

文章编号 1004-924X(2026)04-0599-12

可倾转双旋翼飞行系统起降控制器设计

王天奇^{1*}, 于海²

(1. 美国迈阿密大学工程学院, 俄亥俄 牛津 OH45056;
2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要:为了改进可倾转双旋翼飞行器起降的控制策略,设计了飞控系统起的起降控制器及其飞行验证实验。首先根据飞行器的非线性动力学方程,研究广义力和姿态耦合的非线性因素对起降控制器稳定性的作用,并将带有广义力和姿态乘积项的耦合状态方程线性化,得到系统控制优化的反馈增益矩阵。然后,针对实际的起降过程,利用机载惯性测量单元和超声测距单元所构成的测量装置,独立地测量了飞行器的姿态、加速度和飞行高度。最后,比较了起降控制器实测飞行高度和线性化状态方程的仿真,并分析了所设计的控制器对姿态和飞行高度的作用及耦合状态方程线性化的有效性。实验结果表明:飞行高度实测平均值和仿真值相差 -2 mm ,最大值和仿真值相差 $+8\text{ mm}$,实测飞行高度和仿真的变化趋势一致,所设计的起降控制器满足系统控制稳定性的要求。本文所设计的起降控制器及方法能够有效地控制飞行器起降,具有实际应用价值。

关键词:非线性系统;非线性控制器;倾转双旋翼;无人机;惯性测量单元

中图分类号:TP394.1;TH691.9 **文献标识码:**A

doi:10.37188/OPE.20263404.0599 **CSTR:**32169.14.OPE.20263404.0599

Takeoff/landing controller design for a tilted bi-rotor aircraft

WANG Tianqi^{1*}, YU Hai²

(1. College of Engineering, Miami University, Oxford Ohio OH45056, USA;
2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,
Changchun 130033, China)

* Corresponding author, E-mail: wangt5@miamioh.edu

Abstract: To enhance the control strategy of tiltrotor takeoff and landing, a takeoff and landing controller was designed to be validated through flight experiments. Based on the nonlinear dynamic equations of the aircraft, the effects of nonlinear factors associated with generalized forces and attitude coupling on the stability of the takeoff and landing controller were studied. The coupled state equations, which contain the product terms of generalized forces and attitude, were linearized to obtain the feedback gain matrix for system control optimization. For the actual takeoff and landing process, the aircraft's attitude, acceleration, and flight altitude were independently measured by using a measurement device composed of an onboard inertial measurement unit and an ultrasonic ranging unit. The measured flight altitude from the takeoff and landing controller was compared with the simulation of the linearized state equations, and the effects of the

收稿日期:2025-09-20;修订日期:2025-11-20.

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 52075520);吉林省自然科学基金项目(No. 20230101111JC)

designed controller on attitude and flight altitude, as well as the effectiveness of linearizing the coupled state equations, were analyzed. The experiments show that the average measured flight altitude differs from the simulated value by -2 mm , with a maximum difference of 8 mm , and that the trend of variation in the measured flight altitude is consistent with the simulation, indicating that the designed takeoff and landing controller meets the requirements for system control stability. The takeoff and landing controller and method studied in this work can effectively control the aircraft's takeoff and landing, demonstrating practical application value.

Key words: nonlinear system; nonlinear controller; tilted bi-rotor; UAV; IMU

1 引言

无人驾驶飞行器(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)主要用于人类难以参与的高风险任务,尤其是结合了传统固定翼飞机和旋翼机优势的既能垂直起降、又能快速飞行的 UAV 在各种作业中具有更高的价值^[1-5]。

可倾转双旋翼无人飞行器(Tilted Bi-Rotor UAV, TBRUAV)为了实现垂直起降和固定翼飞机两种飞行模式,采用可倾转机翼、可倾转旋翼 UAV,以及两者混合的结构设计。具有代表性的可倾转双旋翼飞行器早已投入使用,例如波音和贝尔公司的鱼鹰 V22 或 V280,采用横列式布局,它们都属于欠驱动系统的非线性控制^[6-7],尽管结构简单,但比可倾转三旋翼、四旋翼,或可倾转机翼更难实现安全控制。

根据美国 NASA 统计,在垂直起降阶段,人为操作失误是导致鱼鹰 V22 事故频发的主要原因之一^[8]。至今为止,已经公认 V22 安全起降不太可能完全由人工操作完成^[6-9]。因此,研究 TBRUAV 起降控制器的控制策略,对解决起降安全问题十分重要。

在整个飞行过程中,TBRUAV 飞行控制器控制无人机飞行的姿态和航路,进而完成起降、空中飞行、执行任务等指令^[7-9]。另一个方面,由于可倾转双旋翼存在太多内外不确定因素,以及动力学方程线性化、空气动力学中的升力和阻力线性化等近似,导致控制器的最优设计具有一定的挑战性^[10-14]。

目前,为实现降低建模精度的要求,可倾转旋翼无人飞行器的控制器主要采用成熟的轨迹跟踪控制方法,其控制策略核心为比例-积分-微

分控制器(Proportional-Integral-Derivative Controller, PID),包括级联 PID、基于粒子群优化的非线性模糊 PID,以及模糊 PID 等控制器^[9-12]。在级联 PID 中,外环 PID 把姿态或位置映射到状态变量,内环 PID 把状态变量映射到执行器^[9]。此外,反步法、滑模法、自适应法、增强学习法等非线性控制器都有实证研究^[13-14]。不仅在动力学模型的线性化和实测系统传递函数等方面取得进展,而且对非线性系统、干扰不确定性、快速时变性等复杂动力学问题,提出了新的控制策略。

在可倾转旋翼无人飞行器控制策略中,非线性系统的线性化状态方程已经采用线性二次调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)^[7-8]。较早的可倾转三旋翼非线性系统的线性化,假设电机曲线是线性的,只能在机体坐标系中建立线性状态方程^[7]。在采用鲁棒伺服线性二次调节器的可倾转四旋翼非线性系统,通过扩展状态观察器分离非线性因素,在级联 PID 中实现非线性系统控制^[8]。

本文针对状态变量和广义力在机体坐标系和惯性坐标系变换过程中产生非线性耦合项的问题,同时为了突出非线性因素对欠驱动系统控制稳定性的影响,在惯性坐标系的线性状态方程中提出针对非线性耦合项的线性化方法,建立了惯性坐标系中位置和姿态的线性状态方程。

