

文章编号 1004-924X(2026)11-1652-13

液晶-旋转波片型全偏振成像入射角度修正

张 瑞^{1,2*}, 孔泉慧子^{1,2}, 吴芝序^{1,2}, 薛 鹏¹, 王志斌¹, 景 宁^{1,2}, 陶俊瞳³

- 中北大学 山西省智能微波光电技术创新中心, 山西 太原 030051;
- 中北大学 信息与通信工程学院, 山西 太原 030051;
- 陆装驻北京地区军代局某军代室, 山西 太原 030051)

摘要:针对液晶调制和旋转波片法的全斯托克斯偏振成像中未考虑斜入射偏振元件引起的相位延迟误差对偏振测量的影响,进而导致偏振测量精度下降等问题,提出一种成像入射角度修正方法。在传统偏振测量的基础上,分别构建了波片和液晶相位延迟与光束入射角的误差修正模型,明确了波片相位延迟量与入射角度和波长的定量关系,以及液晶相位延迟量与入射角度、驱动电压和波长的定量关系,设计了1:1二次成像远心中继光学系统,便于普通商业镜头的随意切换。实验结果表明,添加入射角度修正后,偏振度、线偏振度、圆偏振度和椭圆度角的最大相对误差值分别降低约7.72%,8.31%,10.50%和12.93%,为高精度偏振成像及斜入射条件下偏振光学系统优化设计与工程化应用提供了理论基础与技术支持。

关键词:偏振成像;液晶调制;旋转波片法;全斯托克斯;误差修正

中图分类号:O436.3 文献标识码:A

doi:10.37188/OPE.20263411.1652 CSTR:32169.14.OPE.20263411.1652

Incident angle correction for liquid crystal-rotating wave plate full polarization imaging

ZHANG Rui^{1,2*}, KONG Quanhuizi^{1,2}, WU Zhixu^{1,2}, XUE Peng¹, WANG Zhibin¹,
JING Ning^{1,2}, TAO Juntong³

- Technology Innovation Center of Shanxi Provincial for Intelligent Microwave Photoelectric, North University of China, Taiyuan 030051, China;
- College of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;
- Military Representative Office of Military Equipment Department in Beijing, Taiyuan 030051, China)

* Corresponding author, E-mail: zhangrui@nuc.edu.cn

Abstract: In full-Stokes polarization imaging based on liquid crystal modulation and rotating waveplate methods, the influence of phase retardation errors arising from the neglect of oblique incidence in polarization elements has not been adequately considered, leading to reduced measurement accuracy. Building upon conventional polarization measurement approaches, error correction models for waveplate and liquid

收稿日期:2026-03-19;修订日期:2026-04-08.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 62105302);中央引导地方科技发展资金项目(No. YDZJSX2025D041);山西省科技合作交流专项项目(No. 202404041101020)

crystal phase retardation were established as functions of the beam incidence angle. The quantitative relationships between waveplate retardation and both incidence angle and wavelength, as well as between liquid crystal retardation and incidence angle, driving voltage, and wavelength, were systematically characterized. A 1:1 secondary imaging telecentric relay optical system was designed to enable flexible switching among standard commercial lenses. Experimental results demonstrate that, with the incorporation of incidence-angle correction, the maximum relative errors in the degree of polarization, linear polarization degree, circular polarization degree, and ellipticity angle were reduced by approximately 7.72%, 8.31%, 10.50%, and 12.93%, respectively. These findings provide a theoretical foundation and technical support for high-precision polarization imaging, as well as for the optimized design and engineering application of polarization optical systems under oblique incidence conditions.

Key words: polarization imaging; liquid crystal modulation; rotating waveplate method; full-stokes; error correction

1 引 言

偏振探测既能提供目标场景的光强度及光谱信息,还可获得偏振度、偏振角及椭圆率等偏振参数,增强被测目标场景的信息量,在突显目标、提高目标和背景对比度和反演被测目标物理特性等方面有独特的优势,广泛应用于地物遥感、海面目标探测、生物医学、大气物理、空间探测和天文遥感等领域^[1-3]。

偏振调制元件包括电控偏振调制器件(液晶可变相位延迟器、电光调制器、量子阱等)、机械偏振调制器件(旋转波片、旋转偏振片等)、声光/弹光/磁光调制器件等。其中,液晶可变相位延迟器(Liquid Crystal Variable Retarder, LCVR)作为偏振设备中的关键电光调制器件,由于其口径大、调制速度快、无旋转结构、光谱范围宽、驱动电压低与相位延迟 $0^{\circ}\sim 360^{\circ}$ 连续可调等优势^[4-6],普遍应用于天文、遥感等领域的偏振探测中^[7]。而旋转波片法也凭借原理直观、机械旋转不引入色散、全波段精度一致、高损伤阈值、宽动态范围及宽温度适应性,在高精度偏振测量中占据不可替代的地位^[8-10]。在常规实验设定中,光路通常被假设为垂直入射于光学元件,忽略了光束斜入射偏振元件对测量精度的影响。实际上,入射光束与LCVR或波片表面法线的夹角越大,所引入的相位延迟误差也越显著,进而导致偏振测量精度下降^[11]。通过系统校准装置参数,可有效抑制此类误差,提升测量准确性。

近年来,偏振测量技术在天文、遥感及光电

探测等领域持续受到关注。美国、欧洲及日本先后开展了基于LCVR的全Stokes偏振成像系统研制^[12],在太阳磁场观测、大气遥感和生物组织偏振检测中均取得显著进展。同时,旋转波片法因其稳定的光学性能与高精度,广泛应用于天文偏振仪与卫星遥感载荷中,如欧洲空间局的SPICE仪器及日本Hinode卫星的SOT偏振测量系统^[13-17]。此外,Wang等报道了基于几何相位的液晶级联系统,该系统在宽谱偏振成像领域展现出良好应用前景,通过提出了一种全液晶、全可见光波段可调偏振测量方案,依托级联液晶Q板和偏振光栅实现了单次快照的宽谱段全Stokes参量测量,显著推动了偏振光学领域的进步^[18]。目前,针对LCVR与旋转波片在斜入射条件下的全偏振光谱测量参数校准仍缺乏系统性工作,国外NASA JPL与ESA在轨偏振载荷(如PACE、3MI)主要采用垂直入射假设,辅以温度-电压查找表进行延迟量修正,尚未公开斜入射误差模型。欧洲太阳望远镜(European Solar Telescope, EST)虽在实验室测得LCVR延迟量随入射角变化曲线,但未给出宽波段通用校准函数。国内中国科学院安徽光机所、长春光机所团队分别针对单一LCVR或单一旋转波片开展了 $0^{\circ}\sim 5^{\circ}$ 小角度入射修正^[19],但存在波段覆盖窄、角度采样稀疏且未考虑元件方位角耦合误差,难以满足宽谱段、大视场、高精度偏振遥感应用需求^[20-21]。综上所述,现有工作多集中于单一类型器件或特定光谱波段,尚未形成一套能够适用于宽光谱范围、多角度入射,在实际测量条件下的LCVR和

旋转波片的通用误差修正模型^[22-24]。本文基于 LCVR 与旋转波片的偏振测量参数校准,建立了相位延迟-入射角-波长的通用误差修正模型。通过理论建模与仿真,系统分析了 LCVR 与波片在斜入射条件下的相位响应特性,提出一种适用于宽光谱、多角度测量的误差补偿方法,从而实现全偏振测量的高精度校准,提升其在复杂光学环境下的测量可靠性与适用性。

2 基本原理和方法

2.1 基于 LCVR/旋转波片的偏振测量

液晶调制和旋转波片法是两种全 Stokes 偏

振测量技术^[25]。液晶调制的核心原理在于利用电压调控待测入射光的偏振态;旋转波片法的核心原理在于利用可旋转的 $\lambda/4$ 波片周期性地调制待测入射光的偏振态。调制后的光通过固定方向的偏振片(检偏器)后,光强信号被转换为随时间变化的电信号,由光电探测器接收。通过对此信号进行傅里叶分析,提取包含入射光所有偏振信息的 4 个 Stokes 参数。图 1 是偏振成像装置示意图,待测光束通过一次成像商业镜头进入前置消色差准直系统,出射的平行光束依次通过 LCVR 或可旋转的 $\lambda/4$ 波片和固定偏振片,然后经过后置聚焦成像系统成像于相机探测面完成图像采集。

