

文章编号 1004-924X(2026)08-1268-15

工业机器人距离误差空间相似性建模与补偿

王茜^{1,2}, 高贯斌^{1,2*}, 牛锦鹏³, 那靖^{1,2}

- 昆明理工大学机电工程学院, 云南昆明 650500;
- 云南省智能控制与应用重点实验室, 云南昆明 650500;
- 中国铁路建设高新装备股份有限公司, 云南昆明 650500)

摘要:工业机器人凭借其高柔性,已成为自动化装配的重要载体。然而,在对尺寸链上关键点位的距离有严格要求的装配任务(如孔轴类装配)中,机器人现有的绝对定位精度往往难以满足需求。目前,提高工业机器人精度的主要方法包括运动学标定和空间插值。然而,运动学标定往往追求全局精度最优,未能充分考虑关键装配路径上的局部离散点高精度需求;空间插值则在坐标系转换过程中易引入累积误差,难以达到装配所需精度。为此,本文提出一种距离误差预测模型与补偿方法,以提升机器人在装配任务中关键点位的精度。首先,建立了机器人的运动学模型并推导其位置误差模型,并构建以距离误差为约束的误差模型,以避免因坐标系转换导致的误差累积。其次,通过建立关节空间与操作空间的误差映射关系,定量揭示距离误差在空间中的相似性特征,并借助变差函数对该相似性进行定量描述,为插值点规划提供理论依据。然后,在操作空间中构建距离误差插值预测模型,提出从标量误差向矢量误差的转化方法,实现误差幅值与方向的同步修正。最后,在某通用型六自由度工业机器人上分别开展精度测试和装配应用实验。实验结果表明,补偿后最大和平均距离误差降至0.10 mm和0.04 mm,较运动学标定和反距离加权法分别降低66.77%和49.51%。孔位装配实验显示,最大和平均对准距离偏差由1.61 mm和1.11 mm降至0.15 mm和0.05 mm。实验验证了该方法能有效抑制空间距离误差,从而显著提升机器人在高精度装配中的绝对定位能力,提供了新的补偿策略。

关键词:工业机器人;距离误差;空间插值;误差相似性;装配任务

中图分类号: TP242.2 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20263408.1268 **CSTR:** 32169.14.OPE.20263408.1268

Modeling and compensation of spatial similarity for industrial robot distance errors

WANG Xi^{1,2}, GAO Guanbin^{1,2*}, NIU Jingpeng³, NA Jing^{1,2}

- Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;
- Yunnan Key Laboratory of Intelligent Control and Application, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;
- China Railway Construction High-Tech Equipment Corporation Limited, Kunming 650500, China)

* Corresponding author, E-mail: gbgao@kust.edu.cn

Abstract: Industrial robots have become important carriers for automated assembly due to their high flexi-

收稿日期:2026-02-05;修订日期:2026-03-03.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 52265001);云南省科技厅基础研究重点资助项目(No. 202201AS070033)

bility. However, in assembly tasks that have strict requirements for the distance between critical points on the dimensional chain (such as peg-in-hole assembly), the existing absolute positioning accuracy of robots often struggles to meet the requirements. Currently, the main methods for improving industrial robot accuracy include kinematic calibration and spatial interpolation. However, kinematic calibration often pursues optimal global accuracy and fails to sufficiently consider the high-precision requirements of local discrete points on critical assembly paths; spatial interpolation is prone to introducing cumulative errors during the coordinate system transformation process, making it difficult to achieve the required assembly precision. To this end, this paper proposed a distance error prediction model and compensation method to improve the accuracy of critical points of robots in assembly tasks. First, the kinematic model of the robot was established, its position error model was derived, and an error model with distance error as a constraint was constructed to avoid error accumulation caused by coordinate system transformation. Second, by establishing the error mapping relationship between joint space and task space, the similarity characteristics of distance error in space were quantitatively revealed, and the variogram was used to quantitatively describe this similarity, providing a theoretical basis for interpolation point planning. Then, a distance error interpolation prediction model was constructed in the task space, and a transformation method from scalar error to vector error was proposed to realize the synchronous correction of error magnitude and direction. Finally, accuracy tests and assembly application experiments were conducted on a standard 6-DOF industrial robot. The experimental results demonstrate that after applying the proposed compensation method, the maximum and average positioning errors of the robot are reduced to 0.10 mm and 0.04 mm, respectively. Compared with kinematic calibration and the inverse distance weighting (IDW) method, the positioning errors are reduced by 66.77% and 49.51%, respectively. Furthermore, the assembly application experiments indicate that the maximum and average assembly positioning errors decrease from 1.16 mm and 1.11 mm (before compensation) to 0.15 mm and 0.05 mm, respectively. These results verify the effectiveness of the proposed method in assembly applications, providing a novel compensation strategy for the high-precision operation of industrial robots.

Key words: industrial robots; distance error; spatial interpolation; error similarity; assembly

1 引言

工业机器人凭借其高柔性、可编程及低成本特点,已广泛应用于航空航天、汽车制造及电子仪器等高端装备制造领域,成为实现自动化装配的重要载体^[1-2]。与传统的搬运或焊接任务不同,精密装配任务通常对装配尺寸链中关键特征点的位置精度有着严格的要求^[3]。尽管工业机器人的重复定位精度已能达到0.01 mm量级,但其绝对定位精度通常仅为1 mm左右^[4],影响机器人精度的因素主要包括连杆几何参数误差,以及关节柔性变形、齿隙、热变形等非几何因素。这种高重复性、低准确度的特性,使得机器人在执行精密装配任务时,极易因关键点位的距离偏差超

出容许范围,而导致装配卡死、接触力过大甚至工件损坏,严重制约了其在精密制造领域的进一步应用。

针对不同类型的装配需求,已有学者开展了多方面的研究。李少华等^[5]提出基于工业机器人的卫星舱板自动销钉导向装配方法,显著提升装配效率。张俊鑫等^[6]提出基于力位混合导向的顺槽运动控制策略,提高了工业机器人在顺槽导向任务中的适应性。梁硕等^[7]提出融合拖动示教的力觉柔顺装配方法,提升了孔轴装配的效率与精度。现有研究表明,工业机器人在装配任务中具有较高的作业效率和良好的柔性,但多数工作主要关注运动控制与导向策略优化,尚未系统考虑机器人本体及环境引起的空间精度误差。实际上,此类装配任务往往存在自导向结构,虽然对

机器人的末端姿态精度要求不高,但是装配尺寸链上关键点的相互位置精度直接决定任务完成质量。此类任务常表现为装配点位离散、关键区域局部集中,且装配容差仅约 $\pm 0.25\text{ mm}$ ^[8]。若机器人沿装配主方向的位置偏差过大,将直接导致导向失败与装配卡滞。因此,针对此类特定工况的自动化装配任务,有效提升局部作业区域内的距离几何对准精度,成为保障任务可靠执行的核心关键。

针对绝对定位精度不足的问题,现有研究主要从运动学标定与非运动学标定两个维度展开。运动学标定主要聚焦于解决运动学参数误差问题,即通过构建定位误差与运动学参数之间的映射关系,来辨识并补偿运动学参数误差。已有学者在该领域开展了大量研究。Liu等^[9]提出基于矢量内积的误差模型,有效提升了工件坐标系下的定位精度,并在去毛刺任务中验证了方法的实用性。Zhang等^[10]提出基于贝叶斯参数估计的标定方法,实现了关节变量的高精度辨识与不确定性建模。Miao等^[11]提出两步法结合新型位姿测量方法,对不同类型误差分别进行辨识,并通过实验验证了有效性。然而,从装配任务的角度看,运动学标定仍存在局限:一方面,其误差源覆盖不够全面,主要针对几何参数进行修正,补偿效果依赖于控制器开放程度,而非几何误差难以得到有效修正,且坐标系转换过程易引入新的误差;另一方面,该方法通常追求全局精度最优,但在装配中,关键点集中于有限区域,全局优化难以兼顾局部精度的更高需求,从而限制了实际任务质量的提升。