进一步根据 TBRUAV 起降控制稳定性的严格限制,所提出的动力学方程线性化方法不同于雅可比矩阵法、级数展开法、以及传递函数实验法^[7-9],而是引入了广义力非线性耦合项的线性化;其中,在 TBRUAV 线性状态方程中,首次引入了姿态状态变量和广义力乘积的耦合

项,得到了带有广义力耦合项的线性化状态方程;为了实现控制 TBRUAV 起降的稳定,依据系统结构在弹性流体中存在固有振动的现象,在状态空间中加入弛豫振动;利用 LQR 方法,获得内环 PID 反馈增益矩阵,使输出变量的误差有限化,以及系统控制最优化。因此,首次在线性状态空间中研究了非线性耦合对非线性系统稳定性的影响;提出和实现了全新的非线性系统控制策略。

在起降控制器检测实验中弱化机翼升力和阻力,突出内环广义力和状态的耦合,完成了无外环 PID 控制的 TBRUAV 起降实验,并测量了内环 PID 控制下的飞行姿态和高度,验证了所设计的起降控制器的有效性;并将飞行高度与线性化方程的模拟进行对比分析,两者变化趋势一致。实验结果表明,起降控制器的设计方法可行,为外环 PID 设计和改善飞行系统控制能力创造了有利条件。

2 动力学方程

2.1 刚体动力学

TBRUAV 惯性参考系用 $O-X^E Y^E Z^E$ 表示。该参考系基于固定在地表上的东-北-上(East-North-UP, ENU)坐标系。它是静止参考系,原点位于起飞点,代表了 TBRUAV 的绝对位置。该参考系与机体参考系之间的关系定义为 TBRUAV 的姿态坐标,如图 1 所示。

机体坐标系用 $O'-x^b y^b z^b$ 表示,固定位于图 1 横梁的中点。为区别飞行力学中的一般惯例(选

机体坐标系 z 轴指向垂直起飞反向),设定 x^b 正向指向飞机的机头, z^b 正向指向垂直起飞方向, y^b 正向与 x^b, z^b 轴都垂直,指向左翼; x^b, y^b 和 z^b 满足右手定则。

在推导 TBRUAV 六自由度(Degree of freedom)刚体模型时,考虑如下假设^[9]:

(1) 飞机为刚体, TBRUAV 的运动简化为质心的平移和绕质心的旋转;

(2) 机体质心不变,忽略不计旋翼倾转角 β_R 和 β_L 的变化所改变的质量分布;

(3) TBRUAV 关于 $y^b = 0$ 平面近似对称,则转动惯量积 $I_{yx} = I_{yz} = 0$ 。关于 $x^b = 0$ 近似对称 $I_{xz} \approx 0$;

(4) 当 TBRUAV 旋翼与机体重心共面,不产生垂直扭矩;

(5) 只考虑较低起降速度,忽略风速影响,空气动力直接作用在机体坐标系上,无需定义风坐标系;

(6) 机翼不产生升力;

(7) 旋翼倾角的驱动电机对于 TRUAV 属于内力矩驱动,不会改变系统质心的转动状态;

(8) 每次旋翼倾角的改变属于刚体的小角转动(微小角位移)具有矢量性,并且假定是瞬间完成的。

图 1 中, ω_L 为逆时针旋转的左旋翼角速度; ω_R 为顺时针旋转的右旋翼角速度; m_L : 为左旋翼倾转单元的质量; m_R : 为右旋翼倾转单元的质量; m_a 为机舱单元的质量; h_L 为左旋翼倾转单元质心的归零高度; h_R 为右旋翼倾转单元质心的归零高度; h_w 为机舱单元质心的归零高度; β_L 为左旋翼倾转的角度; β_R 为右旋翼倾转的角度。

TBRUAV 的非线性动力学模型由牛顿-欧拉公式导出,其在机体坐标系中的表达式如式(1)~式(2):

$$m\dot{V}^b + \omega^b \times V^b = F^b, \quad (1)$$

$$I_b \dot{\omega}^b + \omega^b \times I_b \omega^b = M^b, \quad (2)$$

其中: m 是 TBRUAV 质量,在机体坐标系中,外力为 $F^b = [F_x^b \ F_y^b \ F_z^b]^T$, $F^b \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$; 外力矩为 $M^b = [M_x^b \ M_y^b \ M_z^b]^T$, $M^b \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$; 机体重心速度为 $V^b = [u \ v \ w]^T$, $V^b \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$; 机体姿态角速度为 $\omega^b = [p \ q \ r]^T$, $\omega^b \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$; 机体转动惯

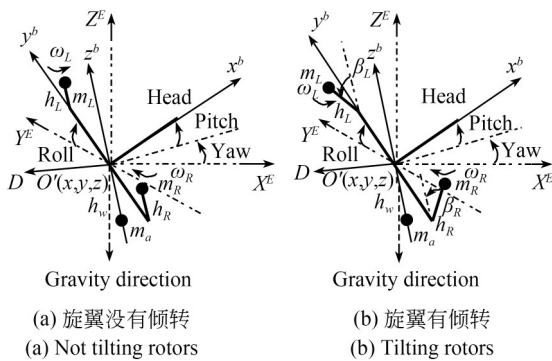


图1 TBRUAV 旋翼在机体坐标系的倾转角度

Fig.1 Tilting angles of rotors for the TBRUAV in the body frames with two tilting rotors

量矩阵为 $I_b \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 。

在机体坐标系中,作用力 F^b 和力矩 M^b 由重力、旋翼推力、机翼升力和空气阻力以及由旋翼倾转旋转和飞行速度矢量引起的陀螺效应共同作用产生的。

$$R_G^B(\Psi, \phi, \theta) = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \theta & -\sin \Psi \cos \phi + \cos \Psi \sin \theta \sin \phi & \sin \Psi \sin \phi + \cos \Psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \Psi \cos \theta & \cos \Psi \cos \phi + \sin \Psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \Psi \sin \phi + \sin \Psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix}. \quad (3)$$

在小角度飞行姿态条件下,惯性坐标系和机体坐标系的角速度变换关系近似为:

$$\begin{pmatrix} \dot{\Psi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}. \quad (4)$$

