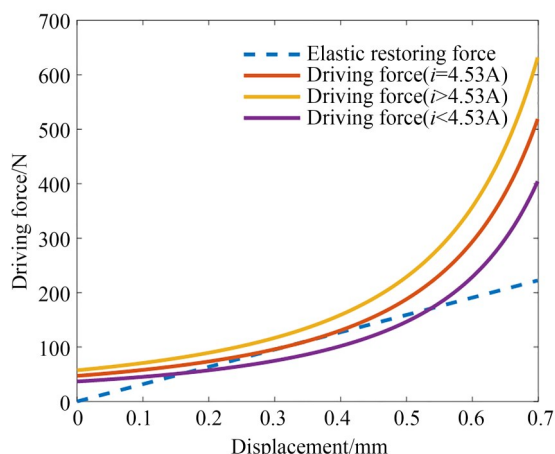


图7 不同电流和工作位移下的驱动力和弹性恢复力

Fig. 7 Driving force and elastic restoring force under different currents and working displacements

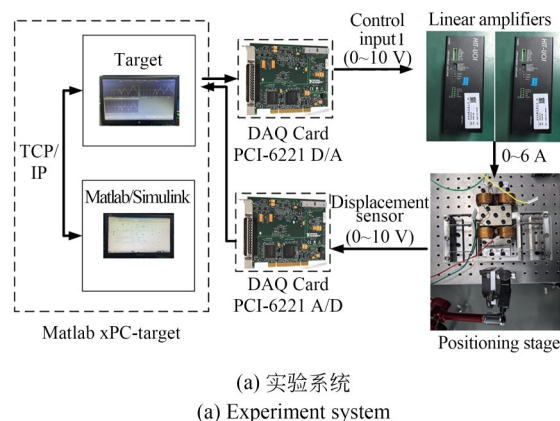
4 平台实验系统及性能测试

4.1 平台实验系统

为了实现定位平台的性能测试和运动控制,搭建了基于xPC target的磁阻驱动精密定位平台半实物实时仿真系统,所设计的定位平台和实验系统整体结构框图如图6所示。xPC系统的目标机上安装有National Instruments公司的PCI-6221数据采集卡,用于输出 $-10\sim 10\text{ V}$ 的电压信号,并通过哈工大超精密光电仪器工程研究所制作的CH808线性电流放大器产生 $\pm 2\text{ A}$, $\pm 4\text{ A}$, $\pm 6\text{ A}$ 或 $\pm 8\text{ A}$ (量程可选)的电流至励磁线圈。平台位移由Panasonic的HL-G103-S-J激光位移传感器测量,传感器的量程为 $\pm 4\text{ mm}$ 对应 $0\sim 10\text{ V}$ 模拟电压输出,分辨率 $0.5\text{ }\mu\text{m}$,同样通过数据采集卡进行采集。磁阻驱动精密定位平台及其实验系统各部件的连接关系如图8所示。

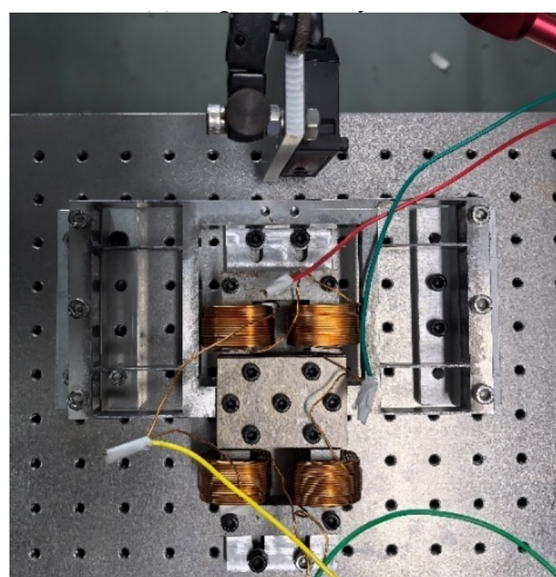
4.2 平台性能测试

根据理论分析计算结果,对定位平台施加 $0\sim 7.5\text{ V}$ (对应 $0\sim 4.5\text{ A}$)的 1 Hz 低频三角波信号,可以测得平台在准静态下的驱动性能曲线,如图9所示。可以看出平台在开环控制情况下,行程能达到 $350\text{ }\mu\text{m}$ 以上,对输出位移信号进行滤波后可以看出比较明显的磁滞现象。但平台输出位移与输入电压之间存在明显的非线性关系,平台运动过程中,随着电流的上升和气隙的减小,驱动力以二次方关系迅速上升,直至平台