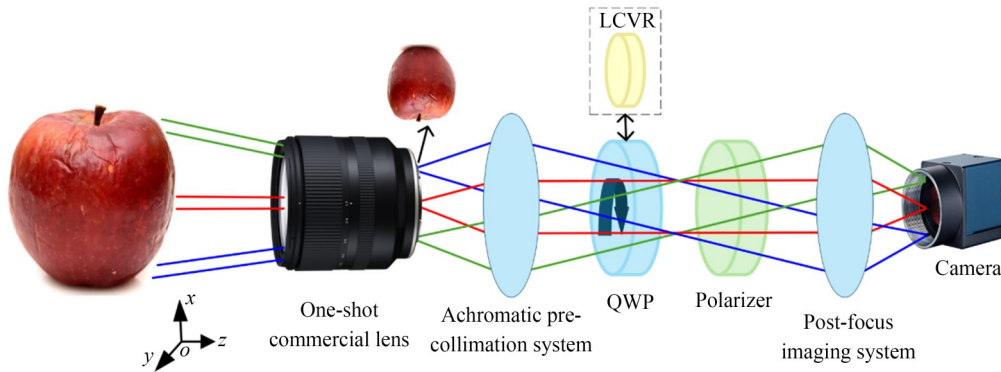


图 1 偏振测量装置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of polarization measurement devices

定义光束垂直入射沿 z 轴方向,方位角 α 为光束在 yo 平面内与 z 轴水平方向夹角,俯仰角 β 为 xoz 平面内与 z 轴竖直方向夹角。当光束垂直入射时, α 和 β 均为 0° ,入射光 Stokes 参量为 $\mathbf{S}=[S_0, S_1,$

$S_2, S_3]^T$,其中 S_0 为总光强, S_1 为 0° 与 90° 线偏振强度差, S_2 为 45° 与 135° 线偏振强度差, S_3 为右旋与左旋圆偏振强度差。当 $\lambda/4$ 波片快轴与水平方向的夹角(旋转角)为 θ ,相位延迟量为 δ 时,其穆勒矩阵为:

$$M_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta & \sin 2\theta \cos 2\theta (1 - \cos \delta) & -\sin 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \cos 2\theta (1 - \cos \delta) & \sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta \cos \delta & \cos 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \sin \delta & -\cos 2\theta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

理想线性偏振片透射轴与水平方向的夹角为 φ 时,其穆勒矩阵为:

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\varphi & \sin 2\varphi & 0 \\ \cos 2\varphi & \cos^2 2\varphi & \sin 2\varphi \cos 2\varphi & 0 \\ \sin 2\varphi & \sin 2\varphi \cos 2\varphi & \sin^2 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

光学成像部分不影响光束的偏振态,根据穆勒矩阵理论推导出射光的斯托克斯矢量 $\mathbf{S}'(S_0', S_1', S_2', S_3')^T$ 为:

$$\mathbf{S}' = P \times M_\theta \times \mathbf{S}. \quad (3)$$

光电探测器检测到的光强信号 $I(\theta) = S_0'$ 为:

$$I(\theta) = \frac{1}{2} S_0 + \frac{1}{4} (S_1 \cos 2\theta + S_2 \sin 2\theta) (1 + \cos \delta) + \frac{1}{2} S_3 \sin 2\theta \sin \delta \cos 2\varphi - \frac{1}{2} S_3 \cos 2\theta \sin \delta \sin 2\varphi + \frac{1}{4} (S_1 \cos 2\theta - S_2 \sin 2\theta) (1 - \cos \delta) \cos 4\varphi + \frac{1}{4} (S_1 \sin 2\theta + S_2 \cos 2\theta) (1 - \cos \delta) \sin 4\varphi. \quad (4)$$

令 $\theta = \omega t$, 则可以将 $I(\theta)$ 表示成傅里叶级数形式:

$$I(t) = I_0 [I_0 + \alpha_2 \cos(2\omega t) + \beta_2 \sin(2\omega t) + \alpha_4 \cos(4\omega t) + \beta_4 \sin(4\omega t)]. \quad (5)$$

对比式(4)和式(5)得到 4 阶傅里叶级数系数矩阵 B 为:

$$B = \begin{bmatrix} I_0 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \alpha_4 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_0 = \frac{1}{2} S_0 + \frac{1}{4} (S_1 \cos 2\theta + S_2 \sin 2\theta) (1 + \cos \delta) \\ \alpha_2 = \frac{1}{2} S_3 \sin 2\theta \sin \delta / I_0 \\ \beta_2 = -\frac{1}{2} S_3 \cos 2\theta \sin \delta / I_0 \\ \alpha_4 = \frac{1}{4} (S_1 \cos 2\theta - S_2 \sin 2\theta) (1 - \cos \delta) / I_0 \\ \beta_4 = \frac{1}{4} (S_1 \sin 2\theta + S_2 \cos 2\theta) (1 - \cos \delta) / I_0 \end{cases} \quad (6)$$

B 矩阵包含光强信号经傅里叶分解后的直流分量 I_0 、2 倍频系数 (α_2, β_2) 及 4 倍频系数 (α_4, β_4), 表征偏振光强随波片旋转变化的频谱特征。根据式(6)可反演计算求得入射光 S 的 Stokes 参量:

$$\begin{cases} S_0 = 2I_0 - \cot^2 \frac{\delta}{2} (\alpha_4 \cos 4\theta + \beta_4 \sin 4\theta) \\ S_1 = \frac{2(\alpha_4 \cos 2\theta + \beta_4 \sin 2\theta)}{1 - \cos \delta} \\ S_2 = \frac{2(\beta_4 \cos 2\theta - \alpha_4 \sin 2\theta)}{1 - \cos \delta} \\ S_3 = \frac{2\alpha_2}{\sin 2\theta \sin \delta} \end{cases} \quad (7)$$

上述推导过程适用于光束垂直入射的情况, 而在实际应用中并非总是垂直入射条件。因此, 通过建立斜入射误差修正模型(方位角 α 和俯仰角 β 不为 0°), 校准各偏振元件的相位延迟偏差 $\Delta\delta$, 实现系统误差的有效补偿。

2.2 斜入射误差修正

2.2.1 波片相位延迟-入射角度修正

从波片的空间几何模型出发, 分析光在单轴晶体折射率椭球中的传播特性。如图 2 所示, 建立以光轴为 x 轴的坐标系, 入射光束沿 z 轴方向。当波片在空间中取向改变时, 入射光束在晶体内部被分解为寻常光(o 光)和非寻常光(e 光)两个正交偏振分量。其中, o 光电场矢量垂直于由光轴与波片表面法线确定的主截面, 其折射率恒为 n_o , 与波片空间取向无关; e 光电场矢量位于主截面内, 其折射率 n_e 随波矢 K 与光轴的夹角 θ 变化, 该夹角由波片的空间取向决定。e 光的有效折射率 $n_e(\theta)$ 遵循单轴晶体的折射率椭球规律, $n_e(\theta)$ 随 θ 变化, n_o 保持不变, 两束光在通过波片后产生与波片取向相关的相位延迟。为定量描述波片在任意空间取向下的相位延迟特性, 将光束斜入射时与波片表面的夹角等效为波片旋转后与垂直入射光束的夹角。定义波片绕光轴旋转的角度为方位角 α , 绕 y 轴旋转的角度为俯仰角 β 。以 α - β 双参数描述波片在空间中的任意取向: 当仅旋转 α 角时, 波片绕光轴自转; 再旋转 β 角时光轴向 z 轴方向倾斜, 波片平面产生额外的空间倾斜, 如图 2(a) 所示。入射光束 K 与波片表面法线 n 的夹角 θ_m 和入射光束 K 与光轴的夹角 θ 如图 2(b) 所示。