根据 TBRUAV 假设,机翼升力和陀螺效应的力可以忽略不计。在机体坐标系中的系统模型,包括位移和转动方程的详细推导,参见文献[9]。

2.2 位移方程

机体坐标系下 TBRUAV 质心的位移,通过机体坐标系到惯性坐标系的欧拉变换,转化为在惯性坐标系下 TBRUAV 质心的位移方程,如式(5)~式(7):

$$m_0 \ddot{X} = -C_l \rho_a S_X \dot{X} + \cos \Psi \cos \theta u_{F1} + (\sin \Psi \sin \phi + \cos \Psi \sin \theta \cos \phi) u_{F2}, \quad (5)$$

$$m_0 \ddot{Y} = -C_l \rho_a S_Y \dot{Y} + \sin \Psi \cos \theta u_{F1} +$$

$$I_{xx}(-\ddot{\phi} \sin \theta + \ddot{\Psi} \sin^2 \theta) + I_{xx}(-\dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta + \dot{\Psi} \dot{\theta} \sin 2\theta) + I_{yy}(\ddot{\theta} \cos \phi \sin \phi \cos \theta + \ddot{\Psi} \sin^2 \phi \cos^2 \theta) + I_{yy}(\dot{\theta}(\dot{\phi} \cos 2\phi \cos \theta - \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta) + \dot{\Psi}(\dot{\phi} \sin 2\phi \cos^2 \theta - \dot{\theta} \sin^2 \phi \sin 2\theta)) + I_{zz}(-\ddot{\theta} \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \ddot{\Psi} \cos^2 \phi \cos^2 \theta) + I_{zz}(\dot{\theta}(-\dot{\phi} \cos 2\phi \cos \theta + \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta) + \dot{\Psi}(-\dot{\phi} \sin 2\phi \cos^2 \theta - \dot{\theta} \cos^2 \phi \sin 2\theta)) = -\sin \theta u_{M2} + u_{M1}, \quad (10)$$

$$I_{yy}(\ddot{\theta} \cos^2 \phi - \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \phi \sin \phi + \ddot{\Psi} \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \dot{\Psi}(\dot{\phi} \cos 2\phi \cos \theta - \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta)) + I_{zz}(-\ddot{\theta} \sin^2 \phi - \dot{\theta} \dot{\phi} \sin 2\phi + \ddot{\Psi} \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \dot{\Psi}(\dot{\phi} \cos 2\phi \cos \theta - \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta)) - I_{xx}(-\dot{\phi} \dot{\Psi} \cos \theta + \dot{\Psi}^2 \sin \theta \cos \theta) - I_{yy}(-\dot{\theta} \dot{\Psi} \cos \phi \sin \phi \sin \theta - \dot{\Psi}^2 \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta) - I_{zz}(\dot{\theta} \dot{\Psi} \sin \phi \cos \phi \sin \theta - \dot{\Psi}^2 \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta) = -\sin \phi u_{M1}, \quad (11)$$

$$I_{xx}(\ddot{\phi} - \ddot{\Psi} \sin \theta - \dot{\Psi} \dot{\theta} \cos \theta) - I_{yy}(\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\Psi} \sin \phi \cos \theta)(-\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\Psi} \cos \phi \cos \theta) - I_{zz}(-\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\Psi} \cos \phi \cos \theta)(-\dot{\theta} \cos \phi - \dot{\Psi} \sin \phi \cos \theta) = u_{M2}, \quad (12)$$

在机体坐标系中,TBRUAV 左、右旋翼产生的升力分别为 $F_L \in \mathbb{R}^1, F_R \in \mathbb{R}^1$; 同样,TBRUAV 左、右扭矩分别为 $MR_L \in \mathbb{R}^1, MR_R \in \mathbb{R}^1$ 。

此外,机体坐标系到惯性坐标系的变换欧拉变换 $R_G^B(\Psi, \phi, \theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, 且:

$$(-\cos \Psi \sin \phi + \sin \Psi \sin \theta \cos \phi) u_{F2}, \quad (6)$$

$$m_0 \ddot{Z} = -C_l \rho_a S_Z \dot{Z} + (-\sin \theta) u_{F1} + (\cos \theta \cos \phi) u_{F2} - m_0 g, \quad (7)$$

其中: m_0 为总质量, $m_0 = 2m + m_a$; C_l 为线性化的空阻系数, $C_l = C_d \frac{\|v_{\max}\|}{2}^{[15-16]}$; $v_{\max}$ 为起降中最大速度值; C_d 为 $D_{\text{drag}} = C_d v^2$ 中的空阻系数。

位移方程中的输入量如式(8)~式(9):

$$u_{F1} = F_L \sin \beta_L + F_R \sin \beta_R, \quad (8)$$

$$u_{F2} = F_L \cos \beta_L + F_R \cos \beta_R. \quad (9)$$

在起降过程中,TBRUAV 处于低速运动,用起降中所期望的最大速度 $v_{\max}$ 计算,相当于对起降中空气阻力平均值做出的线性插值。

2.3 转动方程

惯性坐标系下 TBRUAV 相对质心的转动,通过机体坐标系到惯性坐标系的欧拉变换,转化为惯性坐标系下 TBRUAV 的转动方程,如式(10)~式(12):

其中: I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 分别为 x, y 和 z 主轴的转动惯量,

$$I_{xx} = m \frac{L^2}{2}, I_{yy} = 2mh^2 + m_a h_w^2, I_{zz} = m \frac{L^2}{2} + m_a h_w^2。$$

转动方程中的输入量:

$$u_{M1} = MR_L \cos \beta_L - MR_R \cos \beta_R - F_L \frac{L}{2} \sin \beta_L + F_R \frac{L}{2} \sin \beta_R, \quad (13)$$

$$u_{M2} = MR_L \sin \beta_L - MR_R \sin \beta_R + F_L \frac{L}{2} \cos \beta_L - F_R \frac{L}{2} \cos \beta_R. \quad (14)$$

TBRUAV的动力学方程说明在六个自由度的刚体结构中,只有四个控制输入,具有欠驱动系统特征;其中,四个输入 $u_{F1}, u_{F2}, u_{M1}, u_{M2}$ 看作广义力,在3.2节给出详细描述。

2.4 旋翼的推力和力矩

根据理论和实验,旋翼产生的推力或扭矩和旋翼结构及其转速有关^[14-18]:

$$F_T = C_T \rho_a A (\omega_m)^2, \quad (15)$$

$$MR \approx \frac{C_T^{3/2} \rho_a A (\omega_m R)^3}{\sqrt{2} \omega_m}. \quad (16)$$