非运动学标定在一定程度上克服了运动学标定在误差覆盖和局部适应性方面的不足^[12],其基本思路是通过数据驱动建模直接对末端误差进行补偿,常见方法包括空间插值法^[13]和神经网络法^[14]。高贯斌等^[15]提出结合运动学标定与关节空间插值的补偿方法,有效提高了轨迹精度。Min等^[16]在克里金插值的基础上提出稳定且高精度的无模型补偿方法。Cao等^[17]将扩展卡尔曼滤波与智能优化算法相结合,提升了神经网络标定精度。张德维等^[18]提出全域精细化误差场建模与补偿策略,并通过交叉验证与优化算法提高

预测精度。然而,从装配任务的实际需求来看,该类方法仍存在两方面局限:其一,方法实施过程中仍需进行基坐标系与测量坐标系的转换,可能引入额外误差,从而影响整体补偿效果;其二,模型构建依赖于规则且密集的采样点分布,而在任务点位离散的装配任务场景下难以满足实际需求。

距离误差模型以相对距离为约束,通过建立距离误差与运动学参数之间的函数关系来实现参数辨识,从而有效规避了坐标系转换带来的累积误差。Chu等^[19]利用改进麻雀搜索算法进行参数标定,提升了辨识效率,并将距离精度提高到 0.375 mm 。Zeng等^[20]提出两步标定方法,基于距离约束构建模型并采用LM算法分组辨识参数,实验中虽然距离精度提升至 0.151 mm ,但定位精度仅为 0.717 mm 。He^[21]等提出基于位置与距离双约束的局部POE自标定方法,结合便携测量装置和两步标定策略,实验结果表明定位精度提升至 0.36 mm 。总体来看,尽管相关研究在一定程度上提升了机器人距离与定位精度,但总体精度提升仍有限,与自导向型装配任务对 $\pm 0.25\text{ mm}$ 精度的要求仍存在显著差距,难以满足装配尺寸链中关键点的距离精度的需求。同时,距离误差模型在避免坐标系转换误差方面虽具有一定优势,但其本质上仍属于运动学标定框架,参数辨识过程复杂,易受参数耦合与矩阵奇异等问题影响,且对非几何误差缺乏建模与补偿能力。

针对上述机器人精度提升方法在装配中仍受限于误差覆盖不足、局部精度欠佳与补偿能力有限,难以满足装配尺寸链上关键点的距离精度要求的问题,本文提出一种距离误差插值预测与补偿方法。该方法不依赖于运动学参数辨识,在适量采样点条件下,可有效提升任务区域内的装配尺寸链关键点的距离精度和绝对定位精度。首先,建立机器人运动学与位置误差模型,构建以相对距离误差为约束的标定方法,消除坐标系转换引起的累积误差。随后,基于关节空间与操作空间的误差映射关系,利用变差函数定量描述距离误差的空间相似性,为插值点规划提供科学依据。在此基础上,构建操作空间下的距离误差

插值预测模型,并提出标量向矢量的误差转化机制,实现幅值与方向的同步修正,从而显著提升离散任务点间的相对位置精度。

2 工业机器人操作空间距离误差建模

2.1 运动学建模

本文使用 MD-H 方法来建立机器人的运动学模型,运动学模型通过五个运动学参数来描述各连杆的位姿关系,其中:连杆长度 a 和扭转角 α 描述一个连杆本身的几何特征,连杆偏距 d 和关节转角 θ 描述相邻连杆间的位姿关系。图 1 为本文研究的某通用型六自由度工业机器人的坐标系,各运动学参数名义值如表 1 所示,其中 θ_{0i} 表示关节 i 的转角 θ_i 的零位偏差。

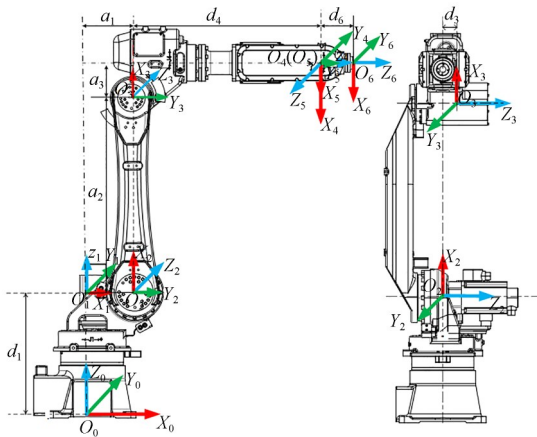


图 1 六自由度工业机器人坐标系

Fig. 1 Coordinate systems of the six-degree-of-freedom robot

表 1 六自由度机器人运动学参数名义值

Tab. 1 Nominal values of kinematic parameters for the six-degree-of-freedom robot

i	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	a_{i-1}/mm	$\theta_{0i}/(^{\circ})$	d_i/mm
1	0	0	0	504
2	90	166.605	0	0
3	0	-782.27	0	0
4	-90	-138.826	0	761.35
5	90	0	0	0
6	-90	0	0	125

根据齐次变换原理,机器人中相邻坐标系之间的齐次变换矩阵表示为:

$$T_{i-1}^i = R_X(\alpha_{i-1}) \cdot D_X(a_{i-1}) \cdot R_Z(\theta_i) \cdot D_Z(d_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -d_i \sin \alpha_{i-1} \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & d_i \cos \alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: $R_X(\alpha_{i-1})$ 表示绕 X_{i-1} 轴从 Z_{i-1} 旋转到 Z_i 的角度, $D_X(a_{i-1})$ 表示沿 X_{i-1} 轴从 Z_{i-1} 移动到 Z_i 的距离, $R_Z(\theta_i)$ 是绕 Z_i 轴从 X_{i-1} 旋转到 X_i 的角度, $D_Z(d_i)$ 是沿 Z_i 轴从 X_{i-1} 移动到 X_i 的距离。将机器人各相邻连杆关节的齐次变换矩阵相乘即可得到机器人末端坐标系相对于基坐标系的齐次变换矩阵:

$$T_0^6 = T_0^1 \cdot T_1^2 \cdot T_2^3 \cdot T_3^4 \cdot T_4^5 \cdot T_5^6. \quad (2)$$

由于机器人末端还带有工具,因此机器人末端工具在机器人基坐标系下的齐次变换矩阵可表示为:

$$T_0^{\text{tool}} = T_0^1 \cdot T_1^2 \cdot T_2^3 \cdot T_3^4 \cdot T_4^5 \cdot T_5^6 \cdot T_6^{\text{tool}} = T_0^6 \cdot T_6^{\text{tool}}, \quad (3)$$

其中: T_0^{tool} 代表机器人末端工具到基坐标系的齐次变换矩阵, T_0^6 代表坐标系 {6} 到基坐标系的齐次变换矩阵, T_6^{tool} 代表机器人末端工具到坐标系 {6} 的齐次变换矩阵。

机器人末端变换矩阵可表示为四个列向量形式:

$$T_0^{\text{tool}} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & \gamma_x & p_x \\ n_y & o_y & \gamma_y & p_y \\ n_z & o_z & \gamma_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中:前 3 列表示机器人末端工具在基坐标系中的姿态向量,最后一列表示末端的位置向量。

在装配任务中,对关键点位的精度要求极高。基于位姿的误差模型,容易在坐标系转换过程中引入额外误差,难以准确反映装配过程中的误差特性。因此,本文将建立距离误差模型以避免坐标系转换带来的误差累积,并为后续补偿方法研究提供基础。