(a) 实验系统

(a) Experiment system



(b) 定位平台

(b) Positioning stage

图8 磁阻驱动精密定位平台实验系统

Fig. 8 Experimental system of reluctance actuated precision positioning stage

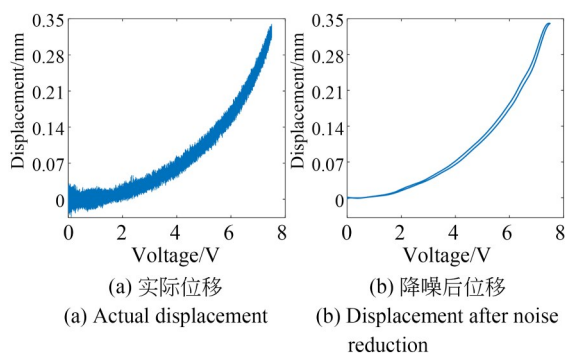


图9 定位平台输入电压-输出位移关系

Fig. 9 Input voltage-output displacement relationship of the positioning stage

失稳,其末端的动子会被驱动器瞬间吸住。因此,由上述分析可知,平台输出位移与驱动电压之间存在强烈的非线性关系是影响平台控制性能的关键挑战。

5 逆磁滞模型前馈补偿

铁磁材料的磁滞非线性特性以及磁阻力与电流和气隙间复杂二次方关系会严重降低平台定位精度。为了补偿这种非线性,有效的方法是构建一个逆磁滞模型,并将其作为前馈补偿。引入多项式的非对称 P-I 磁滞模型能够增强磁滞描述能力,但在实验和辨识过程中发现其在描述磁阻驱动器这类具有复杂二次方关系的磁滞特性时存在较大困难。由于有理函数模型比普通多项式具有更强的非线性逼近能力,因此,本文首先采用有理式曲线来整体拟合驱动电压和平台位移间的关系,由于磁阻驱动器的输出位移-驱动电压曲线表现出一种饱和趋势,即位

移极大时电压变化率趋缓。而有理多项式模型因其分式结构,能以更少参数实现比较高的拟合精度,并且在数学上能更稳健地描述这类饱和、渐近等非线性行为,保持拟合曲线的整体光滑性与物理合理性。因此,本文首先采用有理式曲线来整体拟合驱动电压和平台位移间的关系。进而再利用 P-I 模型建立逆磁滞模型,通过有理式与 P-I 模型的串联来实现平台驱动电压与输出位移之间关系的完整描述。有理式模型如式(14)表示:

$$y=\frac{p_1u^5+p_2u^4+p_3u^3+p_4u^2+p_5u+p_6}{u^2+q_1u+q_2},\quad (14)$$

其中: u 和 y 分别为平台的输入电压和输出位移量对平台输入如下电压信号 $u(t)=4+\sin(0.5\pi t)+2\sin(\pi t)$ (V),经电流放大器后产生电流(0~7.5 V对应0~4.5 A)输入定位平台,将采集得到的位移信号和驱动电压进行有理式曲线拟合,拟合参数如表2所示,拟合曲线与原始数据曲线对比如图10所示。

表 2 有理式模型参数

Tab. 2 Parameters of the rational-type model

Parameter	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	q_1	q_2
Value	-3 412	4 196	6 859	-3 816	3 435	124.2	268.8	43.3

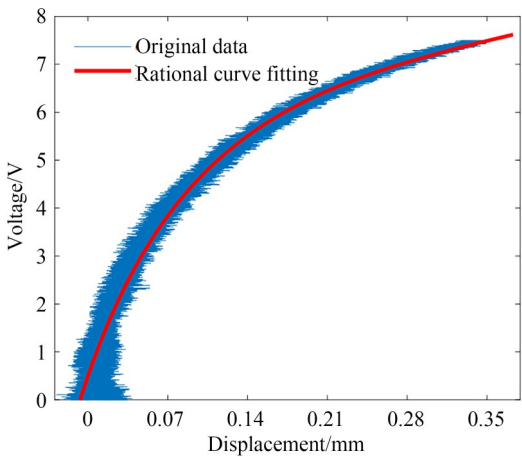


图 10 输出位移-驱动电压有理式拟合曲线
Fig. 10 Rational equation fitting curve for displacement versus drive voltage