其中: C_T 为推力系数, ρ_a 为空气密度, A 为旋翼面积, R 为旋翼半径, ω_m 为转速;理想条件下,推力或扭矩满足 $\frac{MR}{F_T} \approx R \sqrt{\frac{C_T}{2}}$ 。

TBRUAV控制系统通过遥控器输入指令实现飞行高度和姿态控制。通常油门和姿态欧拉角作为指令输入。

旋翼推力随油门占空比的变化,由旋翼电机的油门曲线表示。在远低于雷诺数时,旋翼推力以及扭矩都和油门近似成正比关系^[13-14]:

$$F_T \approx K_T \delta, \quad (17)$$

$$\tau \approx K_\tau \delta, \quad (18)$$

其中: K_T 为推力的油门系数, K_τ 为扭矩的油门系数, δ 为油门占空比。

3 起降控制器设计

3.1 模型线性化

3.1.1 小角度姿态及缓慢变化

使动力学方程线性化所采用的方法是雅可比矩阵、级数展开^[9]或传递函数实验法等等^[9-10]。

这里利用TBRUAV起飞或降落中,旋翼倾转角度要求 $F_L \approx F_R, \beta_L \approx 0, \beta_R \approx 0$ 等条件,并

且该工况下:

$$(1) \cos(\cdot) \approx 1, \sin(\cdot) \approx (\cdot), \sin(\cdot) * \sin(\cdot) \approx 0;$$

(2) $\dot{\Psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ 很小,假设含有它们相互乘积项,以及它们和欧拉角的乘积项,忽略不计;

$$(3) \ddot{\Psi}, \ddot{\theta}, \ddot{\phi} \text{ 和欧拉角的乘积项,忽略不计。}$$

以上统称起降控制器线性化近似。

使用起降控制器线性化近似,直接对动力学方程中的位移方程(5)~(7)和转动方程(10)~(12)线性化。得到线性系统方程(19)~(24):

$$\ddot{X} = -c_1 \dot{X}^E - \omega_1^2 X + \frac{u_{F1}}{m_0} + \theta \frac{u_{F20}}{m_0}, \quad (19)$$

$$\ddot{Y} = -c_2 \dot{Y} - \omega_2^2 Y + \Psi \frac{u_{F10}}{m_0} - \phi \frac{u_{F20}}{m_0}, \quad (20)$$

$$\ddot{Z} = -c_3 \dot{Z} - \omega_3^2 Z - \theta \frac{u_{F10}}{m_0} + \frac{u_{F2}}{m_0} - g, \quad (21)$$

$$\ddot{\Psi} = -c_4 \dot{\Psi} - \omega_4^2 \Psi + \frac{u_{M1}}{I_{zz}} - \theta \frac{u_{M20}}{I_{zz}}, \quad (22)$$

$$\ddot{\theta} = -c_5 \dot{\theta} - \omega_5^2 \theta - \phi \frac{u_{M10}}{I_{yy}}, \quad (23)$$

$$\ddot{\phi} = -c_6 \dot{\phi} - \omega_6^2 \phi + \frac{u_{M2}}{I_{xx}}, \quad (24)$$

其中: $c_i = C_i \rho_a S_i / m_0, i = 1, 2, 3; c_4 \approx c_1 \frac{m_0}{I_{zz}}, c_5 \approx c_2 \frac{m_0}{I_{yy}}, c_6 \approx c_2 \frac{m_0}{I_{xx}}$ 。

3.1.2 最小推力

TBRUAV起飞前处于静止状态,其旋翼倾角 $\beta_L = \beta_R = 0$ 。

起飞的理想条件包括 $F_L = F_R = F_T$ 和 $\ddot{Z} > 0$ 。由式(21)和式(9)得到:

$$F_T > m_0 g / 2, \quad (25)$$

因此,最小起飞推力为:

$$FM = m_0 g / 2. \quad (26)$$

3.1.3 耦合项线性化

TBRUAV系统输入由四个执行器组成,所对应的广义力从机体坐标变换到惯性坐标时,存在广义力和姿态角的耦合以乘积方式呈现在式(19)~式(24)中。欧拉角变换产生的广义力和姿态乘积项,根据起降过程中的条件约束,近似设定耦合项中的广义力为常数,使状态方程线性化;例如,选取 $u_{F10}, u_{F20}, u_{M10}, u_{M20}$ 为常量,根据控制模式,选择为最小推力 FM 的数倍。

依据TBRUAV起降时姿态为小角度和缓慢

变化,引入姿态和广义力之间耦合项,旨在通过 TBRUAV 非线性系统的线性化研究非线性动力学耦合项所起的作用。

3.2 控制器设计

3.2.1 线性状态空间

在惯性系统中,TBRUAV 的线性化状态方程为:

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad (27)$$

其中:系统状态列矢量 $X \in \mathbb{R}^{12 \times 1}$,且 $X = [X^E, Y^E, Z^E, \Psi, \theta, \phi, v_1, v_2, v_3, p, q, r]^T$;输入耦合的广义力矢量 $u \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$,且 $u = [u_{F1}, u_{F2}, u_{M1}, u_{M2}]^T$;线性化系统矩阵 $A \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$;广义力输入分布矩阵, $B \in \mathbb{R}^{12 \times 4}$,映射广义力所对应的执行器。

在有限元模型中,已报道的旋翼和机体的非线性振动固有频率约为 0~100 Hz(二十阶)^[19-20],高阶谐波频率更高。不失普适性,TBRUAV 起降时,近似选取低频振动为: $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_3 \approx 2\pi * 0.01$, $\omega_4 \approx \omega_5 \approx \omega_6 \approx 2\pi * 0.001$ 。

根据式(19)~式(24)得到 TBRUAV 系统状态方程的矩阵 A 和 B :

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{xx}} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

其中:

$$A_{11} = [0_{6 \times 6}], A_{12} = [I_{6 \times 6}],$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -\omega_1^2 & 0 & 0 & 0 & \frac{u_{F20}}{m_0} & 0 \\ 0 & -\omega_2^2 & 0 & \frac{u_{F10}}{m_0} & 0 & \frac{-u_{F20}}{m_0} \\ 0 & 0 & -\omega_3^2 & 0 & \frac{-u_{F10}}{m_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_4^2 & \frac{-u_{M20}}{I_{zz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_5^2 & \frac{-u_{M10}}{I_{yy}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_6^2 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 \end{bmatrix}.$$