2.2 距离误差建模

机器人运动距离误差是指在操作空间中,定位点之间的实际距离与理论模型计算距离之间的偏差。为了规避传统位姿误差建模中因基坐

标系与测量坐标系转换而引入的累积误差,本文建立以相对距离为约束的误差模型。

如图 2 所示的距离误差示意图中,空间中任意一点 P 的位置误差向量 ΔP_i 可以表示为:

$$\Delta P_i = P_i' - P_i, \quad (5)$$

其中: P_i' 表示实际位置, P_i 表示理论位置。在机器人工作空间中,设基准点为 P_i , 目标点为 P_{i+1} 。根据欧氏距离定义,两点间的理论距离 L_T 和实际距离 L_A 表示为:

$$\begin{aligned} L_T &= \|P_{i+1} - P_i\| \\ L_A &= \|P_{i+1}' - P_i'\| \end{aligned} \quad (6)$$

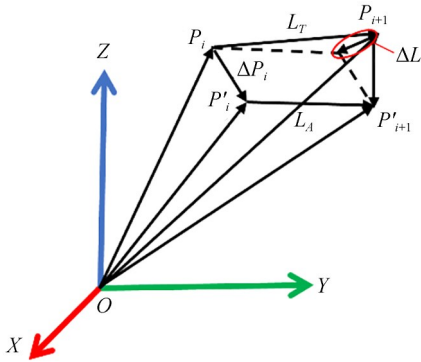


图 2 基坐标系下任意两点距离误差图

Fig. 2 Distance error between any two points in the base coordinate system

联合式(5)和式(6),可推导出包含位置偏差项的距离误差表达式:

$$L_A = \|(P_{i+1} + \Delta P_{i+1}) - (P_i + \Delta P_i)\|. \quad (7)$$

由于机器人末端微小位移远小于其运动尺度,即 $\|\Delta P_i\| \ll L_T$, 通过矢量投影关系,式(7)可简化为:

$$L_A \approx L_T + n \cdot (\Delta P_{i+1} - \Delta P_i). \quad (8)$$

为了将末端的三维矢量偏差转化为标量距离偏差,引入方向向量:

$$n = \frac{P_{i+1} - P_i}{\|P_{i+1} - P_i\|}. \quad (9)$$

由此定义距离误差 ΔL 为实际距离与理论距离之差,其数学表征为:

$$\Delta L = L_A - L_T = n \cdot (\Delta P_{i+1} - \Delta P_i). \quad (10)$$

在实际测量场景中,当测量装置(如激光跟踪仪)具备固定基准点 $P_0(0, 0, 0)$ 时,距离误差模型可表示为:

$$\Delta L = n \cdot \Delta P. \quad (11)$$

该模型以相对距离误差表征末端精度,有效消除了坐标系转换配准不准确带来的干扰。然而,传统距离误差模型目前仅能涵盖几何参数导致的误差项。为了全面表征装配区域内由非几何因素引起的复杂误差分布,需在此模型基础上,进一步引入误差在操作空间中的相似性特征进行建模。

3 基于空间插值的距离误差预测与补偿模型

3.1 距离误差相似性分析

机器人的位置误差可以表示为运动学参数误差的函数:

$$\Delta P = f(\Delta \alpha_{i-1}, \Delta a_{i-1}, \Delta \theta_i, \Delta d_i). \quad (12)$$

工业机器人的末端位置误差由几何与非几何误差共同构成。尽管非几何误差通常具有高度非线性和负载时变特征,但在本文恒定负载的孔轴装配任务中,其引起的柔性形变可视为稳定的静态系统偏差。同时,由于局部装配空间内关节转角变化微小,原本高度非线性的误差分量在该邻域内未发生剧烈突变,而是呈现出连续、平滑的演化规律。因此,两类误差均可映射为关于关节变量的函数。式(12)借此建立了统一的误差输入空间,为后续综合误差的建模与分析奠定了基础。针对本文的通用型六自由度工业机器人,以关节转角为唯一变量,式(12)可简化表示为:

$$\Delta P = f(\theta_1, \dots, \theta_6). \quad (13)$$

地统计学表明,在空间中相近的土地,其地理属性也比较相近,即地理属性在空间中具有相近相似的特点^[22]。在现有研究基础上^[23],可以将此理论映射至机器人运动学领域,这种相似性主要体现在机器人关节空间中:关节转角之间的欧氏距离越接近,机器人位置误差也越接近,即机器人的位置误差在关节空间中具有误差相似性。结合式(13)可知,末端位置误差 ΔP 可表征为关于关节角的连续映射,根据微分变换原理,当两定位点的关节转角在欧氏空间内接近时,其对应的雅可比矩阵映射关系保持平稳,从而决定了末端位置误差也必然接近^[24]。由此可定性分析得出:机器人位置误差在关节空间中具有误差相似

性。通过2.2节对机器人距离误差模型的建立与分析可知,机器人的距离误差和位置误差存在对应关系,当机器人的位置误差较大(或较小)时,距离误差通常也较大(或较小)。因此,将机器人的距离误差表示为:

$$\Delta L = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6). \quad (14)$$

在机器人关节空间中,当两点之间的关节转角比较接近时,其两点之间的距离误差也相近,即距离误差具有相似性特征。这一特征与地统计学中区域化变量的空间相关性相吻合,因此可以借鉴地统计学的方法进行刻画。在工业机器人关节运动范围内,距离误差的相似性可用变差函数进行定量描述:

$$\begin{aligned} \gamma(\theta, h) &= \frac{1}{2} \text{Var} [\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)] = \\ &= \frac{1}{2} E [\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]^2 - \\ &= \frac{1}{2} \{E [\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]\}^2, \quad (15) \end{aligned}$$

其中: $\gamma(\theta, h)$ 为变差函数, $\Delta L(\theta)$ 为该组关节角对应的基准点与样本点之间的距离误差, h 为两组关节角输入的分割量,即为两组关节输入在机器人关节空间中的欧氏距离,其表达式为:

$$h = \sqrt{(\theta_{11} - \theta_{12})^2 + \dots + (\theta_{61} - \theta_{62})^2}. \quad (16)$$

由式(16)分析得到,若要计算变差函数 $\gamma(\theta, h)$,则需要 $E [\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]^2$ 和 $E [\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]$ 的值,根据统计学知识,应该通过 $[\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]^2$ 和 $[\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]$ 的平均值来估计其数学期望值,但由于地质领域限制,在 θ 和 $\theta + h$ 处只能得到属性值的一次实测值。因此为了解决这个问题,对区域变化量, $\Delta L(\theta)$ 作如下假设^[25]:

(1)在操作空间中,距离误差增量的数学期望为0;

(2)在操作空间中,距离误差增量的方差存在且平稳。

需要强调的是,该假设并不要求非几何误差必须与关节角呈完全确定性关系,而仅要求其在局部空间中具有一定的统计平稳性与相似性。因此,基于上述假设,式(15)变差函数可以表示为:

$$\gamma(\theta, h) = \frac{1}{2} E [\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]^2. \quad (17)$$

由于采集机器人点位时无法实现全空间连续采集,故在满足假设(1)和(2)的条件下,通过计算采集的局部样本点的算术平均值来推导距离误差的变差函数,则式(17)可表示为:

$$\gamma(\theta, h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [\Delta L(\theta) - \Delta L(\theta + h)]^2. \quad (18)$$

通过变差函数可以定量地反映机器人距离误差的空间相似性,其值越小,表示变异程度小,相似程度高。下面以六自由度工业机器人为研究对象,通过仿真验证关节空间中的位置误差相似度,具体关节转角范围的设定如表2所示。该运动范围是根据本实验所需的局部立方体网格空间物理边界进行针对性划定的,旨在精准约束并研究该特定局部操作空间内的误差相似性规律。