根据所拟合的有理多项式,可以获得与输入电压信号对应的不含磁滞特性的位移信号,将其作为中间位移信号,与滤波后的实际输出位移分

别作为纵横坐标值进行绘制,如图11所示。可见这两个信号之间存在明显的磁滞特性,有必要进一步建立它们之间的磁滞模型。

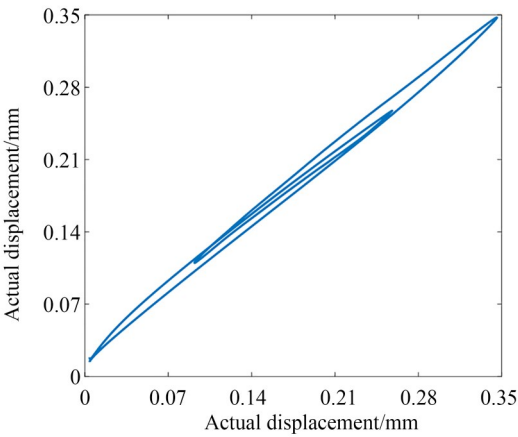


图 11 中间位移与实际位移磁滞关系曲线
Fig. 11 Hysteresis relationship curve between Mid-displacement and actual displacement

本文选择P-I磁滞模型来表征中间位移信号与实际输出位移信号之间的磁滞效应。P-I正磁滞模型可以离散表达为:

$$y_c(t) = h(y_m(t)) + \sum_{k=1}^N P_k F_{r_k}^c[y_m](t), \quad (15)$$

其中: $y_m(t)$ 为模型输入即中间位移, $y_c(t)$ 为模型输出即实际位移, $h(y_m(t))$ 为带有常量 d 和 e 的多项式函数,表示为 $h(y_m(t)) = dy_m^3(t) + ey_m(t)$, N 为Play算子个数, P_k 为Play算子权重值, r_k 为Play算子的阈值,表示为:

$$r_k = \frac{k-1}{N} \|\omega(t)\|_{\infty}, k=1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

P_k 由实测数据辨识获得, $F_{r_k}^c[y_m](t)$ 为每个Play算子的输出:

$$F_{r_k}^c[y_m](0) = f_{r_k}^c(y_m(0), y_c(0)), \quad (17)$$

$$F_{r_k}^c[y_m](t) = f_{r_k}^c(y_m(t), y_c(t-T)), \quad (18)$$

$$f_{r_k}^c(y_m(t), u(t)) = \max(d_m(y_m(t), \dot{y}_m(t)) - r_k, \min(d_n(y_m(t), \dot{y}_m(t)), u(t))), \quad (19)$$

其中: T 为采样周期, $d_m(y_m(t), \dot{y}_m(t))$ 和 $d_n(y_m(t), \dot{y}_m(t))$ 定义为:

$$d_m(y_m(t), \dot{y}_m(t)) = y_m(t) - \gamma |\dot{y}_m(t)|, \quad (20)$$

$$d_n(y_m(t), \dot{y}_m(t)) = y_m(t) + \eta |\dot{y}_m(t)|, \quad (21)$$

其中, γ 和 η 为常数。交换磁滞模型的输入和输出,即可得到P-I逆磁滞模型表达为:

$$y_m(t) = \text{PI}^{-1}[y_c](t) = \overline{h(y_c(t))} + \sum_{k=1}^N \overline{P_k F_{r_k}^c[y_m](t)}. \quad (22)$$

给定Play算子的数目等于10,使用Matlab的优化工具箱Optimization并选用最小二乘法对P-I逆模型进行参数辨识,辨识结果如表3所示。逆模型输出与实测结果对比如图12所示。根据辨识结果和磁滞曲线的最大行程范围,模型辨识的相对最大误差和相对均方根误差分别为1.12%和0.89%,具有较高的模型辨识精度。根据前期的磁滞模型辨识经验^[18],本文将Play算子的数量仍然设置为10,算子数量过多会影响辨识的效率,而过少则会导致磁滞模型描述不准确。

至此,将P-I逆磁滞模型和有理多项式模型置于平台输入信号前方,如图13所示,即可对定位平台进行线性化,线性化结果如图14所示,可

表3 P-I逆模型参数辨识结果

Tab. 3 P-I inverse model parameter identification results

Parameter	Value	Parameter	Value
d	-0.116 1	P_6	0.252 6
e	0.159 7	P_7	-0.114 6
P_1	-0.011 8	P_8	-0.136 7
P_2	-0.107 7	P_9	0.171 5
P_3	-0.004 2	P_{10}	0.986 6
P_4	0.034 9	γ	0.903 4
P_5	-0.151 6	η	0.077 7