根据 TBRUAV 起降所要求的最小推力(26),通过广义力公式(8)、公式(9)、公式(13)和公式(14)用来计算矩阵 A 中定常参数 $u_{F10}, u_{F20}, u_{M10}$ 和 u_{M20} ;其中,在计算中取一倍最小推力 FM 为左旋翼 F_L 和右旋翼 F_R 推力,且, $F_L = F_R = FM$ 。

3.2.2 LQR 计算

线性二次型调节器是实现系统最优控制的一种有力工具,并在更多应用中发挥着作用^[21-24]。

对于连续时间系统,状态反馈律 $u = -KX$ 可使二次型代价函数最小化。代价函数如下:

$$J = \int_0^\infty X^T Q X + u^T R u dt. \quad (30)$$

通过计算状态方程来获得最优增益矩阵 K ,用来设计内环 PID 控制器^[25-26]。

使用布莱森法则(Bryson's Law)设定(30)中的加权矩阵 Q 和 R ^[27],即矩阵 Q 的对角线元素 Q_{ii} 为状态误差平方的最大可接受值的倒数,非对角线元素为 0;同样,输入权重矩阵 R 的对角线元素 R_{jj} 设为输入误差平方的最大可接受值的倒数。在 LQR 计算中,选择 $Q_{ii} = 10$,矩阵 R 为单位矩阵。

使用 MATLAB 中的 $K = lqr(A, B, Q, R, 0)$ 指令,得到反馈增益如图 2 所示。从而,利用 LQR 计算的反馈增益使起降控制器得到了优化。

选择状态方程中的输出矩阵 C ,对应四个输出变量为:输出 1 对应偏航角;输出 2 为翻滚角;输出 3 为前向飞行距离 X ;输出 4 为高度 Z 。

对于负增益反馈的控制系统 $sys = ss(A - K*B, B, C, D)$,阶跃响应能够得到起降控制器所有输出变量对每个输入阶跃信号的响应;冲击响应能够显示出起降控制器所有输出变量对每个输入冲击信号,是否收敛和收敛速度;如果收敛,系统控制是稳定的,反之亦然。

使用“step”和“impulse”指令,得到起降控制器的 LQR 闭环系统的阶跃响应和冲击响应,如图 3 所示。图中虚线、点划线、点实线和点线图例对应非线性耦合项中取 0.1, 0.5, 1.0 和 2.0 倍

4×12 double												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.9964	-0.0589	0.0006	-0.1750	11.1216	-5.0644	10.7263	-0.0707	0.0066	-0.0001	0.1231	-0.0043
2	0.0006	0.0589	9.9964	0.1750	-11.1216	5.0644	0.0066	0.0707	10.7263	0.0001	-0.1231	0.0043
3	0.0377	9.7394	-0.0377	63.6583	-4.2778	-6.2069	-0.0132	13.3611	0.0132	10.0446	-0.0653	-0.0054
4	-0.1008	-2.1907	0.1008	-6.1409	-18.3852	184.8045	-0.3743	-2.6052	0.3743	-0.0051	-1.1891	10.1528

图 2 利用 LQR 计算 TBRUAV 反馈增益矩阵

Fig. 2 Calculation of the feedback gain matrix for the TBRUAV by using LQR

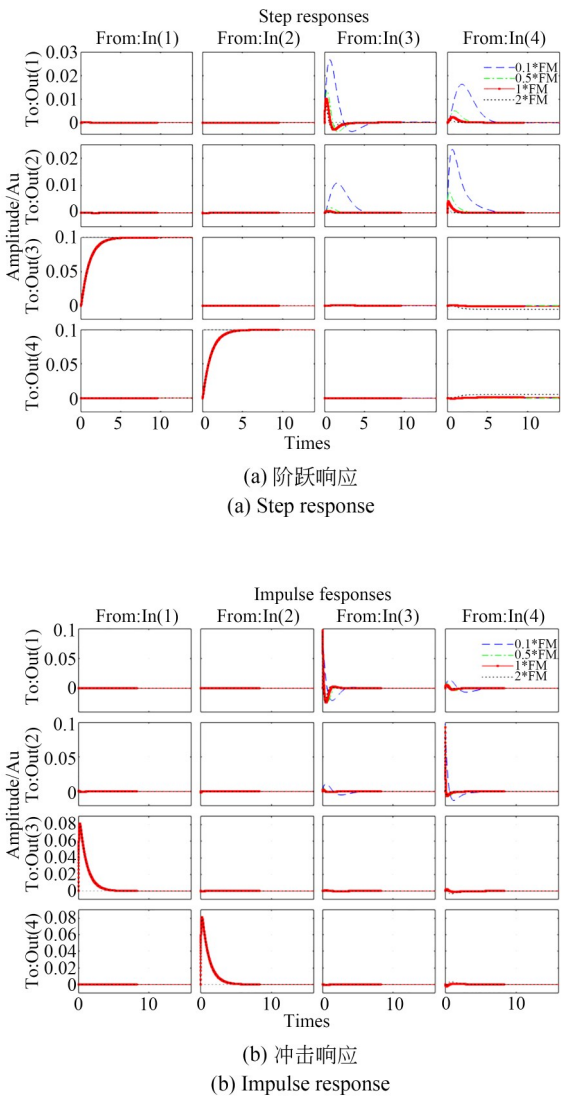


图 3 TBRUAV LQR 闭环系统的阶跃响应和冲击响应

Fig. 3 Step response and impulse response of the LQR closed-loop system for the TBRUAV

的最小推力 FM 。

图 3(a) 的阶跃响应和图 3b 的冲击响应表现出每个广义力输入只对某一个输出变量显著有效,说明依据 LQR 计算出的反馈增益所设计的

起降控制器在消除广义力之间的耦合作用利用了系统的非线性因素。

图 3(a) 的阶跃响应表明输入 1 对输出 3 的前向飞行控制有效;输入 2 对输出 4 所对应的高度控制有效。由于引入了广义力和姿态乘积耦合项,系统的阶跃响应对于广义力输入 1 或者输入 2 都是快速衰减,姿态控制具有全局稳定的特点。

在图 3(b) 的冲击响应中,依据 LQR 计算出的反馈增益所设计的起降控制器,在冲击信号的作用下所有输出变量的响应都快速收敛。因此,起降控制器可使系统稳定。

当非线性系统线性化状态方程中的广义力常数项取 0.1、0.5、1.0 和 2.0 倍的最小推力 FM 时,线性状态方程的阶跃响应和冲击响应基本保持不变。

在图 3(a) 中,当非线性耦合项的广义力常数取 0.1 和 0.5 最小推力时,有明显变化,偏航角和翻滚角的系统阶跃响应出现较高的峰值和较慢的衰减振动;在图 3(b) 中,当非线性耦合项的广义力常数取 0.1 最小推力时,偏航角和翻滚角的系统冲击响应出现较高的峰值和较慢的衰减振动;因此,无非线性耦合项时,偏航角和翻滚角的系统稳定性变差。