表2 各关节运动范围设定

Tab. 2 Joint motion range settings

关节编号	角度范围/(°)
1	[45, 90]
2	[-90, 60]
3	[80, 40]
4	[15, 30]
5	[15, 30]
6	[15, 30]

在各关节运动范围内随机生成400组关节角数据,计算其对应的距离误差,并根据不同关节角间隔 h 计算对应的变差函数值,分析结果如图3和表3所示。

对距离误差相似性仿真进行分析,当关节角分割量区间为 $[0^\circ, 10^\circ)$ 时,变差函数值为 0.0047 mm^2 , $[0^\circ, 10^\circ)$ 时,变差函数值为 0.0215 mm^2 , $[10^\circ, 20^\circ)$ 时,变差函数值为 0.0528 mm^2 , $[20^\circ, 30^\circ)$ 时,变差函数值为 0.1105 mm^2 ,结果如表3所示。从结果分析来看,当关节角划分间隔越小,变差函数值也越小,即相似程度越高,这说明在关节空间中机器人距离误差具有相似性的特性,即空间中关节转角的欧氏距离相近的两点,其到基准点的距离误差也相近。

为将上述结论推广到操作空间中,在相同关节运动范围下,采集400组关节角,按照不同样本

点的距离间隔来计算对应的变差函数值,分析结果如图 4 和表 4 所示。

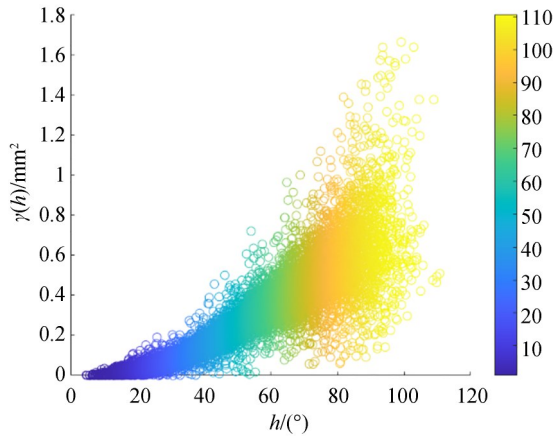


图 3 机器人关节空间距离误差相似性分析

Fig. 3 Analysis of the similarity of distance errors in the robot joint space

表 3 关节空间误差相似性结果

Tab. 3 Results of error similarity in the joint space

$h/(^{\circ})$	$\gamma(h)/\text{mm}^2$
[0, 10)	0.004 7
[10, 10)	0.021 5
[20, 30)	0.052 8
[30, 40)	0.110 5
[40, 50)	0.199 2
[50, 60)	0.304 1
[60, 70)	0.405 1
[70, 80)	0.504 8
[80, 90)	0.621 5
[90, 100)	0.702 3
[100, 110)	0.782 4

误差相似性分析结果显示,在操作空间中,样本点间的距离和变差函数值呈现出正相关趋势。当分割量为 $[0 \text{ mm}, 200 \text{ mm})$,变差函数值为 $0.015 4 \text{ mm}^2$,当分割量为 $[200 \text{ mm}, 400 \text{ mm})$,变差函数值为 $0.035 9 \text{ mm}^2$ 。其余具体结果如表 4 所示。结果表明,当分割量小于 500 mm 时,变差函数的值保持在 0.1 mm^2 以内,且变化趋势平缓。证明机器人在操作空间局部范围内距离的变化对距离误差的影响相对较小,各个点之

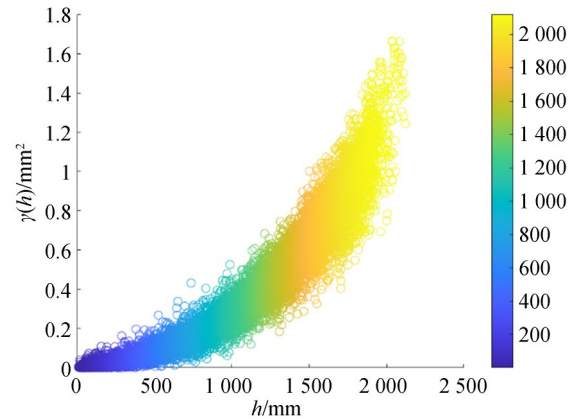


图 4 操作空间距离误差相似性分析

Fig. 4 Analysis of the similarity of distance errors in the task space

表 4 操作空间误差相似性结果

Tab. 4 Results of error similarity in the task space

h/mm	$\gamma(h)/\text{mm}^2$
$[0, 200)$	0.015 4
$[200, 400)$	0.035 9
$[400, 600)$	0.079 1
$[600, 800)$	0.141 0
$[800, 1\ 000)$	0.223 4
$[1\ 000, 1\ 200)$	0.328 3
$[1\ 200, 1\ 400)$	0.463 3
$[1\ 400, 1\ 600)$	0.623 8
$[1\ 600, 1\ 800)$	0.829 3
$[1\ 800, 2\ 000)$	1.013 8
$[2\ 000, 2\ 200)$	1.071 0

间距离误差较为接近。当分割量在 500 mm 到 $1\ 500 \text{ mm}$ 之间时,变差函数值明显上升,表明随着样本点间距离的增大,变异程度增大,误差相似性减弱。当分割量超过 $1\ 500 \text{ mm}$ 时,变差函数大于 1 mm^2 ,表明此时的样本点间距离误差相似性几乎不存在。综上,工业机器人在操作空间中,分割量为 500 mm 以内时表现出良好的误差相似性。

3.2 距离误差的空间插值预测

通过对机器人空间中任意点位至基准点之间的距离误差相似性进行定性和定量分析可知:

机器人的距离误差在关节空间中具有相似性特征,即当空间中两点的关节转角欧氏距离相近时,会表现出误差相似性。若在操作空间中研究机器人误差相似性,即当机器人在操作空间中两点位置的欧氏距离相近时,通常要求机器人姿态保持不变。也就是说,在操作空间中研究机器人误差的相似性,实际上是研究机器人构型的相似性。

目前常用的误差插值补偿方法是空间插值补偿法,即根据已知网格样本点的误差,使用权值函数插值预测网格内定位点的误差。反距离加权法是目前应用最广泛的空间插值补偿模型,其插值补偿方法简单,计算速度快,但该模型主要针对位置误差构建,对距离误差无法进行补偿。为此,本文提出一种针对距离误差的空间插值补偿模型。在构建该模型时,网格参数的设定直接关系到预测性能与标定成本。为此,本文参考基于概率的最优网格步长选择方法^[26]开展了仿真分析:在 $500 \times 500 \times 500$ mm 的任务空间中,将网格步长从 10 mm 逐步增大至 500 mm,定量评估其在不同网格步长下的预测精度,仿真结果如图 5 所示。从图 5 可以看出,网格步长越大,预测误差就越大。当步长不超过 125 mm 时,误差比较小且相对稳定(大约 0.06 mm)。超过 125 mm 时,误差就会明显变大且不稳定。通过定量评估不同步长下的精度,本文确定 125 mm 为网格步长。既保证了误差补偿效果,又能在最大程度上缩减标定采样点数量。基于上述分析,将机器人的工作空间按

