

文章编号 1004-924X(2026)12-1876-14

基于门控混合物理信息神经网络的 直驱进给轴热误差建模方法

张 驰^{1,2}, 唐光元³, 刘永荣⁴, 项四通^{1,2*}

- (1. 宁波大学 机械工程与智能制造学院, 浙江 宁波 315211;
2. 宁波市微纳运动及智能控制重点实验室, 浙江 宁波 315211;
3. 浙江博谷精密机械科技有限公司, 浙江 宁波 315800;
4. 宁波德凯数控机床有限公司, 浙江 宁波 315211)

摘要:热误差是影响直驱进给轴运动精度的关键因素。针对机理模型建模与求解复杂导致预测精度较低,以及经验模型过度依赖高质量数据且缺乏物理可解释性的问题,本文提出一种基于门控混合物理信息神经网络(GM-PINN)的热误差建模方法。首先,对直驱进给轴运行过程中的热行为进行分析,推导并建立了温度控制偏微分方程,为模型提供物理约束。其次,构建GM-PINN模型,采用“网络分工—门控融合”策略,根据数据特征自适应调节数据项与物理项的融合方式,有效缓解二者之间的训练竞争问题。实验结果表明,该方法能够有效融合机理分析与数据驱动的优势,在低速、中速和高速工况下,预测精度分别保持在 $[-0.42, 0.04] \mu\text{m}$, $[-0.03, 0.74] \mu\text{m}$ 及 $[-0.79, 1.85] \mu\text{m}$ 。该方法具有良好的物理可解释性,特别适用于观测数据有限但物理机制明确的热误差建模问题。

关键词:GM-PINN;直驱进给轴;热误差;物理可解释性

中图分类号:TH161 文献标识码:A

doi:10.37188/OPE.20263412.1876 CSTR:32169.14.OPE.20263412.1876

Thermal error modeling method for direct-drive feed axis based on gated mixture physics-informed neural network

ZHANG Chi^{1,2}, TANG Guangyuan³, LIU Yongrong⁴, XIANG Sitong^{1,2*}

- (1. School of Mechanical Engineering and Intelligent Manufacturing, Ningbo University,
Ningbo 315211, China;
2. Ningbo Key Laboratory of Micro-Nano Motion and Intelligent Control, Ningbo 315211, China;
3. Zhejiang Bogu Precision Machinery Technology Co., Ltd., Ningbo 315800, China;
4. Ningbo Dekai CNC Machine Tool Co., Ltd., Ningbo 315211, China)

* Corresponding author, E-mail: xiangsitong@nbu.edu.cn

Abstract: Thermal error is a critical factor affecting the motion accuracy of the direct-drive feed axis. Conventional mechanistic models often exhibit low prediction accuracy due to the complexity of modeling and solving; meanwhile, empirical models rely excessively on high-quality data and lack physical interpretability.

收稿日期:2026-03-30;修订日期:2026-04-15.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(No. 52175470);甬江人才工程教育人才项目

ty. This paper proposes a thermal error modeling method based on a Gated Mixture Physics-Informed Neural Network (GM-PINN). First, an analysis of the thermal behavior during the operation of the direct-drive feed axis is conducted to derive and establish the governing temperature control partial differential equations, providing physical constraints for the model. Second, the GM-PINN model is constructed using a "Network Division—Gated Fusion" strategy. This strategy adaptively adjusts the integration of data-driven and physics-driven components according to data features, effectively mitigating the training competition between the two. Experimental results demonstrate that this method successfully integrates the advantages of mechanistic analysis and data-driven approaches. Under low, medium, and high-speed operating conditions, the prediction errors remain within $[-0.42, 0.04] \mu\text{m}$, $[-0.03, 0.74] \mu\text{m}$, and $[-0.79, 1.85] \mu\text{m}$, respectively. The proposed method possesses strong physical interpretability and is particularly suitable for thermal error modeling where observational data are limited but the underlying physical mechanisms are well-defined.