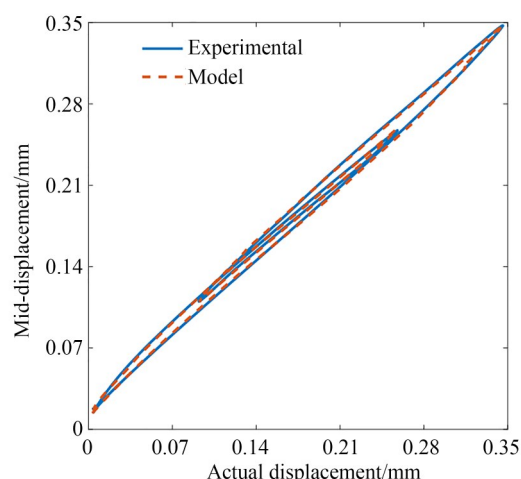


图12 中间位移与实际位移逆磁滞模型辨识结果

Fig. 12 Identification results of the inverse hysteresis model for mid-displacement versus actual displacement

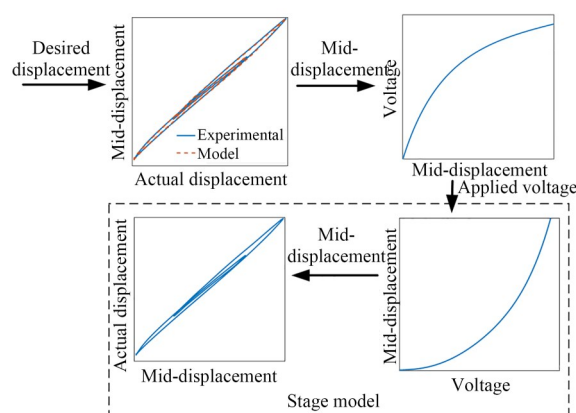


图13 逆磁滞模型与有理多项式前馈补偿

Fig. 13 Inverse hysteresis model and rational polynomial feedforward compensation

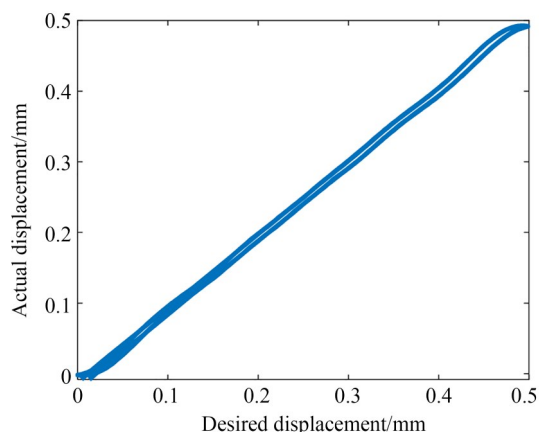


图 14 逆磁滞模型与有理多项式前馈补偿效果

Fig. 14 Performance of inverse hysteresis model and rational polynomial feedforward compensation

见输入位移和输出位移信号基本形成了一条 45° 直线,磁滞非线性也得到了很大程度的抑制。

6 基于陷波滤波的闭环控制器

为了得到平台动力学模型,将逆磁滞模型与有理多项式置于平台前方后,对其传递函数进行辨识。选择 0~500 Hz,幅值为 0.05 mm 的 Chirp 信号,经电流放大后输入至磁阻驱动器,同时利用数据采集卡采集位移传感器输出信号。将输入电压与输出位移的电压信号导入 Matlab 系统辨识工具箱 ident,辨识得到的传递函数 $G_0(s)$ 为:

$$G_0(s) = \frac{-321.3s^2 - 3.468 \times 10^4 s + 3.029 \times 10^7}{s^3 + 131.3s^2 + 3.605 \times 10^5 s + 3.008 \times 10^7} \quad (23)$$

实验频率响应与辨识获得传递函数的 Bode 图如图 15 所示,可见,两者吻合度较高。由于柔性机构的存在,平台在 97 Hz 附近出现了较明显的谐振峰,使得平台在跟踪高速信号时易产生谐振现象,严重影响了平台的定位精度和速度。

为了抑制低阻尼谐振对平台定位精度的影响,在磁滞前馈补偿的基础上,设计了结合 PI 控制和改进型陷波滤波器的反馈控制器 $G_c(s)$:

$$G_c(s) = g_c \left(\frac{s + \omega_c}{s} \right) \frac{s^2 + k_1 \omega_N s + \omega_N^2}{s^2 + k_2 \omega_N s + \omega_N^2}, \quad (24)$$

其中: $\omega_N = 2\pi \times 97$ rad/s 为陷波频率。 $A_G = 20 \lg(k_1/k_2)$ 为陷波深度, $B_\omega = \sqrt{k_2^2 - 2k_1^2} \omega_N$ 为陷波宽