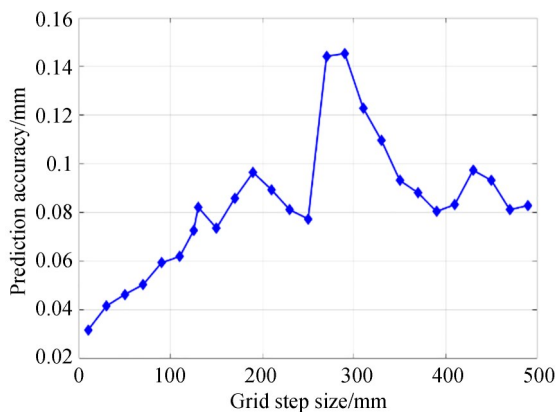


图 5 不同网格步长预测精度变化曲线

Fig. 5 Curves of prediction accuracy of different grid step sizes

照 125 mm 步长划分为一系列立方体网格,空间划分示意图如图 6 所示。

取其中一个立方体网格进行分析,距离误差模型如图 7 所示, P_n 为第 n 个网格中的样本点的理论位置, P_m 为第 n 个网格中的样本点的实际位置, $P_j (j=1, 2, \dots, 8)$ 为第 n 个网格的第 j 个网格参考点, $L_j (j=1, 2, \dots, 8)$ 为第 j 个网格参考点与基准点之间的距离, P_0 为基准点, L_m 为基准点与样本点实际位置之间的实际距离, L_n 为基准点与样本点理论位置之间的理论距离,实际距离可采用测量仪器测量得到。

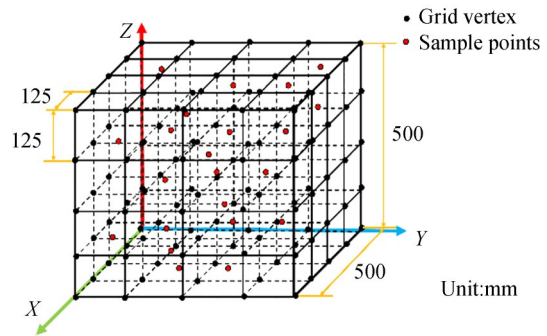


图 6 机器人工作空间网格划分

Fig. 6 Grid division of the robot workspace

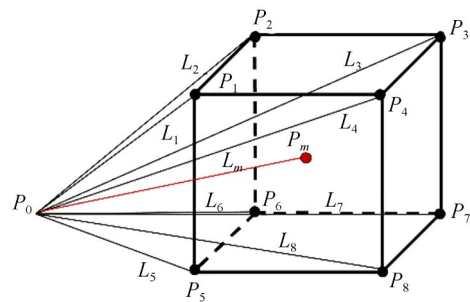


图 7 单个立方体网格空间插值距离误差模型

Fig. 7 Distance error model of spatial interpolation for a single cubic grid

当得到网格各类数据后,可采用空间插值补偿模型根据网格各样本点与基准点之间的距离误差预测得到网格内样本点理论位置 P_n 与基准点之间的距离误差,该空间插值补偿模型的权值计算为:

$$q_{nj} = \frac{1}{d_{nj}} / \sum_{j=1}^8 \frac{1}{d_{nj}}, \quad (19)$$

式中, d_{nj} 计算公式为:

$$d_{nj} = \sqrt{(x_n - x_{nj})^2 + (y_n - y_{nj})^2 + (z_n - z_{nj})^2}, \quad (20)$$

其中: (x_n, y_n, z_n) 为第 n 个网格中样本点的理论位置, (x_{nj}, y_{nj}, z_{nj}) 为第 n 个网格中第 j 个网格顶点的理论位置。

样本点的实际距离误差计算公式为:

$$\Delta L_n = \sum_{j=1}^8 \Delta L_{nj} q_{nj}, \quad (21)$$

其中: ΔL_n 为预测的样本点距离误差, ΔL_{nj} 表示第 n 个网格点中第 j 个网格点到基准点的距离误差, q_{nj} 为第 n 个网格点中第 j 个网格顶点的权值。

3.3 基于空间插值预测的距离误差补偿方法

由于距离误差 ΔL_n 仅具有标量属性, 为实现三维空间内的有效补偿, 本文在此明确该映射机制的物理前提与适用范围。在此类姿态恒定或运动学构型高度相似的局部作业背景下, 操作空间的误差分布呈现出显著的相似性, 且对装配精度起决定性作用的系统偏差主要集中在孔轴间的径向距离上。因此, 本文所构建的误差模型优先捕捉并修正对最终精度贡献最大的径向距离偏差, 暂未深入探讨复杂的切向分量及姿态相关分量。基于上述物理前提, 本文通过公式(9)构建了标量误差向矢量分量的映射机制。提取从基准点指向待测点的单位方向向量:

$$m = \frac{P_n - P_0}{\|P_n - P_0\|} = [m_x, m_y, m_z]^T, \quad (22)$$

其中: m_x, m_y, m_z 分别表示从基准点到待测点的单位方向沿 x, y, z 方向的分量。将插值预测得到的标量距离误差 ΔL_n 沿式(22)方向向量进行投影, 即可将其分解为三个正交坐标轴方向上的位置偏差分量:

$$\begin{cases} \Delta x = \Delta L_n \cdot m_x \\ \Delta y = \Delta L_n \cdot m_y \\ \Delta z = \Delta L_n \cdot m_z \end{cases} \quad (23)$$

最终得到用于位姿修正的矢量位置误差。

在此类姿态恒定或运动学构型高度相似的局部作业背景下, 操作空间的误差具有显著的相似性, 且系统的主要位移偏差集中在径向距离上。因此, 本文所构建的误差模型优先捕捉并修正对精度贡献最大的径向距离偏差, 暂未深入探讨复杂的切向分量及姿态相关分量。

为实现从理论模型到实际应用的验证, 需通过实验分析上述距离误差插值预测与分解方法的有效性, 并验证其在实际装配场景中对装配尺寸链关键点的距离精度和绝对定位精度提升能力。基于此, 下一章将详细介绍实验装置的搭建方案和核心设备参数, 为系统验证方法的精度补偿效果与可靠性提供实验基础。

4 实验验证与结果分析

为验证本文提出的基于空间插值的距离误差模型, 搭建了如图8所示的实验装置, 包括测量设备, 数据处理软件, 六自由度工业机器人。测量设备包括 R-20 型 Radian 激光跟踪仪和 1.5" 靶球。激光跟踪仪对机器人工具位置进行测量, 测量精度为 $(10+5)\mu\text{m}/\text{m}$, 靶球接收激光并反射到激光跟踪仪。数据处理软件采用 Spatial Analyzer, 用来实时获取激光跟踪仪所反馈的位置信息。六自由度工业机器人是 ER20-C10 型工业机器人, 重复精度为 $\pm 0.06\text{mm}$ 。

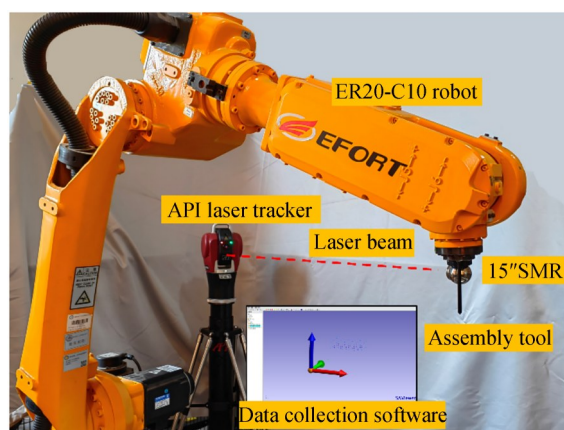


图8 实验平台

Fig. 8 Experimental platform

实验在边长为 500 mm 的笛卡尔立方体空间中进行网格划分, 网格边长为 125 mm, 共划分出由 125 个网格点构成的 64 个子网格。在此基础上, 在每个网格单元中选取 1 个点, 共获得 64 个样本点, 用于误差建模与补偿实验。为验证所提方法的有效性, 实验对比了三种方法的补偿效果: 运动学标定方法、反距离加权法以及本文提出的距离误差插值方法。运动学标定方法在机