Key words: GM-PINN; direct-drive feed axis; thermal errors; physical interpretability

1 引 言

在机床向高速化、高精度化发展的背景下,热误差已成为制约加工精度提升的关键因素之一,其在总加工误差中占比高达40%~70%^[1]。直驱进给轴省去了中间传递环节,具有速度快、加速度大和响应时间短等优点^[2-3],在高精度机床领域具有广阔的应用前景^[4]。然而在高速运行条件下,直驱进给轴的开放式结构会比滚珠丝杠进给系统产生更多的热量,进而引发热变形,严重影响运动精度^[5]。因此,针对直驱进给轴的热误差进行建模与预测具有重要的实际意义^[6]。

机床热误差模型主要分为机理模型和经验模型两类^[7]。机理模型主要关注热的产生、传导和对流,以及由此引发的热变形,其中有限元法、解析模型法和热阻网络法为常用的建模方法。Weng等^[8]将直驱进给轴等效为规则长体,采用基于傅里叶级数的偏微分方程解析方法对温度场进行建模,并结合有限元理论计算热变形。陈等^[9]在简化直驱进给轴内部结构和热参数的基础上,推导了多物理场耦合条件下温度场的偏微分方程,并通过分阶段简化方法间接获得了显式解析解。Li等^[10]综合考虑热源运动和散热条件变化,采用迭代求解方法计算直驱进给轴在不同工况下的瞬态温度,建立了考虑动子运动的动态热阻网络模型。然而,机理模型往往需要对复杂实际系统作出大量简化假设^[11],与真实系统之间存在较大偏差,导致预测精度受限。此外,这类模

型建立的控制方程通常难以获得解析解,即使采用数值方法求解,也存在计算量大,求解难度高等问题^[12]。

相较于机理模型,经验模型通过构建位置和时间等变量与热误差之间的映射关系,能够自适应捕捉实际工况下难以准确描述的复杂特征,从而实现更高的预测精度。肖等^[13]借助霜冰算法优异的寻优能力,通过全局优化BP神经网络的相关参数,有效降低了热误差对机床进给系统运动精度的影响。Sun等^[14]将时间注意力机制与Bi-LSTM网络相结合,增强了对热误差时间序列关键特征的捕捉能力,实现了不同工况下机床主轴热误差的高效预测。此外,残差网络^[15]、径向基函数神经网络^[16]和最小二乘支持向量机^[17, 18]等方法也被广泛应用于热误差预测。然而,经验模型本质上属于“黑箱”,其物理可解释性较弱^[19],且通常未考虑实际直驱进给轴的结构特性,因而难以揭示热误差的生成机理。此外,经验模型的训练通常需要大量高质量数据^[20],而在实际工程中常常面临数据稀缺和噪声较大等问题,从而严重影响模型的鲁棒性和预测精度。

直驱进给轴的热误差受电磁场、热场和流场等多个物理场影响。虽然机理模型能够推导出符合物理机制的偏微分方程,但此类方程通常难以直接求解,且与实际直驱进给轴之间仍存在一定差距,导致预测精度受限;而经验模型虽然具有较强的非线性拟合能力,但由于忽视了实际物

理机制,其物理可解释性较差。为兼顾机理模型的物理可解释性与经验模型的非线性拟合优势,物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Networks, PINN)为直驱进给轴热误差建模提供了新的思路。PINN 模型最初由 Raissi 等^[21]提出,通过将控制方程嵌入神经网络训练过程,从而构建出满足物理机制的模型。然而,传统 PINN 通常采用单一网络对数据项和物理项进行统一表征,当观测数据稀疏、含噪,或控制方程与真实系统之间存在建模误差时,数据项与物理项在训练过程中存在竞争关系^[22]:要么为满足控制方程约束而牺牲数据拟合能力,要么为贴合观测数据而削弱物理一致性,从而限制模型的预测精度和物理可解释性。

针对上述问题,本文提出一种基于门控混合物理信息神经网络(Gated Mixture Physics-Informed Neural Network, GM-PINN)的直驱进给轴热误差建模方法。首先,分析了电磁场、热场和流场作用下直驱进给轴的温度场演化规律,建立了相应的偏微分方程,揭示了热变形产生的内在机理。其次,提出了一种基于 GM-PINN 的热误差预测方法,通过“网络分工—门控融合”策略,有效缓解了传统 PINN 中数据项与物理项之间的竞争冲突。该方法实现了观测数据与直驱进给轴先验物理信息的有效融合,在提高热误差预测精度的同时增强了模型的物理可解释性,适用于观测数据有限但物理机制明确的热误差建模问题。