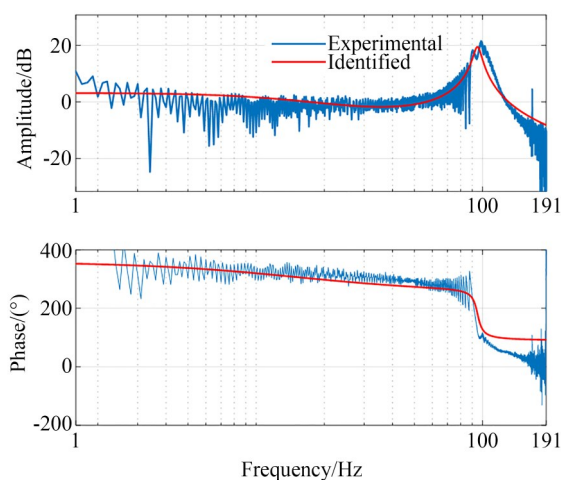


图 15 实验频率响应与辨识结果对比

Fig. 15 Comparison of experimental frequency response and identification results

度。根据图 14 平台动力学模型估算可得 $A_g = 22$ dB, $B_\omega = 478$ rad/s, 从而分别计算得到 $k_1 = 0.078$, $k_2 = 0.99$ 。PI 控制器主要用于减少系统的稳态误差,为了减少 PI 控制器对陷波滤波器抑制谐振的影响,积分环节的转折频率 ω_c 选择为 200 rad/s,同时通过调整系统开环增益 $g_c = 0.05$,使得平台足够稳定。校正前的开环传递函数 Bode 图以及校正前后实验频率响应如图 16 所示。从图中可以看出,通过引入陷波滤波器,平台的谐振现象得到了有效抑制。

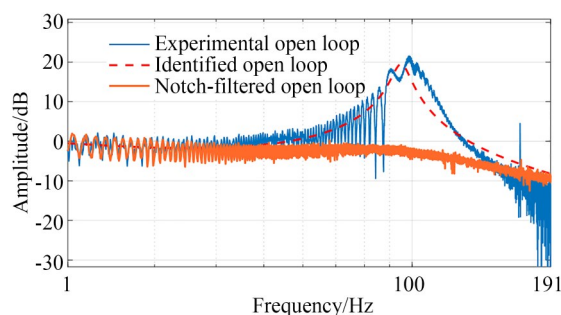


图 16 校正前后实验频率响应对比

Fig. 16 Comparison of experimental frequency response before and after calibration

7 轨迹跟踪控制实验

为了验证所设计的磁阻驱动精密定位平台轨迹跟踪性能,利用所设计的逆磁滞模型前馈补偿方法和陷波滤波反馈控制器在平台上进行轨

迹跟踪控制实验,控制系统如图17所示。

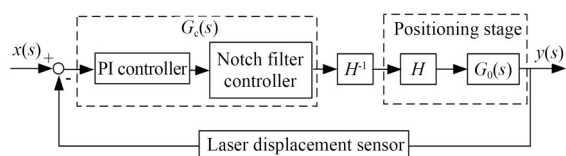


图17 磁阻驱动精密定位平台控制框图

Fig. 17 Control block diagram for a reluctance actuated precision positioning stage

首先,对平台进行阶梯信号的轨迹跟踪实验,效果如图18所示。可见,平台的运动位移分辨率为 $16\text{ }\mu\text{m}$,上升时间小于 0.04 s 。需要说明的是,当前实测分辨率主要受限于所使用激光位移传感器的自身精度与测量噪声,而非平台的控制极限。平台采用具有上百赫兹固有频率的柔性传动机构,若配合纳米级精度位移传感器进行反馈控制,预期可实现更高分辨率的运动性能。

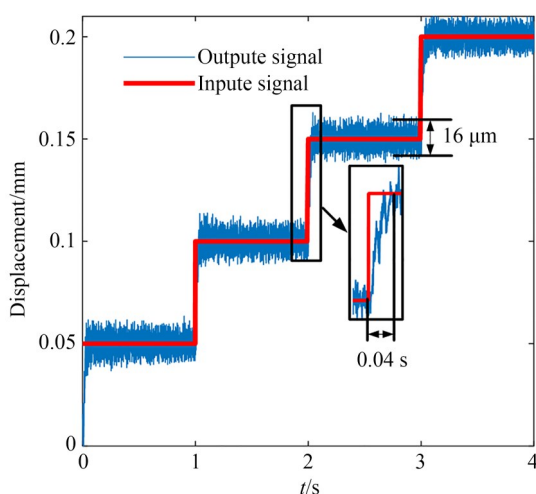
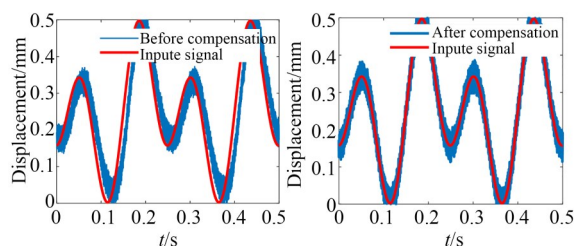