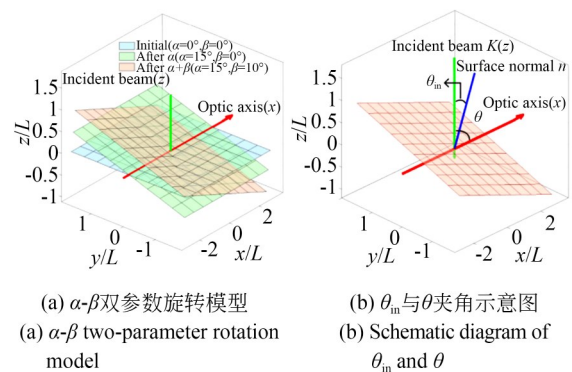


图 2 旋转波片示意图

Fig. 2 Schematic diagram of rotating wave plate

根据该旋转模型, 光束始终沿 z 轴垂直入射, 而波片表面法线方向旋转变化的。初始波片表面法线沿 z 轴方向, 表示为向量 $n_0 = [0, 0, 1]^T$, 经过方位角 α 和俯仰角 β 两次旋转后, 通过旋转矩阵 $R_x(\alpha)$ 和 $R_y(\beta)$ 表示旋转后的波片表面法

线方向:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= R_y(\beta) \cdot R_x(\alpha) \cdot \mathbf{n}_0 = \\ & \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \alpha \\ \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

初始光轴方向沿 x 轴, 其光场矢量表示为 $\mathbf{u}_0 = [1, 0, 0]^T$, 当波片绕 x 轴旋转方位角 α 时, 光轴方向不变, 仍为 $\mathbf{u}_1 = R_x(\alpha) \cdot \mathbf{u}_0 = [1, 0, 0]^T$, 再绕 y 轴旋转 β 角时, 光场矢量变为:

$$\mathbf{u} = R_y(\beta) \cdot \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} \cos \beta \\ 0 \\ -\sin \beta \end{bmatrix}. \quad (9)$$

由旋转后的光轴表达式可以发现光轴方向与 α 无关, 只有 β 影响光轴方向。入射光束沿 z 轴 $\mathbf{K} = [0, 0, 1]^T$, 则入射光束 \mathbf{K} 与波片表面法线 \mathbf{n} 的夹角 θ_m 表示为:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= |\mathbf{u} \cdot \mathbf{K}| = |-\sin \beta| \Rightarrow \\ \theta &= \arccos(|\sin \beta|) = 90^\circ - |\beta|. \end{aligned} \quad (10)$$

此时 $\sin \theta = \cos \beta$, $\cos \theta = \sin \beta$, e 光的有效折射率为:

$$n_e(\beta) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 + (n_e^2 - n_o^2) \sin^2 \beta}}.$$

实际斜入射光束经过波片的光程 L 为:

$$L = \frac{d}{|\cos \theta_m|} = \frac{d}{|\cos \alpha \cos \beta|}. \quad (11)$$

即路径因子 $= \frac{1}{|\cos \alpha \cos \beta|}$, 则零级波片厚度

为 $d = \frac{\lambda}{4|n_e - n_o|}$ 的相位延迟最终表达式为:

$$\begin{aligned} \delta(\alpha, \beta, \lambda) &= \frac{2\pi d}{\lambda} |n_e(\beta) - n_o| = \\ & \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\left| \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 + (n_e^2 - n_o^2) \sin^2 \beta}} - n_o \right|}{|n_e - n_o|} \cdot \frac{1}{|\cos \alpha \cos \beta|}. \end{aligned} \quad (12)$$

由上述推导可知, 方位角 α 仅改变光程不改变双折射率, 而俯仰角 β 既改变双折射率又改变

光程, 二者共同决定总相位延迟量。

2.2.2 LCVR 相位延迟的电压-入射角度修正

这里从空间几何模型出发, 建立了晶体波片在 α - β 双参数斜入射下的相位延迟表达式, 揭示了方位角 α 仅改变光程, 俯仰角 β 同时影响双折射与光程这一规律。LCVR 与波片同属于相位延迟器, 可作为偏振元件代替偏振测量系统中的波片使用。但波片的光轴方向固定, 而 LCVR 的光轴方向始终位于 x - z 平面由电压调谐的液晶分子指向矢决定, 可表示为电压可控的光轴矢量 $\mathbf{u}_{LC}(V) = [\sin \theta_m(V), 0, \cos \theta_m(V)]^T$, 其中, $\theta_m(V)$ 为液晶分子长轴与 x 轴的倾角, 该矢量仅依赖于电压 V 。因此, 将波片几何模型中的固定光轴替换为 $\mathbf{u}_{LC}(V)$ 即可计算得到 LCVR 在斜入射条件下相位延迟表达式 $\delta_{LC}(V, \alpha, \beta, \lambda)$ 。本节将在统一 α - β 旋转模型下从折射率椭球出发, 建立含电压参数 V 的 LCVR 斜入射相位延迟误差修正模型。该模型对不同电压条件均保持一致性, 无需针对特定电压独立标定。

LCVR 采用沿面排列电控双折射模式, 液晶层厚度为 d , 寻常光折射率 n_o 、非寻常光主折射率 $n_e (n_e > n_o)$ 。光束始终沿 z 轴垂直入射表示为波矢量 $\mathbf{K} = [0, 0, 1]^T$ 。LCVR 的初始表面法线沿 z 轴 $\mathbf{n}_0 = [0, 0, 1]^T$, 初始光轴方向 \mathbf{u}_0 由液晶指向矢决定。当电压为 0 时, 光轴沿 x 轴或与 x 轴成固定预倾角, 本文取一般形式 $\mathbf{u}_0 = [\sin \theta_m(0), 0, \cos \theta_m(0)]^T$ 。光束斜入射等效于光束垂直入射的同时 LCVR 绕 x 轴旋转方位角 α 、绕 y 轴旋转俯仰角 β , 液晶分子指向矢随 LCVR 一起旋转。在外加电压 V 的驱动下, 液晶分子指向矢同时在 x - z 平面内向 z 轴倾斜, 如图 3 所示, 倾角 $\theta_m(V)$ 是关于电压的函数。 $\theta_m(V)$ 满足下列经验公式:

$$\begin{aligned} \theta_m(V) &= \\ & \begin{cases} \theta_0, & (V \leq V_{th}) \\ \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left\{ \exp \left[- \left(\frac{V - V_{th}}{V_0} \right)^M \right] \right\}, & (V > V_{th}) \end{cases}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中: V_{th} 为阈值电压, V_0, M 为与液晶材料相关的常量, θ_0 为初始预倾角。LCVR 经 α - β 旋转后, 由式(8)得到表面法线方向 \mathbf{n} , 入射光束与 LCVR

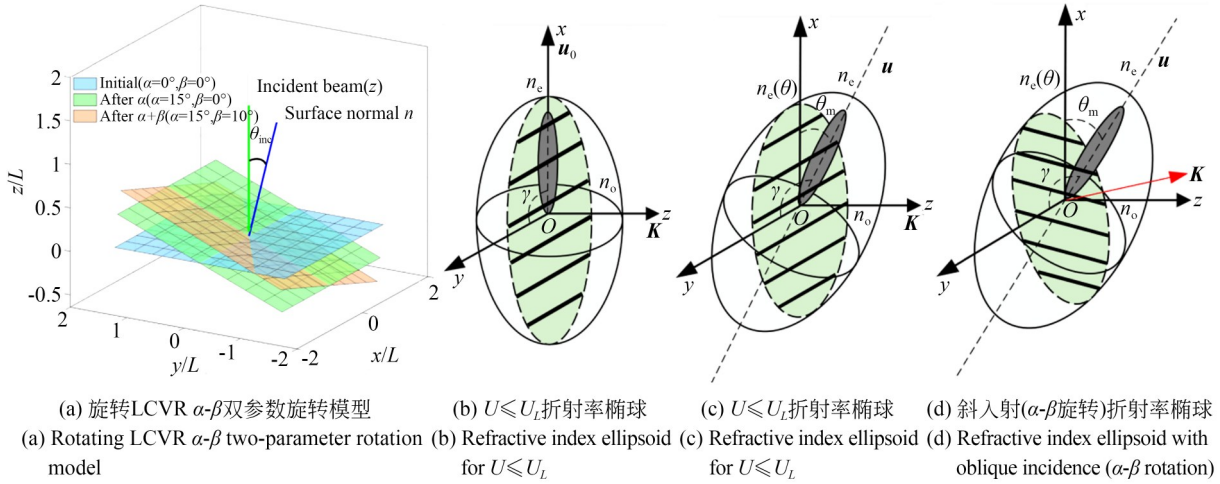


图 3 LCVR 驱动电压与折射率椭球偏转角示意图

Fig. 3 Schematic diagram of LCVR driving voltage and refractive index ellipsoid deflection angle