2 直驱进给轴热误差模型

2.1 直驱进给轴结构

直驱进给轴的结构如图 1 所示,主要由基座、滑台和直线电机三部分组成。其中,滑台由直线导轨和运动平台构成,可实现往复进给运动。

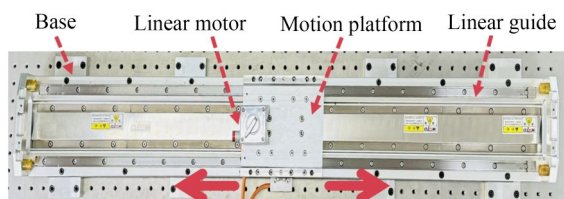


图 1 直驱进给轴结构图

Fig. 1 Direct-drive feed axis structure diagram

基于 GM-PINN 的直驱进给轴热误差建模方法需要建立相应的控制方程,因此有必要对直驱进给轴的温度场进行分析,从机理层面揭示热量的产生来源和传递过程。

2.2 直驱进给轴温度场分析

在进行分析时,由于直驱进给轴的轴向长度远大于径向宽度,且轴向为热误差的敏感方向,因此可将其简化为仅考虑轴向温度变化的一维杆件模型^[23]。

直驱进给轴的热量主要来源于直线电机的电磁损耗,其中部分电磁能会转化为热能。产生的热量传递给滑台,会从温度较高区域向温度较低区域传递,从而发生热传导并形成热场。同时,在运行过程中,滑台表面空气可视为连续流动的流场,直驱进给轴与空气之间会发生对流换热,耗散部分能量。

因此,直驱进给轴的温度场由电磁场、热场和流场作用共同决定,其模型如图 2 所示。

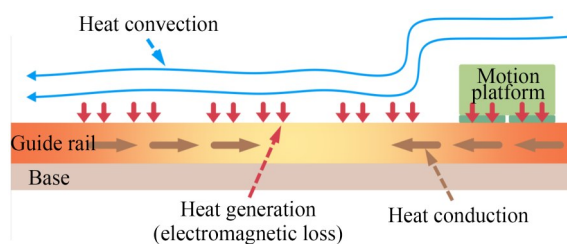


图 2 直驱进给轴温度场模型

Fig. 2 Direct-drive feed axis temperature field model

温度场模型的控制方程如式(1)所示,该方程为非线性偏微分方程,对其进行求解可得到直驱进给轴的温度分布 $T(x, t)$:

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} + \frac{hA}{\rho c} (T(x, t) - T_{\infty}) + \frac{P_j}{\rho c} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

其中: h 为对流换热系数, A 为表面积, ρ 为密度, c 为比热容, P_j 为电磁损耗, λ 为热导率。

模型的初始条件(IC)可表示为:

$$T(x, t_0) = T_{\infty}, x \in [x_{b1}, x_{b2}], \quad (2)$$

其中: t_0 为初始时刻,此时直驱进给轴的温度 $T(x, t_0)$ 等于环境温度 T_{∞} 。 x_{b1} 和 x_{b2} 分别为其左、右边界。

模型的边界条件(BC)选用第一类边界条件,可表示为:

$$T(x_{b1}, t) = T_{b1}(t), T(x_{b2}, t) = T_{b2}(t), t > t_0, \quad (3)$$

其中: $T_{b1}(t)$ 和 $T_{b2}(t)$ 分别表示左边界 x_{b1} 和右边界 x_{b2} 处随时间变化的温度。

为便于分析,令 $u = T - T_\infty$, 代入式(1)~式(3), 则温度场方程可转化为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + \chi_1 u(x, t) - \chi_2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \chi_3 = 0 (\text{PDE}) \\ u(x, t_0) = 0, x \in [x_{b1}, x_{b2}] (\text{IC}) \\ u(x_{b1}, t) = u_{b1}(t), u(x_{b2}, t) = u_{b2}(t), t_0 > 0 (\text{BC}) \end{cases}, \quad (4)$$

$$\text{其中: } \chi_1 = \frac{hA}{\rho c}, \chi_2 = \frac{\lambda}{\rho c}, \chi_3 = \frac{P_j}{\rho c}.$$

2.3 热误差计算

直驱进给轴的温度变化会引起结构膨胀或收缩,进而产生热误差,直接影响进给系统的运动精度。为便于求解,将整个滑台沿轴向均匀划分为 m 段,每段长度记为 ΔL ,各段中点记为 $P_j (j = 1, 2, \dots, m)$ (如图3所示)。以各分段中点处的温度 $T(x_p, t)$ 作为该段的平均温度。