图18 平台阶梯信号响应

Fig. 18 Step response for the stage

利用所设计的控制方法对多种振幅和频率组合而成的正弦波信号也进行了轨迹控制跟踪,如图19所示,磁滞补偿前后平台的跟踪性能得到显著改善。补偿前,实际输出轨迹相对期望输入轨迹存在明显滞后,经补偿后,两条轨迹基本重合。定量计算表明,补偿前后的跟踪均方根误差分别为 11.3% 和 2.7% ,误差减小了 76.1% ,这进一步定量验证了补偿算法的有效性。对振幅



(a) 补偿前

(a) Before compensation

(b) 补偿后

(b) After compensation

图19 逆磁滞模型补偿前后的正弦信号跟踪效果

Fig. 19 Sine wave signal tracking effect before and after hysteresis inverse model compensation

为 $500\text{ }\mu\text{m}$ 的不同频率三角波信号进行轨迹跟踪实验。由于三角波的傅里叶级数包含丰富的奇次谐波,在实验中可验证系统对高频谐波的响应能力,实验结果如图20~图22所示。

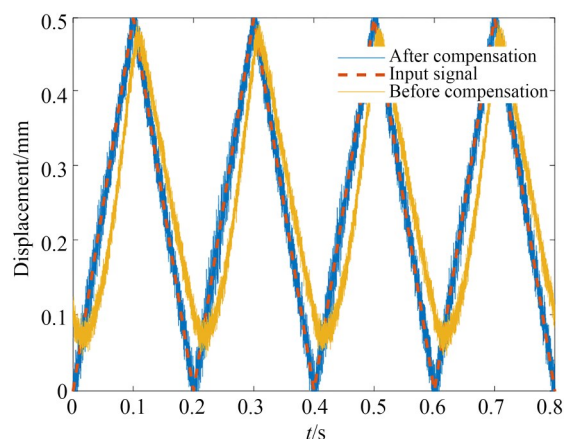


图20 5 Hz三角波信号跟踪效果

Fig. 20 5 Hz triangular wave signal tracking effect

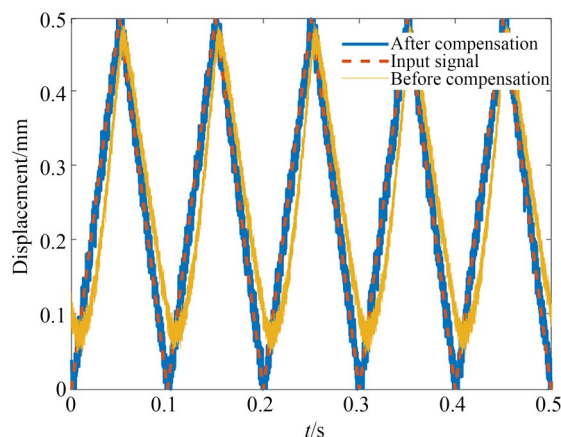


图21 10 Hz三角波信号2跟踪效果

Fig. 21 10 Hz triangular wave signal tracking effect

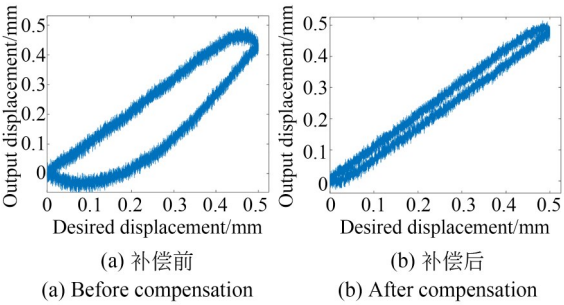


图 22 逆磁滞模型补偿前后的输入-输出位移

Fig. 22 Input-output displacement before and after hysteresis inverse model compensation

由图 20~图 22 可知,控制系统在添加逆磁滞模型后,对多种频率三角波信号进行轨迹跟踪的效果均明显好于单独使用基于 PI 和陷波滤波反馈控制器的效果。通过在控制系统中加入逆磁

滞模型和有理多项式进行补偿,将平台原有的复杂非线性特性进行了有效抑制,同时兼顾稳定性的要求,在保证平台动态性能的前提下提高稳态精度,实现了对磁阻驱动柔顺精密定位平台的高精度轨迹跟踪控制。

为了定量分析误差改进效果,将轨迹跟踪曲线稳定后的一个周期内数据的均方根误差 e_{rms} 作为评价跟踪效果的性能指标,定义为:

$$e_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i - y_i)^2}}{\max(y) - \min(y)} \times 100\%. \quad (25)$$