在图 3 中位置变量在阶跃和冲击作用下,响应时间和峰值的变化不显著。因此,系统稳定性保持不变。

实验中在非线性耦合项选取一倍最小推力 FM ,前向飞行输出 3、高度输出 4、偏航角输出 1 和翻滚角输出 2,都是稳定的。

由于线性状态方程中引入了广义力乘积耦合项,所以起降控制器对姿态的控制具有趋于零值的性质,满足内环 PID 所需的姿态稳定性的要求,简化了起降飞行的指令输入要求,使用油门输入就能实现 TBRUAV 起降。

4 实验验证

为验证起降控制器的稳定性,在室内环境进行了飞行实验。假定室内环境的地面近似为平面,空气气流稳定。选择用超声波测距代替气压计测量飞行高度,避免了旋翼产生的气流影响,提高了测量精度。

机载测距仪的测距值需要通过 TBRUAV 姿态的投影变换为 TBRUAV 在惯性坐标系中的飞行高度, TBRUAV 姿态稳定性影响飞行高度测量实验的结果。只有 TBRUAV 姿态稳定,才能在实验中准确地测到飞行高度。

4.1 起降控制实验设计

用于验证起降控制器设计的可倾转双旋翼实验模型主要由五个部件组成:左、右螺旋桨旋翼电机、左、右伺服电机组件以及机舱部分,如图 4 所示。这些部件采用碳纤材料,通过框架结构刚性连接。

双旋翼有四个控制输入:两个能够改变螺旋桨转速的旋翼电机,以及由两组能使螺旋桨倾转的伺服电机(倾角电机)组成的倾转装置,使旋翼电机轴垂直于横梁旋转。

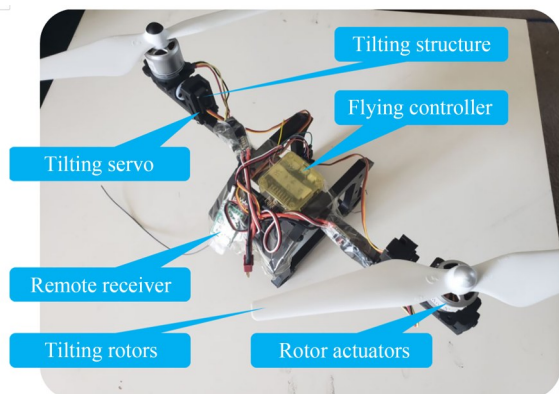


图 4 用于实验验证控制策略的 TBRUAV 组成

Fig. 4 Experiments and TBRUAV components used to test the controller

由于 TBRUAV 的重量绝大部分归因于控制组件、供电电池和传感器模块,其呈现对称性分布;旋翼组件对称分布在横杆两端。因此, TBRUAV 简化为两组倾转旋翼装置和机体主体组成的三个质点。TBRUAV 参数汇总于

表 1 中。

TBRUAV 模型中旋翼的升力和扭矩计算所使用的物理参数,如表 2 所示^[9-10]。

表 1 TBRUAV 参数

Tab. 1 TBRUAV parameters

Parameters	Symbols and values
Mass	$m_0 = 0.76 \text{ kg}$
Rotor shaft spacing	$L = 0.525 \text{ m}$
Wing section	$S = 0.0053 \cdot \text{m}^2$
Moment of inertia tensor (Diagonal elements)	$I_{yy} = 0.00011 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	$I_{xx} = 0.0088 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	$I_{zz} = 0.0083 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	$J_r = 0.00045 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Height of fuselage	0.64 m
Initial value for altitude measurement	$X = 0.015 \text{ m}$
	$Y = 0.05 \text{ m}$
	$Z = 0.01 \text{ m}$

表 2 TBRUAV 物理参数

Tab. 2 TBRUAV physical parameters

Parameters	Symbols and Values
Air density	$\rho_a = 1.225 \text{ kg/m}^3$
Gravity acceleration	$g = 9.80 \text{ m/S}^2$
Thrust coefficient	$C_T = 0.1$
Air drag coefficient	$C_l = 0.004, @v_{\max} = 0.015 \text{ m/S}$

通过机载超声测距单元和独立于飞控的惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU),实现姿态和起降高度的实时测量。机载 IMU 测量单元和超声测距单元的数据通过无线通信回传到地面站计算机中,包括飞行器动坐标系中的加速度、解算的惯性坐标系中的欧拉角、飞行高度,以及测量对应的采样时间。

4.2 起降控制器测试实验

TBRUAV 起飞前静止于地面。左右旋翼的倾转角调校为零;此时,旋翼轴线平行于机体坐标系 B 的 z 轴,旋翼不发生倾转。

遥控器工作在 2.4 G 频段,设置八个通道对应脉冲位置调制(Pulse Position Modulation, PPM)编码模式。

设置电机油门占空比0%对应旋翼电机零转速,油门占空比100%对应电机最大转速;每个旋翼最大推力可达最小推力的四倍。偏航、俯仰、翻滚姿态有关的状态变量参考值设置为零值;质心位移 X, Y 状态变量参考值设置为零值;质心位移 Z 有关的状态变量参考值设置为油门占空比对应最小推力时的位置和速度为零值,设置油门占空比100%对应飞行位置为1(m)和速度为0.1(m/s)。