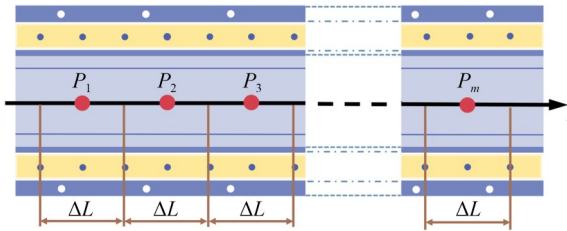


图3 直驱进给轴轴向分段图

Fig. 3 Axial segmentation of the direct-drive feed axis

由于热误差具有沿轴向累积的特性,某一位置处的热误差不仅与该位置自身升温引起的热变形有关,还受到先前位置热误差的累积影响。考虑到进给轴主要材料是均匀且各向同性的,可假定各段热膨胀系数 α_l 相同^[24]。根据热膨胀理论,直驱进给轴在时刻 t 于位置 x_{p_j} 处的累计热误差可表示为^[24]:

$$E(x_{p_j}, t) = \alpha_l \Delta L \sum_{j=1}^m u(x_{p_j}, t). \quad (5)$$

3 基于GM-PINN的直驱进给轴温度场求解

为实现观测数据与直驱进给轴先验物理信息的有效融合,本文提出一种基于GM-PINN的热误差预测方法,其总体框架如图4所示。GM-PINN由数据网络、物理网络和门控网络三部分组成,采用“网络分工—门控融合”的建模策略,实现数据拟合与物理约束的协同优化。其中,数据网络以时空坐标为输入,利用观测数据(Observational Data, OBS)进行监督训练,输出预测温度值;物理网络用于刻画温度场演化的物理机制,在训练过程中嵌入进给轴温度场对应的偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)、初始条件(Initial Condition, IC)和边界条件(Boundary Condition, BC)等物理约束,从而获得控制方程的预测温度值;门控网络负责对两类网络的预测结果进行自适应融合,根据数据分布特征调整各网络的置信权重:在数据密集区域强化数据网络的主导作用,在数据稀疏区域提升物理网络的影响。最终,模型输出由两类网络预测结果的动态加权组合得到,从而在保证模型预测精度的同时,提升预测结果的物理可解释性。

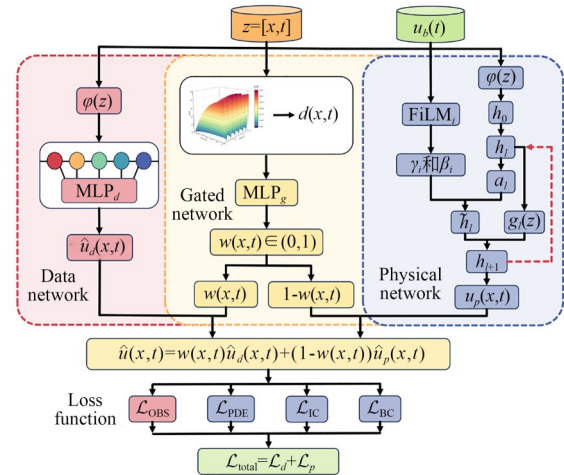


图4 GM-PINN框架

Fig. 4 GM-PINN framework

不同于传统的单网络PINN结构,本文仅对物理网络施加物理约束,使其专注于学习温度场演化的物理机制,避免受到观测数据噪声的干扰,从而具有更好的稳定性和物理一致性。

3.1 数据网络

数据网络的输入为时空坐标 (x, t) , 对其进行 Min-Max 归一化处理, 以消除二者之间的量纲差异。为增强数据网络对高频信息的捕捉能力, 并缓解神经网络在标准坐标输入下的频谱偏置问题, 本文对输入的时空坐标 $z = (x, t)$ 进行傅里叶特征映射, 将其投影到高维特征空间:

$$\phi(z) = [\sin(2\pi Bz); \cos(2\pi Bz)], \quad (6)$$

其中, B 为随机投影矩阵。

考虑到实际温度场的复杂性, 网络采用多层感知机 (Multilayer Perceptron, MLP) 构建, 以确保模型具有较强的非线性拟合能力。以映射后的高维特征 $\phi(z)$ 为输入, 输出对应的温度预测值 $\hat{u}_d(x, t)$:

$$\hat{u}_d(x, t) = \text{MLP}(\phi(z)). \quad (7)$$

3.2 物理网络

在物理约束学习中, 模型训练通常需要计算偏微分方程残差及其导数, 而传统 MLP 在这一过程中容易出现梯度爆炸和数值不稳定等问题。为此, 本文在物理网络中引入门控残差结构和 FiLM 调制机制^[25], 从而提升物理约束训练过程中的稳定性。