表面法线的夹角为 $\theta_{inc} = \arccos|\cos \alpha \cos \beta|$, 光束在 LCVR 内的实际几何路径为 $L = d/|\cos \alpha \cos \beta|$, 几何路径因子 $1/|\cos \alpha \cos \beta|$ 与波片一致。

LCVR 光轴矢量 $\mathbf{u}_{LC}(V)$ 经 α - β 旋转后:

$$\mathbf{u}(V, \alpha, \beta) = R_y(\beta) \cdot R_x(\alpha) \cdot \mathbf{u}_{LC}(V) = \begin{bmatrix} \sin \theta_m(V) \cos \beta + \cos \theta_m(V) \sin \beta \sin \alpha \\ \cos \theta_m(V) \cos \alpha \\ -\sin \theta_m(V) \sin \beta + \cos \theta_m(V) \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix}. \quad (14)$$

入射光波矢量 \mathbf{K} 与光轴 $\mathbf{u}(V, \alpha, \beta)$ 的夹角 γ 由点积公式计算可得:

$$\cos \gamma = \left| \frac{\mathbf{u}(V, \alpha, \beta) \cdot \mathbf{K}}{|\mathbf{u}(V, \alpha, \beta)| |\mathbf{K}|} \right| = \left| \frac{-\sin \theta_m(V) \sin \beta + \cos \theta_m(V) \cos \beta \sin \alpha}{\sqrt{(\sin \theta_m(V) \cos \beta + \cos \theta_m(V) \sin \beta \sin \alpha)^2 + (\cos \theta_m(V) \cos \alpha)^2 + (-\sin \theta_m(V) \sin \beta + \cos \theta_m(V) \cos \beta \sin \alpha)^2}} \right|. \quad (15)$$

由式 (15) 可得 $\gamma = \arccos \left| \frac{\mathbf{u}(V, \alpha, \beta) \cdot \mathbf{K}}{|\mathbf{u}(V, \alpha, \beta)| |\mathbf{K}|} \right|$.

$$\delta_{LC}(V, \alpha, \beta, \lambda) = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \left[\frac{n_o(\lambda) n_e(\lambda)}{\sqrt{n_o^2(\lambda) \sin^2 \gamma + n_e^2 \cos^2 \gamma}} - n_o(\lambda) \right] \cdot \frac{1}{|\cos \alpha \cos \beta|}. \quad (18)$$

综上所述, 通过构建 $\lambda/4$ 波片和 LCVR 在斜入射条件下的相位延迟误差修正模型, 得到最终相位延迟表达式 $\delta(\alpha, \beta, \lambda)$ 和 $\delta_{LC}(V, \alpha, \beta, \lambda)$, 二者均基于偏振延迟器的统一理论框架, 从折射率椭球的一般形式 $\delta = 2\pi d \cdot |n_e - n_o|/\lambda$ 出发, 建立了适用于不同参数条件下的通用误差模型, 从而将波片与 LCVR 统一为同一类偏振延迟器件的特殊表现形式。将修正后的相位延迟量替换式 (6) 中的 δ 值计算, 即可获得误差补偿后的 Stokes 参

式 (15) 与式 (4) 不同, 根源在于波片的光轴随 β 转动且无电压调谐, 而 LCVR 的光轴经 β 旋转后的指向矢由式 (13) 决定。当波矢与光轴夹角为 γ 时, 寻常光折射率恒为 n_o , e 光的有效折射率为 $n_e(\gamma)$, LCVR 在斜入射下的有效双折射为:

$$\Delta n_{eff}(V, \alpha, \beta) = \frac{n_o n_e}{(n_o^2 \sin^2 \gamma + n_e^2 \cos^2 \gamma)^{1/2}} - n_o. \quad (16)$$

结合几何路径因子得到 LCVR 斜入射相位延迟的完整表达式:

$$\delta_{LC}(V, \alpha, \beta, \lambda) = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \Delta n_{eff}(V, \alpha, \beta) \cdot \frac{1}{|\cos \alpha \cos \beta|}. \quad (17)$$

将式 (14)~式 (16) 代入式 (17) 可得 LCVR 在斜入射条件下的最终相位延迟表达式:

量, 从而有效修正角度偏差引起的成像误差。

3 误差分析与仿真

3.1 斜入射波片的相位延迟误差分析

为分析斜入射 $\lambda/4$ 波片和 LCVR 时对相位延迟性能的影响, 基于式 (13) 和式 (14) 的相位延迟-入射角度修正理论模型, 在方位角 α 和俯仰角 β 为 $\pm 20^\circ$ 的范围内进行了数值仿真。图 4 展示了