在飞行控制器中内环采用增量式PID,在状态空间中内环采用的反馈增益如图2所示。

在TBRUAV起降飞行实验中,要求左旋翼和右旋翼的推力相等,倾转角皆为零值,油门输入对应广义力输入,油门大小即为TBRUAV质心受到的垂直升力。

4.2.1 飞行姿态测试

在室内条件下,目测TBRUAV离地,保持高度值,再次爬升,降落,完成整个飞行实验过程。

机载独立的IMU测量单元测量到的飞行姿态如图5所示。

图5中翻滚角Roll的数据表明,翻滚角控制有效,而且全程稳定。

图5中偏航角Yaw在起飞瞬间有个摆动,相应的爬升过程也有摆动。着陆过程相对于爬升过程存在微小的飘移。

图5中俯仰角Pitch在起飞瞬间有较大的仰角,在着陆开始有较大的俯角。室内的风向风速和组件重心安装时偏离垂直面,都能导致俯仰角在起飞瞬间或飞行过程中发生变化。

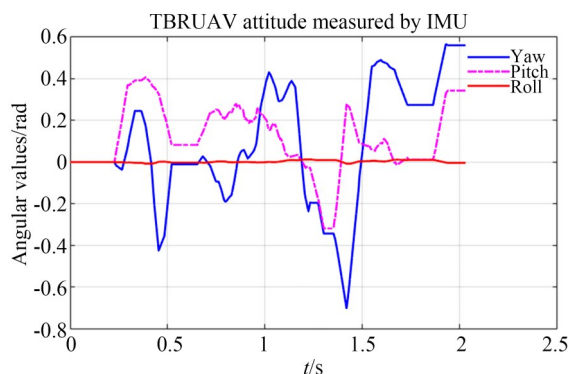


图5 TBRUAV起飞实验中的欧拉角测量值

Fig.5 Angular values of the TBRUAV attitude in the takeoff/landing experiments

在TBRUAV起降实验过程中,偏航角Yaw平均值为 $82.6(\text{mrad})=4.7^\circ$;翻滚角Roll为 $2.1(\text{mrad})=0.12^\circ$;另一方面,俯仰角Pitch实测平均值为 $116.7(\text{mrad})=6.7^\circ$ 。

图5中姿态的波动主要由动力学方程中非线性因素决定。由于对TBRUAV非线性动力学方程采用线性化近似,所以实际起降过程中存在的非线性化因素仍使内环控制器的输出发生偏离。其次,通常飞行器的姿态控制分配在外环PID完成^[9-10];在欠驱动系统中,如果无外环PID,就无法利用内外环PID耦合对飞行姿态实施精确控制。但是,由于LQR中的广义力耦合项的反馈,满足了起降控制器对内环PID有限输出的要求,使俯仰姿态的控制一定程度上趋于稳定。

实验结果表明,所建立的模型中广义力耦合项对姿态控制的稳定性起到了关键作用,并在起降反馈控制中的范围内使姿态稳定。

4.2.2 飞行高度测试及对比

图6中的Measured data曲线代表独立的机载飞行高度测量单元得到的数据。Data smoothed曲线代表飞行高度数据光滑滤波后的曲线。Simulated曲线表示LQR控制器仿真的曲线。

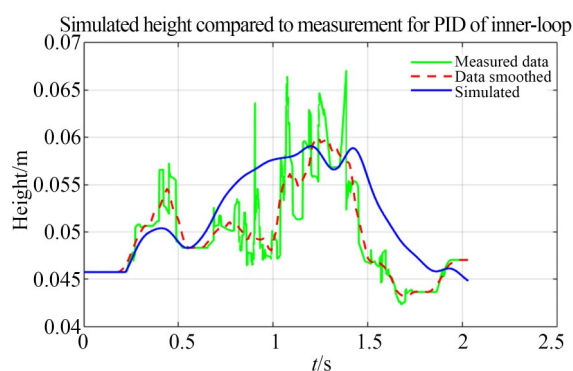


图6 TBRUAV起降实验中高度测量值和仿真值的比较
Fig.6 Comparison of testing data to those of simulation for the flight height of the TBRUAV in the take-off/landing experiments

在起降实验中,飞行高度实测值中含有起伏的冲击脉冲形状尖峰,由对非线性系统方程的线性化近似引起的,或者由IMU测量装置的角速

度引入的干扰引起的。

在内环控制器中采用光滑滤波消除系统响应的高频分量,得到了能够表示高度变化趋势的曲线,如图 6 中的 Data smoothed 曲线所示。实验数据所对应 TBRUAV 的爬升和下降,在 LQR 控制器的仿真中都有相应的过程;在着陆下降阶段亦是如此。

在飞行高度量化对比中,高度测量的平均值和仿真平均值相差 -2 mm ;高度测量的最大值和仿真的最大值相差 $+8\text{ mm}$ 。因此,飞行高度仿真和实验结果的变化趋势一致。

在 TBRUAV 非线性欠驱动系统的线性化过程中,这种近似的误差引起控制器时间响应特性的变化。在执行爬升指令时,仿真相对实际控制存在时间超前;在执行降落指令时,存在时间滞后。在实际设计飞控时,可以利用时间延迟误差补偿或预测逻辑方法进行处理^[28],也能通过外环 PID 进一步提高控制精度^[9-13]。

实验结果表明,通过模型参数的选择和控制器设计能够有效地控制 TBRUAV 起降。

参考文献:

- [1] HEGDE N T, GEORGE V I, NAYAK C G, *et al.* Design, dynamic modelling and control of tilt-rotor UAVs: a review[J]. *International Journal of Intelligent Unmanned Systems*, 2019, 8(3): 143-161.
- [2] SHI J K, LI W, WANG F, *et al.* Robust stabilized control for electric vertical take-off and landing (eVTOL) fixed-wing aircraft[J]. *SAE Technical Paper Series*, 2023, 1: 2023-1-7104.
- [3] 岳凤玉, 雍成优, 吴浩正, 等. 倾转多旋翼飞行器结构布局及其转换控制技术综述[J]. *自动化应用*, 2019, 60(5): 1-4, 10.
YUE F Y, YONG C Y, WU H Z, *et al.* Overview of structural layout and transition control technology of tilting multi-rotor aircraft[J]. *Automation Application*, 2019, 60(5): 1-4, 10. (in Chinese)
- [4] 许江涛, 崔乃刚, 吕世良. 协调增益调度的重复使用助推器姿态控制设计[J]. *光学精密工程*, 2010, 18(12): 2590-2596.