物理网络同样要对时空坐标 (x, t) 进行 Min-Max 归一化预处理。为提高导数计算的稳定性, 首先对输入时空坐标 $z = (x, t)$ 进行径向基函数映射, 并通过线性变换得到初始隐藏状态 h_0 :

$$h_0 = W_0 \varphi(z) + b_0. \quad (8)$$

物理网络由 L 层残差块堆叠而成。对于第 l 层残差块 ($l = 0, 1, \dots, L-1$), 先通过线性变换得到了中间特征 a_l :

$$a_l = W_l h_l + b_l, \quad (9)$$

其中, W_l 和 b_l 为可学习参数。

为了使网络能够根据不同边界特征向量 $u_b(t) = [u_{b1}(t), u_{b2}(t)]^T$ 自适应调制其参数, 从而准确表征复杂边界条件对温度场的约束作用。本文引入 FiLM 条件网络 FiLM_l , 用于生成逐通道的缩放系数 $\gamma_l(t)$ 和平移系数 $\beta_l(t)$:

$$[\gamma_l(t); \beta_l(t)] = \text{FiLM}_l(u_b(t)). \quad (10)$$

随后, 对中间特征 a_l 施加 FiLM 仿射调制, 并通过非线性激活函数 σ 得到残差候选更新 $\tilde{h}_l$:

$$\tilde{h}_l = \sigma(\gamma_l(t) \odot a_l + \beta_l(t)). \quad (11)$$

考虑到导数计算会放大特征更新幅度, 进而

引发梯度异常和数值不稳定等问题, 本文进一步在残差注入路径上引入可学习的门控向量 $g_l(z)$, 以逐通道方式自适应控制残差流的强度。门控向量 $g_l(z)$ 由线性变换后经 Sigmoid 函数激活得到:

$$g_l(z) = \text{sigmoid}(U_l h_l + c_l), \quad (12)$$

其中, U_l 和 c_l 为可学习参数。该机制能够有效抑制幅度过大的残差更新, 从而在反向传播及导数计算过程中维持梯度稳定, 并保证数值范围可控。

因此, 第 l 层残差块通过门控残差连接完成状态更新:

$$h_{l+1} = h_l + g_l(z) \odot \tilde{h}_l. \quad (13)$$

经过 L 层残差块堆叠后, 最终通过线性读出层得到物理网络的温度场预测结果 $\hat{u}_p(x, t)$:

$$\hat{u}_p(x, t) = W_L h_L + b_L. \quad (14)$$

3.3 门控网络

为实现数据网络与物理网络的自适应融合, 本文引入了门控机制, 并将观测数据在 (x, t) 处的数据密度特征 $d(x, t)$ 作为辅助输入。其中, 数据密度特征 $d(x, t)$ 基于各向异性高斯核密度估计定义为:

$$d(x, t) = \sum_i \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2h_x^2} - \frac{(t-t_i)^2}{2h_t^2}\right), \quad (15)$$

其中, h_x 和 h_t 分别为空间和时间维度的带宽参数。

门控网络以时空坐标 (x, t) 、数据密度特征 $d(x, t)$ 及边界特征向量 $u_b(t)$ 为输入, 通过 MLP 预测两类网络在特定位置处的置信权重 $w(x, t)$:

$$w(x, t) = \text{sigmoid}(\text{MLP}(x, t, d(x, t), u_b(t))). \quad (16)$$

最终预测结果 $\hat{u}(x, t)$ 由数据网络输出 $\hat{u}_d(x, t)$ 与物理网络输出 $\hat{u}_p(x, t)$ 的凸组合得到:

$$\hat{u}(x, t) = w(x, t) \hat{u}_d(x, t) + (1 - w(x, t)) \hat{u}_p(x, t). \quad (17)$$

该门控机制使模型能够根据观测数据分布自适应调节不同网络的置信度: 在数据密集区域, 门控网络倾向于增大 $w(x, t)$, 从而更充分发挥数据网络的拟合优势; 在数据稀疏区域, 则通过减小 $w(x, t)$ 转而更多依赖物理网络的约束作用, 以增强模型的预测精度和物理可解释性。

3.4 损失函数构建

与传统的单网络 PINN 采用统一约束形式不同,基于 GM-PINN 的直驱进给轴热误差建模方法采用了分工优化的策略。其中,数据网络负责学习观测数据隐含的温度场特征,其训练主要由观测数据损失项监督;物理网络则负责表征温度场演化的物理机制,其训练由偏微分方程损失项、初始条件损失项和边界条件损失项共同驱动。门控网络根据时空坐标及数据分布特征,自适应调节数据网络与物理网络之间的置信度,从而实现观测数据与物理先验信息的有效融合。

数据网络的损失函数 $\mathcal{L}_d$ 仅由观测数据损失项 $\mathcal{L}_{\text{OBS}}$ 构成,用于约束网络输出与实际测点温度之间的偏差,可表示为:

$$\mathcal{L}_d = \mathcal{L}_{\text{OBS}} = \frac{1}{N_{\text{OBS}}} \sum_{i=1}^1 (\widehat{u}_d(x_i, t_i) - u(x_i, t_i))^2, \quad (18)$$