机器人定位误差补偿中被广泛研究,其通过建模、测量、参数辨识和误差补偿四个步骤来提高机器人的绝对定位精度。反距离加权法作为一种确定性插值方法,在空间插值中被广泛应用,其基本原理是距离越近的点对插值点的贡献越大,权重也越大。需要在此特别说明的是,本文方法及后续实验中所重点评估的“距离误差”,特指从测量坐标系下的基准点到各样本点之间的绝对距离偏差,其在几何意义上等效于样本点绝对位置矢量的二范数。因此,将模型预测的距离误差标量经由空间投影转化为三维位置误差矢量进行补偿,本质上正是对机器人局部作业空间内绝对定位精度的直接验证与提升。在此总体实验框架下,本文进一步开展了两类实验,分别用于验证误差预测精度与装配任务中的补偿效果。

4.1 距离误差预测精度对比实验

采用激光跟踪仪采集预先规划的关节空间网格点位数据,计算距离误差,并随机选取定位点,利用本文提出的距离误差空间插值补偿方法对定位点位置误差进行预测和补偿。具体步骤如下:

(1)规划网格点 P_j 、样本点 P_n 和基准点 P_0 。计算网格点和样本点分别到基准点的名义距离值 LP_n 和 LP_j ,并获取样本点相对于基准点的方向向量。(2)用测量设备分别获取样本点 P_n 和网格点 P_j 到基准点 P_0 的实际距离信息 LP_m 和 LP_{rj} ,并据此计算网格点的实际距离误差 ΔLP_{rj} 。(3)根据网格点与样本点的距离 d_j 计算插值权重 q_j 。(4)利用网格点实际距离误差和相应权重,对样本点的距离误差进行插值预测,获得网格点的距离误差估计值。(5)将插值得到的距离误差沿样本点至基准点方向分解为分量,并将其转化为位置误差。(6)最后通过逆运动学求解得到等效的关节角误差,并补偿至各关节,从而实现整体精度提升。需要说明的是,由于插值方法得到的距离误差仅为标量形式,在实际补偿过程中,机器人需在工作坐标系中对末端位姿进行矢量修正。采用“样本点至基准点方向”作为矢量信息一方面其是标量距离误差能够提供的唯一可观测方向;另一方面在装配任务中,关键约束往往沿装配基准方向施加,该方向补偿可有效提升局部装配点位的对准精度。因此步骤(5)采用此方向进行标

量分解。

遵循上述步骤,对所提方法的有效性进行了验证。于划分的64个网格单元内,各选取1个样本点,共64个点作为实验对象,开展距离误差预测实验。在对比实验中,运动学标定采用了基于距离误差模型的鲁棒参数辨识方法^[27]。该方法首先基于MD-H模型建立机器人距离误差的数学映射模型与雅可比矩阵,随后采用结合了IGG3权函数的改进最小二乘算法进行迭代寻优,从而有效抑制测量数据中的干扰,辨识出机器人的各项关节结构参数误差。辨识过程中使用125个网格点作为辨识集,64个样本点作为验证集。辨识后的参数结果如表5所示。对于反距离加权法^[23],其预测过程依托于上述125个网格点构建的空间框架。针对64个样本点,定位其在局部立方体网格,并提取对应的8个顶点作为有效插值点,按空间欧氏距离成反比分配归一化权重后,加权求得该样本点的预测误差。实验结果如图9和表6所示。

表5 运动学方法辨识后MD-H参数

Tab. 5 MD-H parameters after kinematic method identification

i	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	a_{i-1}/mm	$\theta_{0i}/(^{\circ})$	d_i/mm
1	-0.286 1	1.602 6	0.531 5	509.055 8
2	90.028 9	166.995 7	0.012 7	0.002 1
3	0.012 7	-780.881 8	0.011 3	-0.002 0
4	-89.765 4	-132.114 9	0.000 1	769.713 7
5	90.023 1	-0.047 8	-0.002 9	-0.015 3
6	-90.534 2	2.944 0	0.001 7	130.484 5

从结果可以看出,补偿前机器人距离误差最大值为1.346 mm,且波动显著,这表明系统在多点位操作中存在明显不稳定性。采用运动学标定法后,最大误差降低至0.313 mm,平均误差和标准差分别降为0.091 mm与0.062 4 mm。相较于补偿前,该方法整体精度有所提升,但由于该方法仍依赖于参数辨识与全局拟合,其对任务区域局部精度的适应性有限,在部分采样点处仍存在较大波动。反距离加权法的补偿效果优于运动学标定方法,最大误差降至0.206 mm,平均误差和标准差分别降至0.088 mm和0.041 mm。

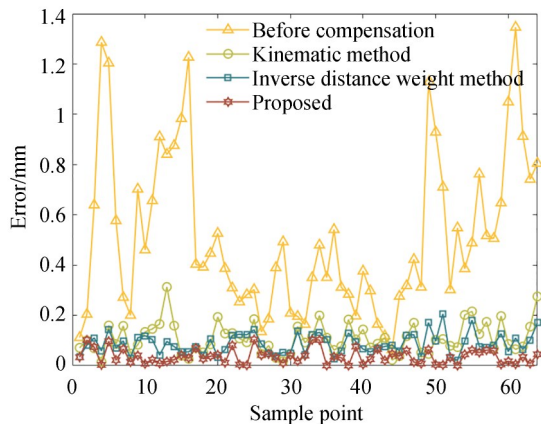


图9 不同方法误差补偿后距离误差

Fig. 9 Distance errors after error compensation using different methods

表6 不同方法误差补偿结果对比

Tab. 6 Comparison of error compensation results using different methods (mm)

	最大值	平均值	标准差
补偿前	1.346	0.514	0.321
运动学标定	0.313	0.109	0.062
反距离加权	0.206	0.088	0.041
本文方法	0.104	0.037	0.029

该方法通过邻域权重计算实现局部插值,误差分布更趋平稳,但由于未考虑操作空间中距离误差的相似性规律,其对整体误差的抑制仍存在局限。相比之下,本文提出的方法在综合性能上表现最佳,补偿后最大误差、平均误差和标准差分别降至 0.104 mm, 0.037 mm 和 0.029 mm。与运动学标定方法相比,误差最大值的精度提升了 66.77%;与反距离加权法相比,提升了 49.51%。这表明,针对局部作业空间内的距离误差补偿场景,本文方法相较于传统的基于距离约束的运动学参数辨识与传统空间插值方法,具备更高的预测精度与更优的补偿稳定性。综上,本文方法实现了标量误差向矢量误差的映射与同步补偿,显著提升了任务区域的距离精度。

4.2 机器人距离误差预测及补偿应用实验

为进一步验证本文方法在装配任务中的有效性,设计并开展了孔位装配实验。本实验所使用的装配工具为定制的导向销式装配工具(如图

10所示),该工具通过螺栓与机器人末端法兰进行刚性连接。用于激光跟踪仪测量的靶球同样安装于末端法兰处,其底座牢固粘接在法兰表面,靶球直接吸附于底座之上,以确保测量过程中与装配工具保持相对位置固定。本文利用 ZC-SCAN S2 手持式三维扫描仪(测量精度为 ± 0.02 mm)对机器人末端法兰、靶球和装配工具进行了扫描。基于获取的点云模型,并以末端法兰中心为统一基准,分别建立局部坐标系,提取出靶球与装配工具尖端的空间偏置参量。具体的坐标转换关系如表 7 所示。