$\lambda/4$ 波片相位延迟的角向依赖特性及其物理机制,包括单参数变化规律如图 4(a)~4(c)和双参

数耦合效应如图 4(d)~4(e),为波片因角度引起的相位延迟误差分析提供了定量依据。

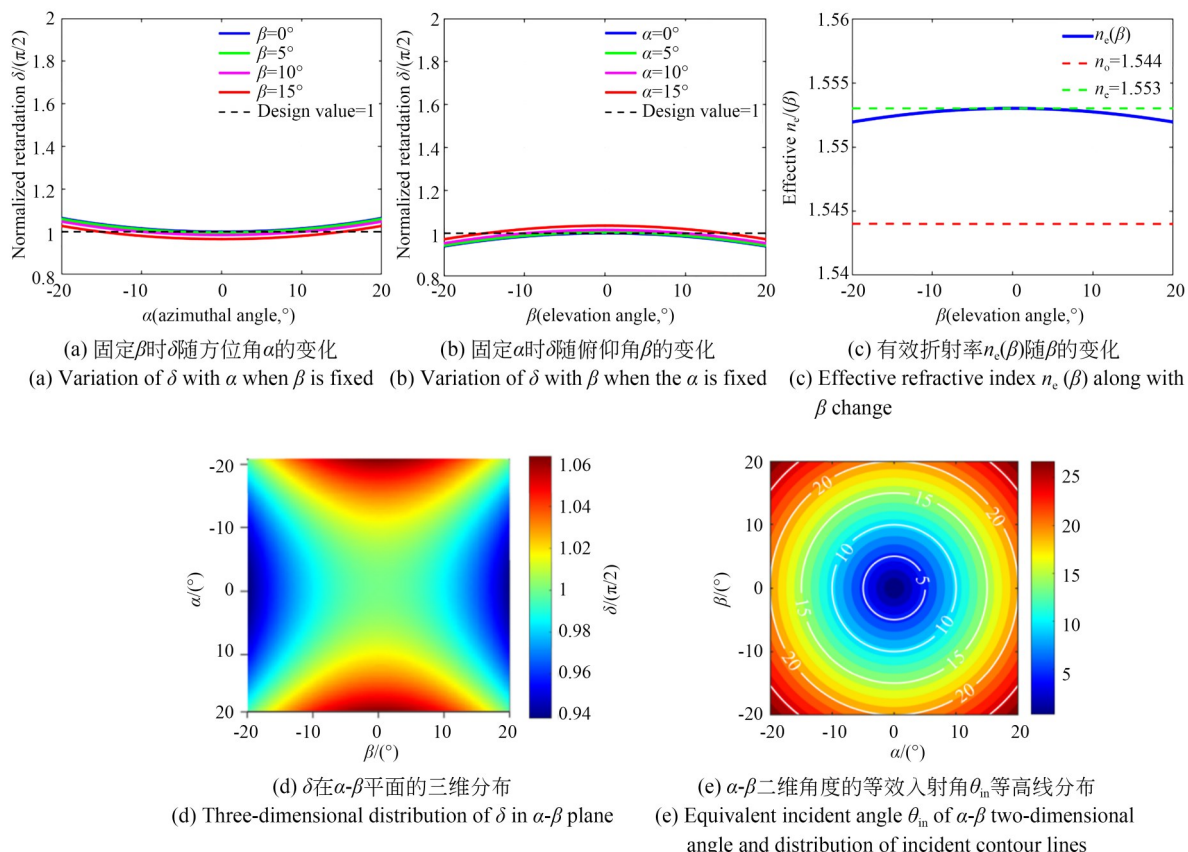


图 4 $\lambda/4$ 相位延迟角向特性仿真

Fig. 4 Simulation of $\lambda/4$ phase delay angular characteristics

图 4(a)可以看出, $\beta=0^\circ$ 时在 $\alpha=0^\circ$ 处相位延迟量为理论值,随方位角 $|\alpha|$ 增大,相位延迟量向两侧对称升高;当 β 增大时,曲线整体下移且均在 $\alpha=0^\circ$ 处于极小值, $|\alpha|=\pm 20^\circ$ 时偏离理论值约 10%。图 4(b)显示, $\alpha=0^\circ$ 时在 $\beta=0^\circ$ 处相位延迟量为理论值,随俯仰角 $|\beta|$ 增大向两侧对称减小;当 α 增大时,相位延迟量整体上移且均在 $\beta=0^\circ$ 处为极大值。图 4(c)展示当石英晶体的 $n_o=1.544$ 和 $n_e=1.553$ 时 n_e 随俯仰角 β 的变化规律,当 $\beta=0^\circ$ 时, $n_e(\beta)=n_e=1.553$,双折射率最大;随 $|\beta|$ 增大,入射光束与光轴夹角 θ 减小, $n_e(\beta)$ 逐渐降低并向 n_o 靠近;在 $\beta=\pm 20^\circ$ 范围内, $n_e(\beta)$ 从 1.553 缓慢下降至 1.552,变化幅度仅约 0.06%。这一微弱变化表明:在小角度倾斜范围内,双折射率的变化对相位延迟的影响小于几何路径因子。图 4(d)展示了归一化相位延迟量在 α - β 平面上的

三维分布,相位延迟量在 $(\alpha, \beta)=(0, 0)$ 处为理论值,在 $\beta=0^\circ$ 时沿 α 轴方向相位延迟量从中心向两侧单调上升; $\alpha=0^\circ$ 时沿 β 轴方向相位延迟量先上升后下降,揭示了 α 和 β 角对相位延迟的耦合作用。图 4(e)展示了 α - β 双参数的等效斜入射角 θ_m 的等高线分布,在中心 $\alpha=\beta=0$ 处 $\theta_m=0^\circ$ 为正入射, θ_m 随 $|\alpha|$ 和 $|\beta|$ 增大而增大,仅 α 角倾斜时, $\theta_m=|\alpha|$,仅 β 倾斜时, $\theta_m=|\beta|$; θ_m 的等高线是以原点为中心的近似圆形,表明 α 和 β 对斜入射角的影响具有对称性和各向同性。该图直接决定了几何路径因子的分布,中心区域的路径因子 ≈ 1 ,边缘区域的路径因子 ≈ 1.1 ,这为波片装调时的角度误差设计提供了定量依据。

3.2 斜入射 LCVR 的相位延迟误差分析

图 5 展示了 LCVR 相位延迟的角向依赖特性及其物理机制。由图可知,液晶分子长轴与 z

轴的夹角 $\theta_m=0^\circ$ 时,分子长轴平行于液晶盒表面;当 $\theta_m=90^\circ$ 时,分子长轴平行于 z 轴;图 5(a) 中当施加电压未超过阈值电压时, θ_m 保持初始预倾角 θ_0 , 当电压 V 达到阈值电压时 θ_m 立刻跳变至 0° , 随电压 V 增大, θ_m 逐渐增大, LCVR 的相位延迟量减小, 当电压增大到一定程度时, θ_m 从 0° 增大到 90° , 此时液晶分子倾角区域饱和状态。当 LCVR 方位角 α 固定时, 改变俯仰角 β 导致光轴始终在 $x-z$ 平面内旋转, 如图 5(b) 所示。当施加电压为 2.5 V 时 $\theta_m \approx 29^\circ$, 入射光束与光轴的夹角 $\gamma = \theta_m + \beta$, 即 $\gamma \in [29^\circ - 20^\circ, 29^\circ + 20^\circ]$ 时, γ 角随俯仰角 β 的增大而单调递增, 俯仰角 β 越大相位延迟量越大。当俯仰角 β 固定时, 改变 LCVR 的方位角 α 导致光轴被转出 $x-z$ 平面, 产生 y 分量, γ 角取决于 $|\cos\alpha|$, γ 角在方位角 $\alpha=0^\circ$ 处最小, 即在垂直入射时相位延迟量处于极大值, 随倾斜角度越

大, 相位延迟量的误差越大, 如图 5(c) 所示。为验证误差修正模型在 LCVR 全工作区间内的普适性, 选取覆盖其动态范围的 3 个典型电压值进行分析: 0 V 对应液晶分子倾角极小的初始状态, 2.5 V 对应倾角变化最敏感的过渡区域, 10 V 对应倾角趋于饱和状态。由图 5(d) 可以看出, 当驱动电压 $V=0$ V 时, 改变方位角 α , 归一化 δ 值先减小后增大, 改变俯仰角 β , 归一化 δ 值先增大后减小; 图 5(e) 中, $V=2.5$ V 时, 改变方位角 α 和俯仰角 β , δ 值单调递减; 图 5(f) 中, $V=10$ V 时, 改变方位角 α 和俯仰角 β , δ 值均先减小后增大。图 5 系统展示了 LCVR 在电压-角度-延迟特性变化规律, 低电压时相位延迟对角度敏感但中心区域稳定; 高电压时相位延迟量角度依赖性复杂。实际应用中, 需根据所需的相位延迟调谐范围和角度容差选择合适的工作电压。