其中: N_{OBS} 为观测样本点数量, $u(x_i, t_i)$ 为对应的实际测点温度。

物理网络的损失函数 $\mathcal{L}_p$ 则由偏微分方程损失项 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 、初始条件损失项 $\mathcal{L}_{\text{IC}}$ 和边界条件损失项 $\mathcal{L}_{\text{BC}}$ 构成。其中,偏微分方程损失项 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 用于评估物理网络输出 $\widehat{u}_p(x, t)$ 是否满足直驱进给轴温度场对应的偏微分方程。根据式(1),其表达式为:

$$\mathcal{L}_{\text{PDE}} = \frac{1}{N_{\text{PDE}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{PDE}}} \left(\frac{\partial \widehat{u}_p(x_i, t_i)}{\partial t} + \chi_1 \widehat{u}_p(x_i, t_i) - \chi_2 \frac{\partial^2 \widehat{u}_p(x_i, t_i)}{\partial x^2} + \chi_3 \right)^2, \quad (19)$$

其中, N_{PDE} 为方程采样点数量。

初始条件损失项 $\mathcal{L}_{\text{IC}}$ 用于保证网络在初始时刻 $t=0$ 的输出 $\widehat{u}_p(x_i, t_0)$ 满足真实初始温度场,根据式(2)可得:

$$\mathcal{L}_{\text{IC}} = \frac{1}{N_{\text{IC}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{IC}}} (\widehat{u}_p(x_i, t_0))^2, \quad (20)$$

其中: N_{IC} 为初始条件采样点数量。

边界条件损失项 $\mathcal{L}_{\text{BC}}$ 用于约束物理网络在空间边界 $x=x_{b1}$ 和 $x=x_{b2}$ 处满足给定的边界条件 $u_{b1}(t)$ 和 $u_{b2}(t)$,根据式(3)可表示为:

$$\mathcal{L}_{\text{BC}} = \frac{1}{N_{\text{BC}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{BC}}} ((\widehat{u}_p(x_{b1}, t_i) - u_{b1}(t_i))^2 + (\widehat{u}_p(x_{b2}, t_i) - u_{b2}(t_i))^2), \quad (21)$$

其中, N_{BC} 为边界条件采样点数量。

因此,物理网络的总损失函数可表示为:

$$\mathcal{L}_p = \lambda_1 \mathcal{L}_{\text{PDE}} + \lambda_2 \mathcal{L}_{\text{IC}} + \lambda_3 \mathcal{L}_{\text{BC}}, \quad (22)$$

其中, λ_1, λ_2 和 λ_3 分别为各损失项的权重系数,用于平衡各物理损失项在训练过程中的相对贡献。

本文采用基于梯度的自适应损失加权方法对物理网络中的各损失项进行动态平衡,用于缓解因梯度数量级差异导致的训练不稳定性。以 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 的梯度为基准,根据其与其他损失项的梯度差异进行实时更新。在训练过程中, $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 权重 λ_1 保持不变, $\mathcal{L}_{\text{IC}}$ 权重 λ_2 和 $\mathcal{L}_{\text{BC}}$ 权重 λ_3 的更新公式分别定义为:

$$\lambda_2^{(n+1)} = (1 - \alpha) \lambda_2^{(n)} + \alpha \frac{\|\nabla \mathcal{L}_{\text{PDE}}^{(n)}\|_2}{\|\nabla \mathcal{L}_{\text{IC}}^{(n)}\|_2}, \quad (23)$$

$$\lambda_3^{(n+1)} = (1 - \alpha) \lambda_3^{(n)} + \alpha \frac{\|\nabla \mathcal{L}_{\text{PDE}}^{(n)}\|_2}{\|\nabla \mathcal{L}_{\text{BC}}^{(n)}\|_2}, \quad (24)$$

其中, α 为平滑因子。

综上, GM-PINN 的总损失函数 $\mathcal{L}_{\text{total}}$ 可表示为数据网络损失函数 $\mathcal{L}_d$ 与物理网络损失函数 $\mathcal{L}_p$ 的联合形式:

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \mathcal{L}_d + \mathcal{L}_p. \quad (25)$$