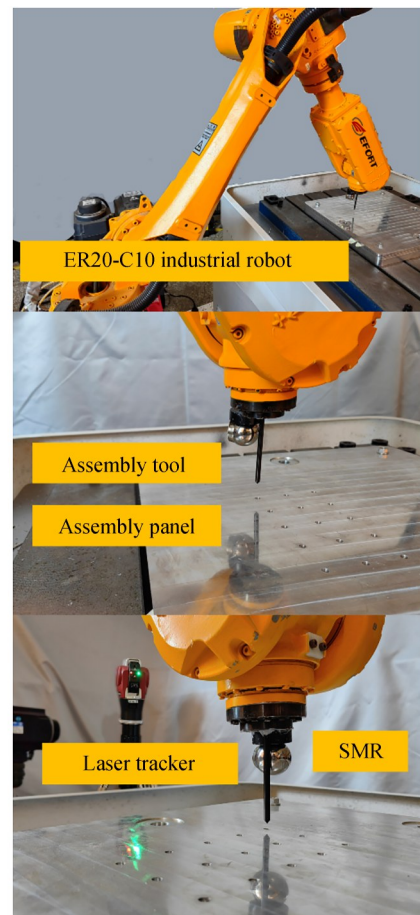


图10 装配实验设备图

Fig. 10 Experimental setup for the assembly test

该实验模拟的是带有自导向结构的孔轴装配场景,在此特定工况下,机器人末端在装配前及过程中的姿态保持不变,因此任务的研究重点聚焦于几何层面的对准装配。在 3.2 节所构建的操作空间网格中,选取 15 个样本点作为装配点,并在装配板的对应位置加工装配孔。随后,在机

机器人末端安装装配工具,以装配板上的 15 个孔为目标点,依次进行对准操作,模拟典型的装配过程。为精确引导机器人执行动作,在对准前需先确定目标孔位的实际空间坐标。具体而言:利用高精度激光跟踪仪配合靶球,对装配板上预设的 3 个基准定位孔进行测量,从而获得工件坐标系在测量坐标系下的位姿向量 $[x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T = [1\ 517.287\ \text{mm}, -282.698\ \text{mm}, -510.519\ \text{mm}, -65.461^\circ, -0.146^\circ, -179.440^\circ]^T$ 。结合预先标定好的测量坐标系与机器人基坐标系之间的转换矩阵,将预先在工件坐标系下定义的 15 个孔位

名义坐标,转换为机器人基坐标系下的目标坐标。随后,利用本文提出的误差预测模型对各目标点的位置误差进行预测与补偿,并通过逆运动学求解出各点相应的关节转角以驱动机器人自动运行至各装配点。最后,利用激光跟踪仪评估装配对准精度。测量时,激光跟踪仪先获取靶球的实际坐标,上位机结合预先获得的工具-靶球参数(表 7)及当前末端姿态,通过刚体变换解算出工具尖端的实际坐标。将其与孔位坐标的名义值对比求取距离偏差,即可实现精度的定量评估。

表 7 机器人末端坐标系下工具-靶球转换关系

Tab. 7 Transformation relationship of coordinate systems

	x/mm	y/mm	z/mm	$a/(\text{^\circ})$	$b/(\text{^\circ})$	$\gamma/(\text{^\circ})$
工具	0.018	-0.012	77.025	0.011	-0.015	0.008
靶球	18.231	10.452	32.416	0.124	-0.085	14.500

实验结果如图 11 和表 8 所示。补偿前,机器人装配点的最大距离误差为 1.609 mm,平均误差为 1.108 mm,标准差为 0.274 mm,表明机器人在到达多个离散孔位时,定位误差存在显著差异,其整体定位与对准精度难以满足高精度装配任务的前提需求。经过本文方法补偿后,最大距离误差降至 0.150 mm,平均误差降至 0.052 mm,标准差降至 0.041 mm。从结果可见,本文提出的基于操作空间插值的补偿方法在所有装

表 8 补偿前后装配误差

Tab. 8 Assembly errors before and after compensation

(mm)

	最大值	平均值	标准差
补偿前	1.609	1.108	0.274
补偿后	0.150	0.052	0.041

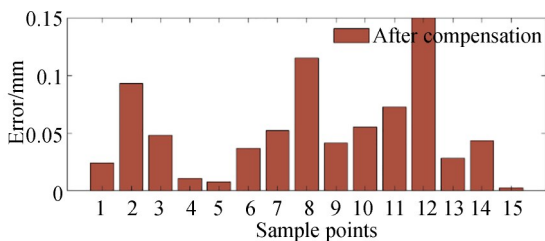
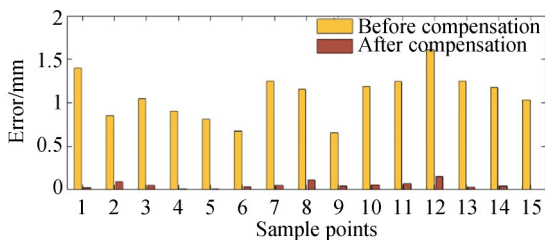


图 11 装配实验结果对比

Fig. 11 Comparison of assembly experiment results

配点上均显著提升了精度,补偿效果稳定可靠。与补偿前相比,整体空间距离误差水平大幅降低,机器人对多离散孔位的定位与对准精度,以及残差的平稳性均显著提升。这表明该方法不仅能够有效缩小各目标点位间定位误差的差异,而且在自导向型装配任务中具备良好的适应性和实用价值。

5 结 论

本文提出一种工业机器人距离误差预测模型及补偿方法,与现有误差补偿方法相比,所提方法不依赖复杂的运动学参数辨识,在适量采样点条件下即可显著提高装配尺寸链关键点的距离精度。主要结论可概括如下。

(1)通过对机器人关节空间与操作空间误差的关联分析,发现距离误差具有明显的空间相似性特征,引入变差函数实现对误差相似性的定量

描述,并据此建立了基于空间插值的距离误差预测模型。

(2)针对传统方法仅对标量误差进行修正的局限,提出了标量误差向矢量误差的转化机制,实现了误差幅值与方向的同步修正,显著提高了补偿模型对装配路径及离散点分布的适应能力。

(3)在距离误差预测和补偿实验中,本文所提方法补偿后最大距离误差由 1.346 mm 降至 0.104 mm,相比运动学标定和反距离加权法,精度分别提升 66.77% 与 49.51%。

(4)在装配应用实验中,补偿后装配距离误差的最大值由 1.609 mm 降低至 0.150 mm,平均误差由 1.108 mm 降低至 0.052 mm,证明了所提方法的可行性和有效性。

综上所述,本文提出的基于距离误差预测与

补偿方法能有效提升机器人在局部作业空间内的精度,然而,由于当前模型主要依赖恒定姿态下的误差相似性,在面临机器人姿态改变或跨区域作业时,现有插值模型无法直接外推适用。未来将进一步构建融合姿态特征的多维误差预测模型,研究变姿态跨区域工况下的预测补偿机制,并探索非固定基准点的误差建模与预测方法,以突破现有单一基准的局限性。

作者贡献声明:

王茜:误差预测与补偿方法的研究,实验数据分析,论文构思和撰写;

高贯斌:误差预测与补偿方法设计指导,论文审核与编辑写作;

牛锦鹏:误差预测方法调研;

那靖:方案可行性分析,论文审核。

参考文献:

- [1] 乔贵方,高春晖,蒋欣怡,等.基于支持向量回归的工业机器人空间误差预测[J].*光学精密工程*, 2024, 32(18): 2783-2791.
QIAO G F, GAO C H, JIANG X Y, *et al.* Spatial error prediction method for industrial robot based on Support Vector Regression [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(18): 2783-2791. (in Chinese)
- [2] 李博文,张晓辉,何煦,等.大型工业机器人运动学标定及精度补偿方法[J].*机械设计与制造*, 2023(12): 275-280.
LI B W, ZHANG X H, HE X, *et al.* Kinematics calibration of large industrial robot and precision compensation method [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2023(12): 275-280. (in Chinese)
- [3] 胡松,徐赵博,肖磊才,等.面向跨品类产品的可重构柔性装配技术研究[J].*机械工程学报*, 2024, 60(6): 69-81.
HU S, XU Z B, XIAO L C, *et al.* Research on reconfigurable and flexible assembly technology for cross-category products [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2024, 60(6): 69-81. (in Chinese)
- [4] LI Z B, LI S, LUO X. An overview of calibration technology of industrial robots [J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, 8(1): 23-36.
- [5] 李少华,吕景辉,徐波涛,等.基于工业机器人的卫星舱板安装方法[J].*兵工自动化*, 2023, 42(11): 88-92.
LI S H, LV J H, XU B T, *et al.* Installation method of satellite cabin board based on industrial robot [J]. *Ordnance Industry Automation*, 2023, 42(11): 88-92. (in Chinese)
- [6] 张俊鑫,陈威,黄斯凯,等.基于力位混合导向的工业机器人顺槽运动控制策略[J].*中国机械工程*, 2023, 34(6): 712-719, 726.
ZHANG J X, CHEN W, HUANG S K, *et al.* Control strategies for industrial robot motion along slot based on force and position hybrid guidances [J]. *China Mechanical Engineering*, 2023, 34(6): 712-719, 726. (in Chinese)
- [7] 梁硕,张胜伦,蒋周翔,等.基于力觉引导的协作机器人轴孔装配方法研究[J].*机床与液压*, 2025, 53(5): 1-7.
LIANG S, ZHANG S L, JIANG Z X, *et al.* Research on collaborative robot peg-in-hole assembly method based on force perception guidance [J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2025, 53(5): 1-7. (in Chinese)
- [8] LI Y F, LI B, ZHAO X D, *et al.* Error similarity analysis and error compensation of industrial robots with uncertainties of TCP calibration [J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(4): 2722.
- [9] LIU F, GAO G B, NA J, *et al.* Kinematic calibration for serial robots based on a vector inner product error model [J]. *IEEE Transactions on Industrial*

- Electronics*, 2025, 72(3): 2832-2841.
- [10] ZHANG D Q, LIANG H Y, LI X G, *et al.* Kinematic calibration of industrial robot using Bayesian modeling framework [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2025, 253: 110543.
- [11] MIAO L, ZHANG Y L, SONG Z C, *et al.* A two-step method for kinematic parameters calibration based on complete pose measurement: Verification on a heavy-duty robot [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2023, 83: 102550.
- [12] 史艳琼, 闵想, 戴尔愉, 等. 可重构三维测量系统在工业机器人定位误差补偿中的应用研究[J]. *光学精密工程*, 2025, 33(22): 3502-3524.
- SHI Y Q, MIN X, DAI E Y, *et al.* Application of reconfigurable 3D measurement system in the compensation of industrial robot localization error [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2025, 33(22): 3502-3524. (in Chinese)
- [13] CHEN L J, XU H H, HUANG Q, *et al.* An integrated method for compensating and correcting nonlinear error in five-axis machining utilizing cutter contacting point data[J]. *Scientific Reports*, 2024, 14: 8763.
- [14] LI B, TIAN W, ZHANG C F, *et al.* Positioning error compensation of an industrial robot using neural networks and experimental study [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2022, 35(2): 346-360.
- [15] 高贯斌, 张石文, 那靖, 等. 基于标定和关节空间插值的工业机器人轨迹误差补偿[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(21): 55-67.
- GAO G B, ZHANG S W, NA J, *et al.* Compensation of trajectory error for industrial robots by interpolation and calibration method in the joint space [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(21): 55-67. (in Chinese)
- [16] MIN K, NI F L, CHEN Z Y, *et al.* A robot positional error compensation method based on improved Kriging interpolation and kronecker products [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(4): 3884-3893.
- [17] CAO H Q, NGUYEN H X, TRAN T N, *et al.* A robot calibration method using a neural network based on a butterfly and flower pollination algorithm [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(4): 3865-3875.
- [18] 张德权, 李星奥, 张宁, 等. 工业机器人全域误差场精细化建模方法及其误差补偿策略[J]. *机械工程学报*, 2024, 60(13): 316-329.
- ZHANG D Q, LI X A, ZHANG N, *et al.* Refinement modeling method of error field in full domain for industrial robot and its corresponding error compensation strategy[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2024, 60(13): 316-329. (in Chinese)
- [19] 储琴, 吕继东. 机器人运动学参数标定的改进麻雀搜索算法[J]. *机械设计与研究*, 2022, 38(3): 52-55, 59.
- CHU Q, LÜ J D. Robot dynamic parameter calibration based on improved sparrow search algorithm [J]. *Machine Design and Research*, 2022, 38(3): 52-55, 59. (in Chinese)
- [20] KANG Z, WANG L, SUN A B, *et al.* Two-step calibration of 6-DOF industrial robots by grouping kinematic parameters based on distance constraints [J]. *Measurement*, 2024, 235: 114906.
- [21] HE J H, GU L F, YANG G L, *et al.* A local POE-based self-calibration method using position and distance constraints for collaborative robots [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2024, 86: 102685.
- [22] LUO W X, YU C J, WANG Q, *et al.* Spatially discretised compensation method for coordinate transformation in large-scale metrology under non-uniform temperature field [J]. *Measurement Science and Technology*, 2023, 34(3): 035003.
- [23] 周炜, 廖文和, 田威. 基于空间插值的工业机器人精度补偿方法理论与试验[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(3): 42-48.
- ZHOU W, LIAO W H, TIAN W. Theory and experiment of industrial robot accuracy compensation method based on spatial interpolation [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(3): 42-48. (in Chinese)
- [24] MENG F T, WEI J H, FENG Q Y, *et al.* A robot error prediction and compensation method using joint weights optimization within configuration space [J]. *Applied Sciences*, 2024, 14(24): 11682.
- [25] NIKU S B. *Introduction to Robotics: Analysis, Control, Applications* [M]. John Wiley & Sons, 2020.
- [26] 周炜, 廖文和, 田威, 等. 面向飞机自动化装配的机器人空间网格精度补偿方法研究[J]. *中国机械工程*, 2012, 23(19): 2306-2311.

ZHOU W, LIAO W H, TIAN W, *et al.* Robot accuracy compensation method of spatial grid for aircraft automatic assembly[J]. *China Mechanical Engineering*, 2012, 23(19): 2306-2311. (in Chinese)

- [27] 张恩政, 唐宁敏, 陈刚, 等. 基于改进 IGG3 权函数距离误差模型的工业机器人标定[J]. 中国机械

工程, 2021, 32(13): 1539-1546.

ZHANG E Z, TANG N M, CHEN G, *et al.* Industrial robot calibration based on improved IGG3 weight function of distance error model[J]. *China Mechanical Engineering*, 2021, 32(13): 1539-1546. (in Chinese)

作者简介:



王 茜(2000—),女,云南曲靖人,博士研究生,2022年于中国矿业大学获得学士学位,现就读于昆明理工大学机电工程学院,主要从事机器人学、精密测量与控制。E-mail: xiwang@stu.kust.edu.cn

通讯作者:



高贯斌(1979—),男,山东菏泽人,教授、博士研究生导师,2001年、2004年于东北大学分别获得学士、硕士学位,2010年于浙江大学获得博士学位,主要研究方向为机器人学、精密测量与控制、智能康复外骨骼。E-mail: gbgao@kust.edu.cn