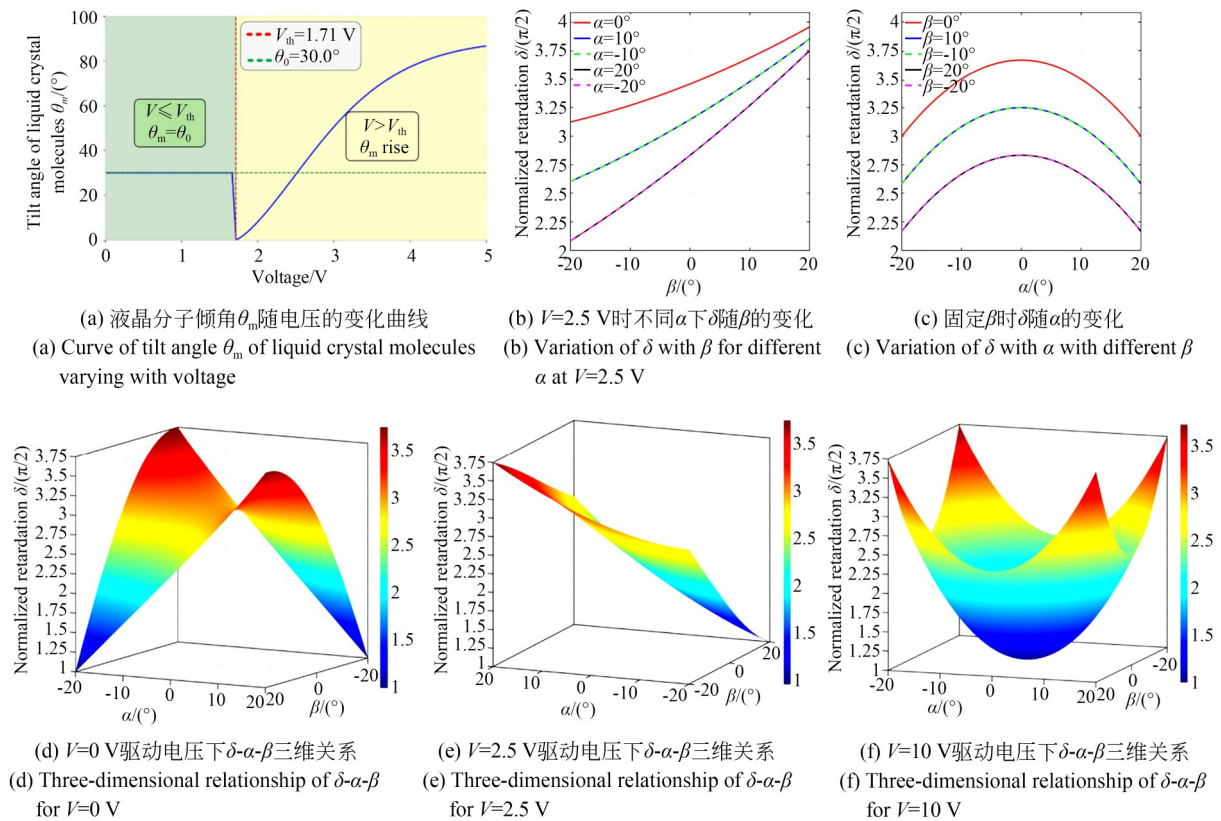


图 5 LCVR 相位延迟的电压-角度特性仿真

Fig. 5 Simulation of the voltage-angle characteristics of LCVR phase delay

3.3 实验与偏振测量误差分析

实验装置如图 6 所示, 采用卤素光源通过光阑照射毛玻璃, 经过起偏器和 $\lambda/4$ 波片形成待测

偏振光。其中, 起偏器采用麓邦公司的 MN-FLP25-VIS600 薄膜线性偏振片, $\lambda/4$ 波片采用麓邦公司的 AQWP25-VIS-A-M 消色差 $1/4$ 波片。

由美国 Meadowlark Optics 公司的偏振测量仪测得待测偏振光垂直入射偏振测量装置的 Stokes

参数的理论值为 $S_0=1.0, S_1=0.7, S_2=0.6, S_3=0.2$, 此时 $\Delta\delta=0$, 然后入射偏振测量装置。

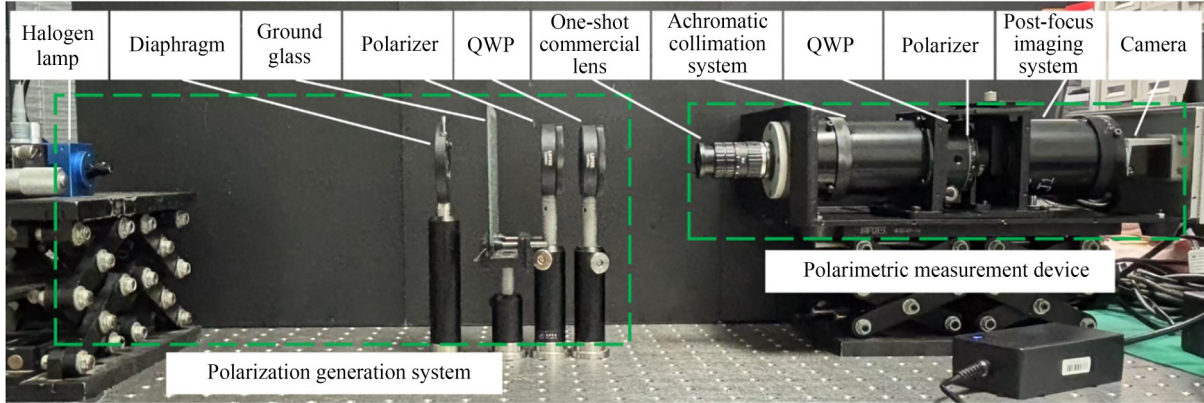


图 6 偏振测量装置

Fig. 6 Polarization measurement devices

由式(10)~式(15)可知,在 $\pm 20^\circ$ 斜入射角度下, $70^\circ \leq \theta \leq 90^\circ, 70^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$, 波长选择 $\lambda=632.8 \text{ nm}$, 对应 $\lambda/4$ 波片的 $n_e=1.55, n_o=1.54$, 厚度 $d=17.9 \mu\text{m}$; LCVR 的 $n_e=1.53, n_o=1.72$, 厚度 $d=3.33 \mu\text{m}$, 当电压为 2.5 V , 光轴与 z 轴的夹角 $\theta_m \approx 29^\circ$ 。图 7 展示了 $\beta \in [0^\circ, 20^\circ]$ 误差修正前后 Stokes 参数曲线对比, 修正后同一偏振态区

域的 Stokes 参数不随角度变化。当光束垂直入射和斜入射偏振测量装置中的波片或 LCVR 时偏振度(DoP)相对误差值为 $|\Delta\text{DoP}|/\text{DoP}$, 线偏振度(DoLP)的相对误差值为 $|\Delta\text{DoLP}|/\text{DoLP}$, 圆偏振度(DoCP)的相对误差值为 $|\Delta\text{DoCP}|/\text{DoCP}$ 和椭圆度角(Ellipticity)的相对误差值 $|\Delta\text{Ell}|/\text{Ell}$, 误差修正结果如表 1 和表 2 所示。

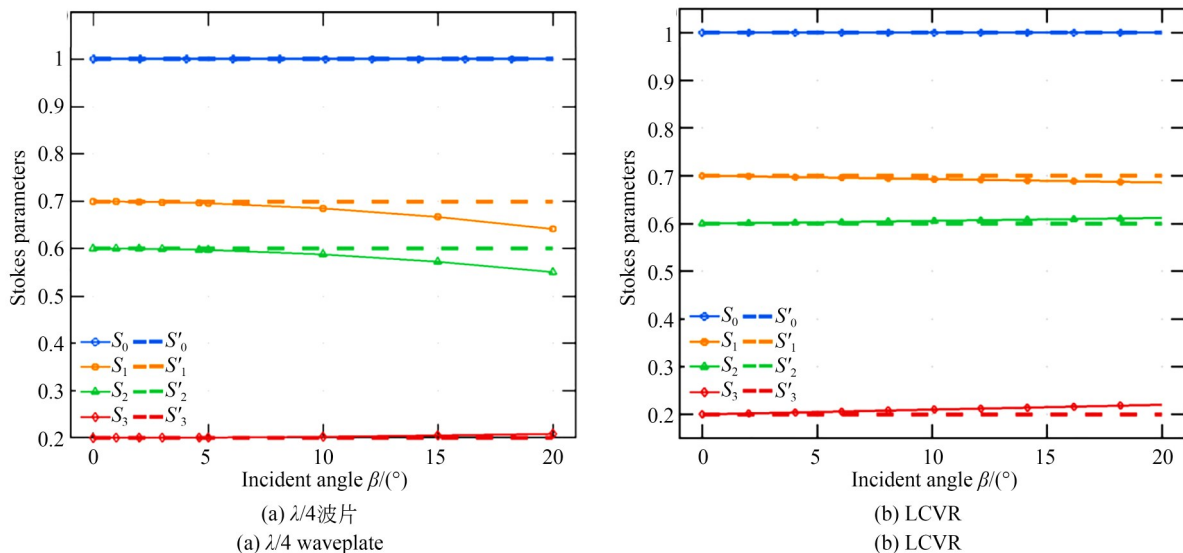


图 7 $\beta \in [0^\circ, 20^\circ]$ 误差修正前后 Stokes 参数曲线对比

Fig. 7 Comparison of Stokes parameter curves before and after error correction for $\beta \in [0^\circ, 20^\circ]$