4 实验验证

4.1 实验数据获取

为验证热误差模型的有效性,搭建如图 5 所示实验平台进行测试。被测对象为宁波某公司提供的单根直驱进给轴。采用 SIOS SP120/2000 激光干涉仪测量定位误差,并用 PT100 热电偶同步采集温度数据。测试前,确保直驱进给轴停机 3 h 以上,并使环境温度保持相对稳定,以消除初始热状态的影响。

热误差的测量步骤参考了 ISO 标准中关于机床热误差的测量方法,测量行程范围为 0~600 mm,测点间隔设为 25 mm。在每个测点处,直驱进给轴停留了 3 s,确保激光干涉仪能够稳定测量。为减小随机误差的影响,每轮测试在各测点重复测量 3 次,并取平均值作为该测点的最终测量结果。为验证模型在不同工况下的泛化能力,分别在低速、中速和高速三种工况下开展实验,具体测试参数见表 1。以高速工况为例,具体测试流程如下:

(1) 在初始状态下,使用激光干涉仪测量直驱进给轴的初始定位误差;

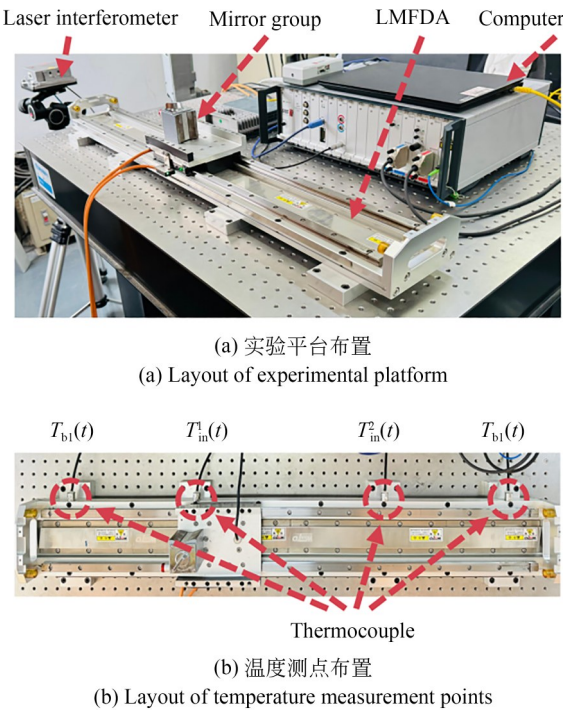


图 5 实验平台

Fig. 5 Experimental platform

表 1 低速、中速和高速工况下测试参数表

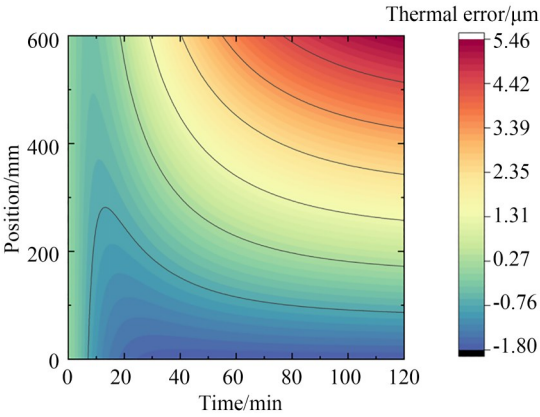
Tab. 1 Test parameter table under low-, medium-, and high-speed conditions

	低速	中速	高速
运动速度/(mm·min ⁻¹)	2 000	4 000	6 000
测量行程范围/mm	0~600	0~600	0~600
测点间隔/mm	25	25	25
热电偶数量	4	4	4

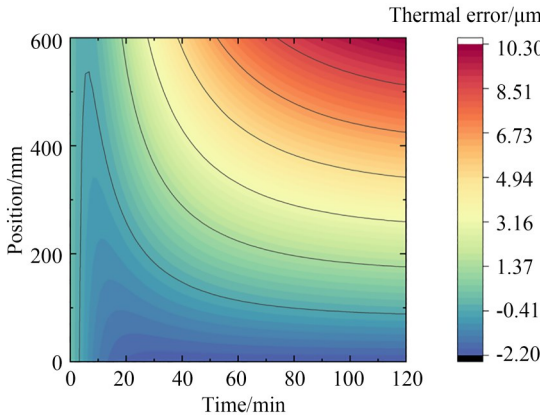
(2) 驱动直驱进给轴以 6 000 mm/min 的速度在测量行程范围内进行空载往复运动,并在不同时刻测量定位误差,通过对比初始定位误差分离出对应时刻的热误差。