5 结 论

本文所提出的控制器设计方法,将 TBRUAV 欠驱动系统融入广义力耦合项,极大地简化了内环 PID 控制器的调整难度,有效地提高了 TBRUAV 起降稳定性。

根据所提出的非线性系统线性化方法,建立了系统线性状态方程,并用于 TBRUAV 起降控制器设计;在不用外环 PID 情况下,飞行高度测量的平均值和仿真值相差 -2 mm ,高度测量的最大值和仿真值相差 $+8\text{ mm}$;姿态控制平均误差: Yaw 为 82.6 mrad , Pitch 为 116.7 mrad , Roll 为 2.1 mrad 。

通过飞行高度和姿态测量实验验证了所设计的起降控制器能够快速有效地控制 TBRUAV 起降,具有实际应用价值。

作者贡献声明:

王天奇:起降控制器设计,测量实验设计及数据采集,论文构思和撰写;

于海:实验数据整理和论文校对。

- XU J T, CUI N G, LÜ S L. Design of coordinated gain scheduled attitude controller for reusable booster vehicle [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18 (12): 2590-2596. (in Chinese)
- [5] 段镇, 高九州, 贾宏光, 等. 无人机滑跑线性化建模与增益调节纠偏控制[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(6): 1507-1516.
DUAN Z, GAO J Z, JIA H G, *et al.* Linearized modeling and gain scheduling control for UAV taxiing[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(6): 1507-1516. (in Chinese)
- [6] The History of The XV-15 Tilt Rotor Research Aircraft From Concept to Flight [OL]. <https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/2023/04/sp-4517.pdf>, 2023. (Available online)
- [7] PAPACHRISTOS C, ALEXIS K, TZES A. Linear Quadratic Optimal Trajectory-Tracking Control of A Longitudinal Thrust Vectoring-Enabled Unmanned Tri-TiltRotor[C]. IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics

- Society. November 10-13, 2013, Vienna, Austria.
- IEEE, 2014: 4174-4179.
- [8] CHEN Z B, JIA H G. Design of flight control system for a novel tilt-rotor UAV [J]. *Complexity*, 2020, 2020: 4757381.
- [9] GARCIA-NIETO S, VELASCO-CARRAU J, PAREDES-VALLES F, *et al.* Motion equations and attitude control in the vertical flight of a VTOL bi-rotor UAV[J]. *Electronics*, 2019, 8(2): 208.
- [10] HAILU G L, YATAYEW T T. Intelligent trajectory tracking in autonomous plantation robots using PSO-tuned nonlinear fuzzy PID, fuzzy PID, and conventional PID controllers [J]. *Scientific Reports*, 2025, 15: 45357.
- [11] LIU Z, HE Y Q, YANG L Y, *et al.* Control techniques of tilt rotor unmanned aerial vehicle systems: a review [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2017, 30(1): 135-148.
- [12] ZHANG X, XU W Q, SHI Y, *et al.* Study on The Effect of Tilting-Rotor Structure on The Lift of Small Tilt Rotor Aircraft[C]. 2017 2nd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM). August 27-31, 2017, Hefei and Tai'an, China. IEEE, 2018: 380-385.
- [13] ZENG D Q, PAN S C, YU Y Q, *et al.* A comparative study on trajectory tracking control methods for automated vehicles[J]. *Scientific Reports*, 2025, 15: 17073.
- [14] HUO S Z, RUAN S L, DONG Z, *et al.* Controller design of short Take-Off/Vertical landing aircraft based on PID and L1 adaptive control[C]. *Proceedings of 3rd 2023 International Conference on Autonomous Unmanned Systems (3rd ICAUS 2023)*. Singapore: Springer, 2024: 461-474.
- [15] FILIPPONE A. *Flight Performance of Fixed and Rotary Wing Aircraft* [M]. Washington, DC: AIAA, Inc. 2006.
- [16] WRIGHT J, COOPER J. *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads* [M]. Washington, DC: AIAA, Inc. 2007.
- [17] VENKATESAN C. *Fundamentals of Helicopter Dynamics* [M]. Boca Raton: CRC Press, 2015: 25-116, 131-158.
- [18] GOLDSTEIN H, POOLE C P, SAFKO J L. *Classical Mechanics* [M]. Pearson, 3rd ed., 2011.
- [19] 冯志壮, 代志雄, 刘晨. 基于直升机耦合分析的振动响应预测研究[J]. *装备环境工程*, 2020, 17(9): 7-14.
- FENG Z Z, DAI Z X, LIU C. Vibration response prediction based on helicopter coupling analysis [J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2020, 17(9): 7-14. (in Chinese)
- [20] 袁胜弢, 顾仲权. 旋翼/机身耦合系统的固有特性研究[J]. *南京航空航天大学学报*, 2001, 33(1): 17-21.
- YUAN S T, GU Z Q. Study on modal characteristics of rotor/fuselage coupled system [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2001, 33(1): 17-21. (in Chinese)
- [21] YAZICI H, SEVER M. Active control of a nonlinear landing gear system having oleo pneumatic shock absorber using robust linear quadratic regulator approach [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 232(13): 2397-2411.
- [22] LAVRETSKY E, WISE K A. *Advanced Textbooks in Control and Signal Processing: Optimal control and the linear quadratic regulator* [M], Springer, 2019: 27-50.
- [23] ASAD RIZVI SALI, LIN Z L. Output feedback Q-learning control for the discrete-time linear quadratic regulator problem [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(5): 1523-1536.
- [24] PRASAD L B, TYAGI B, GUPTA H O. Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: performance analysis without and with disturbance input [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2014, 11(6): 661-670.
- [25] TRIMPE S, MILLANE A, DOESSEGGER S, *et al.* A self-tuning LQR approach demonstrated on an inverted pendulum [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, 47(3): 11281-11287.
- [26] PARK M, KIM Y J, LEE J J. Swing-up and LQR stabilization of a rotary inverted pendulum [J]. *Artificial Life and Robotics*, 2011, 16(1): 94-97.

- [27] <https://ww2.mathworks.cn/help/releases/R2025b/control/ref/lti.lqr.html>. (Available online)
- [28] 黄国刚, 戴洪德, 陈明. 快速传递对准中时间延迟误差补偿方法[J]. 测控技术, 2009, 28(8): 55-57.

HUANG G G, DAI H D, CHEN M. Measurement time-delay error compensation in rapid transfer alignment[J]. *Measurement & Control Technology*, 2009, 28(8): 55-57. (in Chinese)

作者简介:



王天奇(1990—),男,吉林长春人,硕士,2018年于美国迈阿密大学获得学士学位,2020年于美国迈阿密大学获得机械工程硕士学位,2024年于美国俄亥俄州立大学获得电子与计算机工程硕士,主要从事非线性控制理论及应用、最优控制、UAV、外骨骼和双足机器人等研究。E-mail: wangt5@miamioh.edu



于海(1987—),男,吉林敦化人,博士,2009年于东北电力大学获得电子信息科学与技术学士学位。2014年于中国科学院大学获得机械电子工程博士学位。主要从事光电探测、光电位移测量及控制等研究。Email: yu-hai@ciomp.ac.cn