添加逆磁滞模型前后跟踪轨迹的均方根误差如表 4 所示。相比于未添加逆磁滞模型,两种三角波信号的均方根误差分别减少了 69.2% 和 63.68%,从实际的跟踪实验结果上证明了所设计的逆磁滞模型对控制的有效性。

表 4 不同控制方法的跟踪轨迹均方根误差对比

Tab. 4 Comparison of root mean square error in tracking trajectories across different control methods (%)

e_{rms}	Triangle1	Triangle2	Sine
PI+Notch filter	14.61	15.09	11.3
PI+Notch filter+ Hysteresis compensation	4.5	5.48	2.7

此外,表 5 比较了本文所设计的磁阻驱动平台与压电陶瓷驱动、音圈电机驱动及其他构型磁阻驱动平台在行程、驱动力、分辨率及谐振频率等性能指标上的表现。可以看出,本文

平台在保持较大行程($\pm 500 \mu\text{m}$)与较高驱动力(400 N)的同时,兼顾了上百赫兹的谐振频率,体现了在中短行程精密定位综合性能上的优势。

表 5 磁阻驱动定位平台性能指标对比

Tab. 5 Performance comparison of reluctance-actuated positioning stages

Stage type	Stroke	Force	Resolution	Frequency	Application scenarios
Piezoelectric ceramic actuated stage	40~200 μm	1 000~2 500 N	Sub-nanometer	200~1 000 Hz	Fast tool servo, AFM
Voice coil motor actuated stage ^[19]	$\pm 4 \text{ mm}$	40 N	Micrometer	50 Hz	Precision optical system adjustment
Reluctance actuated stage (Type1) ^[9]	35.2 μm	200 N	Nanometer	2 260 Hz	Ultra-high frequency fast tool servo system
Reluctance actuated stage (Type2) ^[20]	0.85 mm	Not provided	Nanometer	65 Hz	Lithography machine micro-motion stage
Solenoid-type reluctance actuated stage ^[21]	1 mm	240 N	Micrometer	Not provided	XY optical scanning stage
The stage in this paper	$\pm 500 \mu\text{m}$	400 N	Micrometer	100 Hz	Lithography machine micro-motion stage

8 结 论

本文设计并分析了一种基于磁阻驱动器的柔顺精密定位平台,系统开展了非线性磁滞建模补偿与轨迹跟踪控制研究。通过建立磁阻驱动器的等效磁路模型与柔性机构刚度模型,确定了系统设计参数与工作气隙;构建了融合有理多项式与P-I逆磁滞模型的前馈补偿策略,有效补偿了系统非线性;进一步结合PI控制与陷波滤波器设计了闭环反馈控制器,实现了平台的高精度轨迹跟踪。实验结果表明,平台对5 Hz和10 Hz三角波信号的跟踪均方根误差分别降低至4.5%与5.48%,较未补

偿前分别下降了69.2%和63.68%。本文所设计的实验平台在兼顾高频响的情况下通过控制算法达到了高精度的要求。磁滞补偿和高精度控制方法的有效性,为该类高精度磁阻驱动定位系统的设计和开发提供了理论与实验基础。

作者贡献声明:

王巍:论文构思和撰写;实验的设计及数据整理和分析;

尹小恰:论文审核与修订写作;

赖磊捷:磁滞补偿与控制算法设计;

朱利民:论文审核。

参考文献:

- [1] WU H T, LAI L J, ZHANG L Q, *et al.* A novel compliant XY micro-positioning stage using bridge-type displacement amplifier embedded with Scott-Russell mechanism [J]. *Precision Engineering*, 2022, 73: 284-295.
- [2] 康升征, 王浩文. 面向细胞微操作的柔性并联压电定位台设计与实验[J]. *光学精密工程*, 2025, 33(2): 220-235.
KANG S Z, WANG H W. Design and experiments of a flexible parallel piezoelectric micro-positioning stage for cell micromanipulation[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2025, 33(2): 220-235. (in Chinese)
- [3] LU S S, YAN P, ZHANG B. Long stroke displacement measurement with reduced coupling error supporting high precision control of a beam flexure-based micro-stage[J]. *The Review of Scientific Instruments*, 2020, 91(7): 073701.
- [4] 陈云壮, 赖磊捷, 李朋志, 等. 全簧片式空间大行程并联柔性微定位平台及其轨迹控制[J]. *光学精密工程*, 2023, 31(18): 2675-2686.
CHEN Y Z, LAI L J, LI P Z, *et al.* Full leaf-spring type spatial large-stroke parallel flexure micro-positioning stage and trajectory control [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(18): 2675-2686. (in Chinese)
- [5] XIE C, LAI L J, CHEN Y Z, *et al.* Large stroke electromagnetic redundant actuated six degrees-of-freedom parallel compliant micropositioning stage [J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2024, 34(8): 085007.
- [6] HUANG W W, WANG X Y, MENG Y X, *et al.* Design, modeling and control of high-bandwidth nano-positioning stages for ultra-precise measurement and manufacturing: a survey[J]. *International Journal of Extreme Manufacturing*, 2024, 6(6): 062007.
- [7] 张旭, 陆晓伟, 赖磊捷. 大行程磁阻驱动微定位平台及其轨迹跟踪控制[J]. *北京航空航天大学学报*, 2024, 50(9): 2852-2861.
ZHANG X, LU X W, LAI L J. Large-stroke microposition stage driven by reluctance actuator and its trajectory tracking control[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2024, 50(9): 2852-2861. (in Chinese)
- [8] CSENCICS E, SCHITTER G. Exploring the Pareto fronts of actuation technologies for high performance mechatronic systems [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021, 26(2): 1053-1063.
- [9] HUANG W W, LI L L, ZHU Z W, *et al.* Modeling, design and control of normal-stressed electromagnetic actuated fast tool servos [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 178: 109304.
- [10] 夏薇, 朱紫辉, 陈栋, 等. Maxwell电磁力驱动快速刀具伺服系统轨迹跟踪控制[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(3): 259-265.
XIA W, ZHU Z H, CHEN Y, *et al.* Trajectory tracking control of a fast tool servo system driven by Maxwell electromagnetic force [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(3): 259-265. (in Chinese)

- [11] ITO S, TROPPEMAIR S, LINDNER B, *et al.* Long-range fast nanopositioner using nonlinearities of hybrid reluctance actuator for energy efficiency [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(4): 3051-3059.
- [12] LI X X, LIU Y J, GE L, *et al.* A large-stroke reluctance-actuated nanopositioner: compliant compensator for enhanced linearity and precision motion control [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2024, 29(4): 2947-2955.
- [13] KATALENIC A, DE BOEIJ J, BUTLER H, *et al.* Linearization of a current-driven reluctance actuator with hysteresis compensation [J]. *Mechatronics*, 2013, 23(2): 163-171.
- [14] XU Y L, LI X P, YANG X F, *et al.* A two-stage model for rate-dependent inverse hysteresis in reluctance actuators [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 135: 106427.
- [15] MACKENZIE I, TRUMPER D L. Real-time hysteresis modeling of a reluctance actuator using a sheared-hysteresis-model observer [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, 21(1): 4-16.
- [16] SAAIDEH MAL, ALATAWNEH N, JANAID-EH MAL. Design parameters of a reluctance actuation system for stable operation conditions with applications of high-precision motions in lithography machines [J]. *IET Electric Power Applications*, 2022, 16(1): 68-85.
- [17] PUMPHREY M, SAAIDEH MAL, KUCHINKAA K, *et al.* Investigating the effect of the mean path length on reluctance actuator output force characterization [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2022, 93(11): 115001.
- [18] 司马津甫, 赖磊捷, 李朋志, 等. 三自由度压电摆台耦合迟滞模型建模与逆补偿 [J]. *光学精密工程*, 2023, 31(20): 2964-2974.
- SIMA J F, LAI L J, LI P Z, *et al.* Coupled hysteresis model and its inverse compensation for three-degree-of-freedom tip-tilt-piston piezoelectric stage [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(20): 2964-2974. (in Chinese)
- [19] 张旭, 赖磊捷, 李朋志, 等. 电磁驱动柔顺微定位平台闭环频域迭代学习控制 [J]. *光学精密工程*, 2021, 29(9): 2149-2157.
- ZHANG X, LAI L J, LI P Z, *et al.* Closed-loop inverse iterative learning control in frequency-domain for electromagnetic driven compliant micro-positioning platform [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2021, 29(9): 2149-2157. (in Chinese)
- [20] XU Y L, GUO L, PAN D T, *et al.* Hysteresis operator-based adaptive Kalman feedforward control for the scanning motion of hybrid reluctance actuators [J]. *ISA Transactions*, 2024, 155: 463-471.
- [21] XIAO S L, LI Y M. Optimal design, fabrication, and control of an XY micropositioning stage driven by electromagnetic actuators [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(10): 4613-4626.

作者简介:



王 巍(2000—),男,山西晋中人,硕士研究生,2022年于上海理工大学获得本科学位,主要从事微纳米定位技术方面的研究。
E-mail:572058493@qq.com

通讯作者:



尹小怡(1989—),女,河南许昌人,博士,讲师,2019年于上海交通大学获得博士学位,主要从事光学精密测量技术与装备等领域的研究。
E-mail:xiaoqi1216@ecust.edu.cn