当考虑入射角度的影响时,从表 1 可得 $\lambda/4$ 波片的偏振度最大相对误差约减小 7.72% , 线偏

振度为 8.31% , 圆偏振度为 4.00% , 椭圆度角为 12.93% 。从表 2 可以看出, LCVR 的偏振度最大

表 1 光波垂直入射和非垂直入射 $\lambda/4$ 波片时各偏振度的相对误差

Tab. 1 Relative errors of polarization degrees for $\lambda/4$ waveplate at normal and oblique incidence

Incident angle β	Stokes parameters (S_0, S_1, S_2, S_3)	$\frac{\Delta DoP}{DoP} / \%$	$\frac{\Delta DoLP}{DoLP} / \%$	$\frac{\Delta DoCP}{DoCP} / \%$	$\frac{\Delta Ell}{Ell} / \%$
20°	(1.00, 0.642, 0.550, 0.208)	7.72	8.31	4.00	12.93
10°	(1.00, 0.686, 0.587, 0.202)	1.93	2.07	1.00	3.04
1°	(1.00, 0.699, 0.599, 0.201)	0.12	0.15	0.50	0.63
0°	(1.00, 0.700, 0.600, 0.200)	0.00	0.00	0.00	0.00

表 2 光波垂直入射和非垂直入射 LCVR 时各偏振度的相对误差

Tab. 2 Relative errors of polarization degrees for LCVR at normal and oblique incidence

Incident angle (α, β)	Stokes parameters (S_0, S_1, S_2, S_3)	$\frac{\Delta DoP}{DoP} / \%$	$\frac{\Delta DoLP}{DoLP} / \%$	$\frac{\Delta DoCP}{DoCP} / \%$	$\frac{\Delta Ell}{Ell} / \%$
(20°, 20°)	(1.0, 0.725, 0.568, 0.192)	0.28	0.10	4.00	3.79
(20°, 0°)	(1.0, 0.719, 0.571, 0.179)	0.84	0.41	10.50	9.87
(0°, 20°)	(1.0, 0.625, 0.680, 0.211)	0.42	0.18	5.55	5.14
(0°, 10°)	(1.0, 0.674, 0.630, 0.206)	0.20	0.07	3.01	2.84
(0°, 1°)	(1.0, 0.699, 0.601, 0.201)	0.01	0.01	0.50	0.49
(0°, 0°)	(1.0, 0.700, 0.600, 0.200)	0.00	0.00	0.00	0.00

相对误差值约减小 0.84%，线偏振度为 0.41%，圆偏振度为 10.50%，椭圆度角约为 9.87%，各偏振度的相对误差增大，相位延迟误差增大；当入射角为(20°, 20°)时，夹角由 α 和 β 共同决定，当入射角为(0°, 20°)时，仅 β 变化，此时 Δn_{eff} 较小，相位延迟误差较小；当入射角为(20°, 0°)时，仅 α 变化，此时 γ 角偏差较大， Δn_{eff} 值随入射角度的增大而增大，由于入射光束与光轴的 α 和 β 共同变化，由于 α 和 β 的耦合效应使得 γ 角反而更接近 90°，但路径因子 $1/|\cos \alpha \cos \beta|$ 的累积效应使光程增加，所以在实际应用中考虑入射角度对偏振测量的影响，可以有效地提高偏振测量精度。

4 偏振成像测量实验

图 8 展示了室外建筑、室内以毛玻璃为背景起偏器 0°、起偏器 0°+1/4 波片 45°、金属圆柱体及装溶液的器皿 4 组典型场景的偏振参量测量结果。图中，测量以毛玻璃为背景，入射光分别为左侧 0°线偏振光(起偏器 0°)和右侧圆偏振光(起偏器 0°+ $\lambda/4$ 波片 45°)的偏振测量结果， S_0 为目标物的总光强， S_1 为光 0°和 90°线偏振分量的光强差，所以左侧圆亮； S_2 为光 45°和 135°线偏振分量

的光强差，所以两侧圆均暗； S_3 为光右旋圆偏振分量和左旋圆偏振分量的光强差，所以右侧圆亮；在偏振度 DoP 图中具有线偏振度和圆偏振度都亮，且增强了目标与背景的对亮度。偏振图像与光强图像 S_0 相比，各偏振参量揭示了传统强度成像无法获取的物理信息。DoLP 图像显著增强了目标与背景的对亮度， S_0 图中模糊的建筑轮廓，金属圆柱边缘及溶液器皿反光区域，在 DoLP 图呈现出清晰的边界特征，这是因为人造目标(建筑墙面、金属件、玻璃表面)具有规则的表面结构，产生较高的线偏振度，而自然背景或粗糙表面的偏振度较低。DoCP 对镜面和多次反射敏感，金属圆柱表面的高亮反光、溶液器皿的折射区域在 DoCP 图中有明显响应，这些区域在 S_0 图中仅呈现为饱和亮斑，丢失大量细节。AoP 图像编码了偏振光的振动方向信息，建筑墙面的均匀 AoP 分布反映了其表面法向的一致性，而圆柱体表面的 AoP 渐变刻画了曲面轮廓的连续变化，为三维形貌反演和表面取向估计提供数据基础。Ellipticity 图像具有分辨复杂反射和散射状态的能力，溶液器皿的复杂光路呈现出丰富的纹理变化。相对于单一强度信息，偏振图像从不同维度刻画了光的偏振态，实现了材质识别、边缘增强

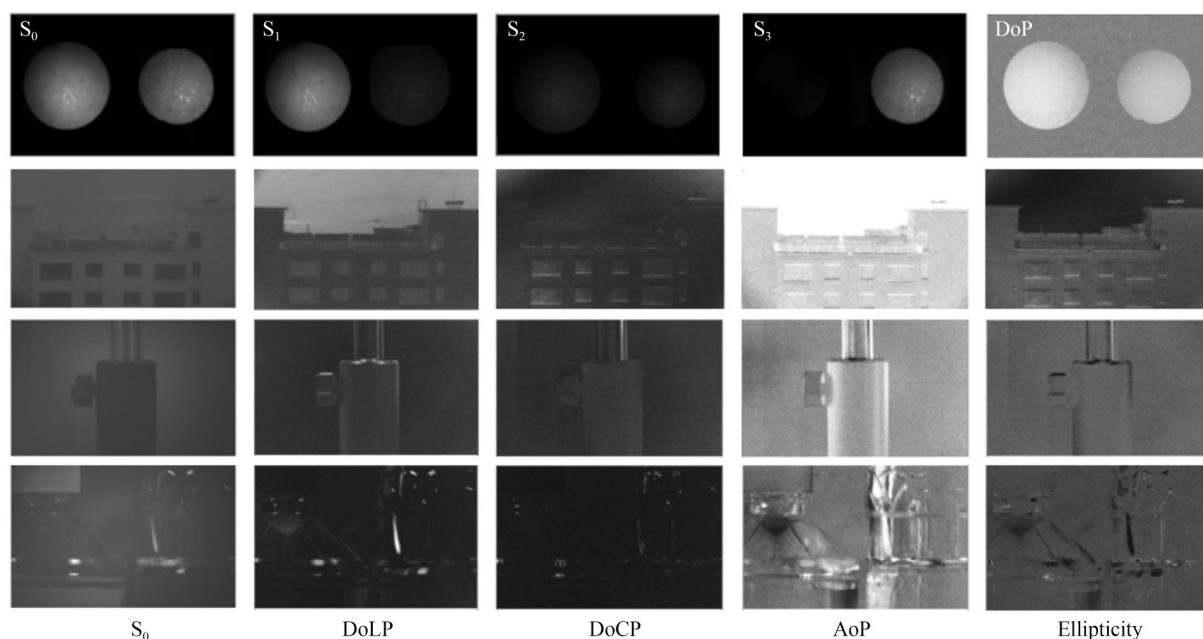


图8 偏振成像测量结果

Fig. 8 Polarization imaging measurement results

及表面取向估计等传统成像难以完成的功能,验证了偏振成像在复杂场景感知中的信息增益优势。

5 结 论

本文在传统偏振光斯托克斯参数研究的基础上,考虑入射光角度对偏振器件的影响,建立了波片和LCVR的相位延迟-入射角误差修正模型,明确了相位延迟量与入射角度、波长、驱动电压的定量关系,提出了一种基于LCVR调制和旋转波片法的全偏振测量误差修正方法。仿真结果表明, $\lambda/4$ 波片相位延迟呈现显著的角向依赖性和双参数耦合效应,LCVR的电压-角度-延迟

特性具有非线性变化规律。实验误差分析表明,考虑入射角度后,偏振度、线偏振度、圆偏振度和椭圆度角的最大相对误差较垂直入射假设分别降低约7.72%,8.31%,10.50%和12.93%,为高精度偏振传感器的研制提供了理论依据。

作者贡献声明:

张 瑞:论文构思,仪器研发,技术路线设计与实验指导;

孔泉慧子:论文撰写,实验设计与方法实现,实验数据整理和分析;

吴芝序、陶俊瞳:实验数据整理;

薛 鹏、王志斌、景 宁:实验指导与资源提供,论文审核。

参考文献:

- [1] 周强国,黄志明,周炜. 偏振成像技术的研究进展及应用[J]. 红外技术, 2021, 43(9): 817-828.
ZHOU Q G, HUANG ZH M, ZHOU W. Research progress and application of polarization imaging technology[J]. *Infrared Technology*, 2021, 43(9): 817-828. (in Chinese)
- [2] 黄威,林佳本,侯俊峰,等. 空间用液晶可变相位延迟器相位延迟测试系统的电子学设计[J]. 液晶

与显示, 2022, 37(7): 849-860.

- HUANG W, LIN J B, HOU J F, *et al.* Electronic design of space-based LCVR measurement system [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2022, 37(7): 849-860. (in Chinese)
- [3] HE C, HE H H, CHANG J T, *et al.* Polarisation optics for biomedical and clinical applications: a review [J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10: 194.
- [4] MARBACH T, RIEDI J, LACAN A, *et al.* The

- 3MI mission: multi-viewing-channel-polarisation imager of the EUMETSAT polar system: second generation (EPS-SG) dedicated to aerosol and cloud monitoring [J]. *Polarization Science and Remote Sensing VII*, 2015, 9613: 961310.
- [5] YUAN Y C, YAO C Y, SHEN W F, *et al.* Polarization measurement method based on liquid crystal variable retarder (LCVR) for atomic thin-film thickness [J]. *Nanomanufacturing and Metrology*, 2022, 5(2): 159-166.
- [6] CAO Z L, PENG Z H, XUAN L, *et al.* Design and fabrication of 2 kHz nematic liquid crystal variable retarder with reflection mode[J]. *Liquid Crystals*, 2020, 47(6): 870-881.
- [7] ZHANG Y, XUAN J B, ZHAO H J, *et al.* Integrated spectral phase delay calibration technique for a liquid crystal variable retarder used in wide-bandwidth working channel[J]. *Optics & Laser Technology*, 2018, 108: 186-192.
- [8] AYUSO-ANGULO L, GARCÍA PAREJO P, URIBE-PATARROYO N, *et al.* Hyperspectral camera based on liquid crystals for use in small satellites [C]. *Sensors, Systems, and Next-Generation Satellites XXV. September 13-18, 2021. Online Only, Spain.* SPIE, 2021: 35.
- [9] FU Y, CHEN Z H, TANG Z L, *et al.* Removing the influence of the angle of incidence in a dual rotating retarder Mueller matrix polarimeter[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(27): 8472.
- [10] 汤飞龙, 李中梁, 步扬, 等. 旋转波片法偏振检测装置器件参数校准[J]. *光学学报*, 2013, 33(9): 912005.
- TANG F L, LI ZH L, BU Y, *et al.* Calibration of rotating quarter-wave method based polarimeter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(9): 912005. (in Chinese)
- [11] GAO B Y, HOU J F, *et al.* Analysis of interference fringes in a long-wave infrared full Stokes polarimeter based on rotating waveplates [J]. *Applied Optics*, 2024, 63(29): 7756.
- [12] SELDOMRIDGE N L. Dual-polarization lidar using a liquid crystal variable retarder [J]. *Optical Engineering*, 2006, 45(10): 106202.
- [13] 牛国成, 胡冬梅, 吴勇. Stokes偏振成像技术的研究[M]. 北京: 科学出版社, 2020.
- NIU G CH, HU D M, WU Y. *Research on Stokes Polarization Imaging Technology*[M]. Beijing: Science Press, 2020. (in Chinese)
- [14] AYUSO-ANGULO L, GARCÍA PAREJO P, URIBE-PATARROYO N, *et al.* Hyperspectral camera based on liquid crystals for use in small satellites [C]. *Sensors, Systems, and Next-Generation Satellites XXV. September 13-18, 2021. Online Only, Spain.* SPIE, 2021: 35.
- [15] RIETJENS J H H, CAMPO J, CHANUMOLU A, *et al.* Expected performance and error analysis for SPEXone, a multi-angle channeled spectropolarimeter for the NASA PACE mission[C]. *Polarization Science and Remote Sensing IX. August 11-15, 2019. San Diego, USA.* SPIE, 2019: 8.
- [16] FOUGNIE B, MARBACH T, LACAN A, *et al.* The multi-viewing multi-channel multi-polarisation imager-Overview of the 3MI polarimetric mission for aerosol and cloud characterization[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2018, 219: 23-32.
- [17] LITES B W, ICHIMOTO K. The SP_PREP data preparation package for the hinode spectro-polarimeter [J]. *Solar Physics*, 2013, 283 (2) : 601-629.
- [18] WANG G Y, CAO H, GUO Z H, *et al.* All-liquid-crystal and full-visible-band tunable polarimetry [J]. *Advanced Photonics Nexus*, 2025, 4(2): 025001.
- [19] 王刚, 侯俊峰, 林佳本, 等. 液晶可变延迟器相位延迟-电压曲线精确快速标定[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(4): 827-833.
- WANG G, HOU J F, LIN J B, *et al.* Accurate and fast calibration of liquid crystal variable retarder phase delay-voltage curve [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(4): 827-833. (in Chinese)
- [20] SIENKIEWICZ N, MARTINS J V, MCBRIDE B A, *et al.* HARP2 pre-launch calibration: dealing with polarization effects of a wide field of view [J]. *Atmospheric Measurement Techniques*, 2025, 18 (11): 2447-2462.
- [21] MICHEL C, CLERMONT L, DADDI N, *et al.* Multi-viewing, multi-channel, multi-polarisation, imaging (3MI) proto flight model (PFM) on-ground calibration [C]. *International Conference on Space Optics-ICSO 2022. October 3-7, 2022. Dubrovnik, Croatia.* SPIE, 2023: 52.
- [22] CHENG X M, LI M L, ZHOU J L, *et al.* Error analysis of the calibration of a dual-rotating-retarder Mueller matrix polarimeter [J]. *Applied Optics*,

2017, 56(25): 7067.

- [23] CHEN W L, CHEN X G, LABORATORY O V, *et al.* Extended eigenvalue calibration method for Mueller matrix polarimetry with four photoelastic modulators [J]. *Optics Letters*, 2025, 50(3): 840.
- [24] HAN P G, WEI Y Y, PENG J R, *et al.* Frequency-response-free calibration of phase modulation amplitude of photoelastic modulator [J]. *Optics Communications*, 2025, 591: 132144.
- [25] ZHANG H N, LIU J B, YAN Z L, *et al.* Parameter calibration of rotating wave plate polarization detection device using dual beams [J]. *Sensors*, 2025, 25(15): 4803.

作者简介:



张 瑞(1987—),男,山西长治人,博士,教授,博士生导师,2017年于中北大学获得博士学位,主要从事偏振光谱测量、弹光调制、光电检测和激光告警方面的研究。E-mail: zhangrui@nuc.edu.cn



孔泉慧子(2003—),女,陕西咸阳人,硕士研究生,2025年于中北大学获得学士学位,主要从事偏振成像检测与弹光调制技术方面的研究。E-mail: kongquanhuizi@163.com