温度测量与热误差测量同步进行。为在有限传感器条件下最大程度获得轴向温度场轮廓,本文采用了等间距均匀布置策略,在直驱进给轴的两端之间,沿轴向等间距增设了 2 个中间温度测点。在整个测量过程中,热电偶实时记录边界温度 T_{b1} , T_{b2} 和边界内部温度 T_{in}^1 , T_{in}^2 。此时,空间上的温度测点数量仅有 4 个,这意味着模型必须在极为有限的观测数据基础上进行学习,属于典型的小样本学习场景。

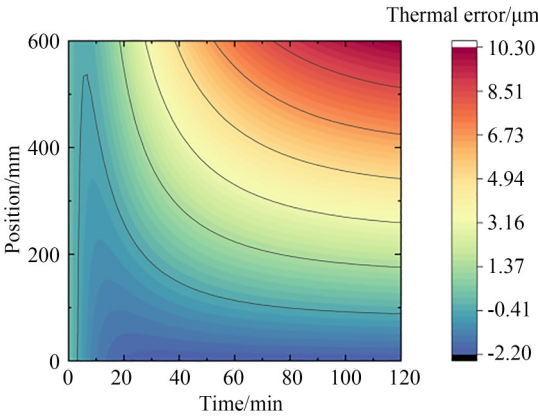
实验测得的热误差数据如图 6 所示。



(a) 低速预测热误差
(a) Low-speed measured thermal error



(b) 中速预测热误差
(b) Medium-speed measured thermal error



(c) 高速预测热误差
(c) High-speed measured thermal error

图 6 低速、中速和高速实测热误差

Fig. 6 Measured thermal error under low-, medium-, and high-speed conditions

将实测温度 T_{b1} , T_{b2} , T_{in}^1 和 T_{in}^2 减去环境温度 T_{∞} , 得到各测点的温升曲线, 结果如图 7 所示。

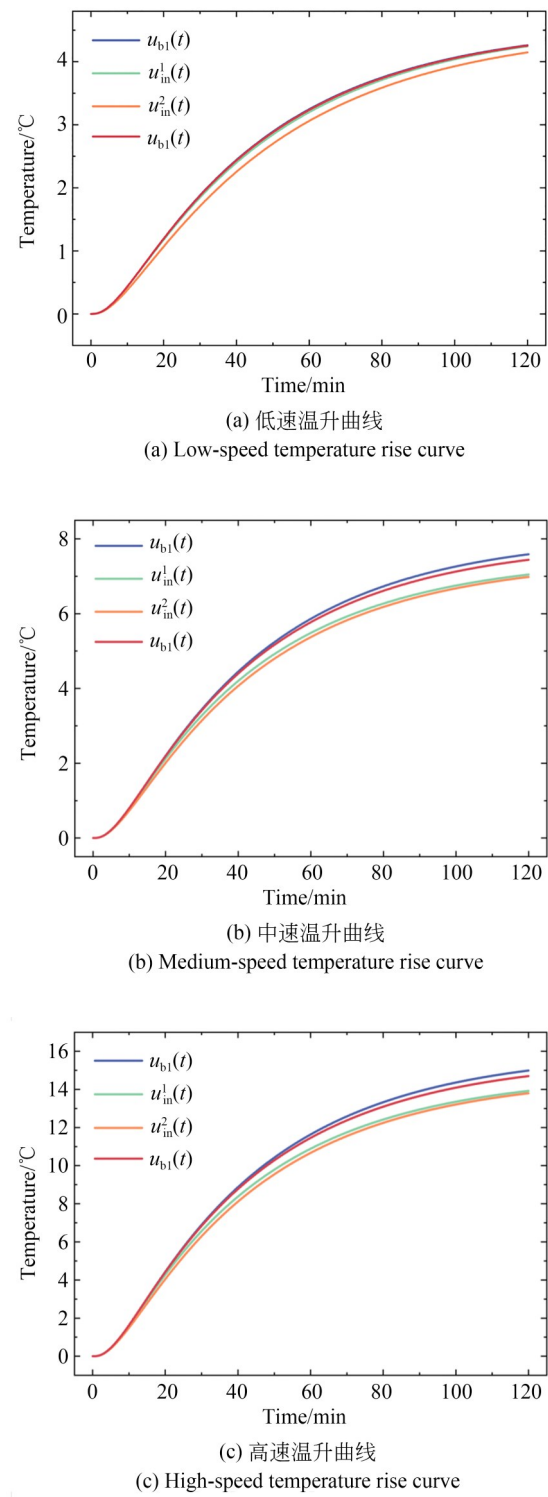


图 7 低速、中速和高速温升曲线
Fig. 7 Temperature rise curves under low-, medium-, and high-speed conditions

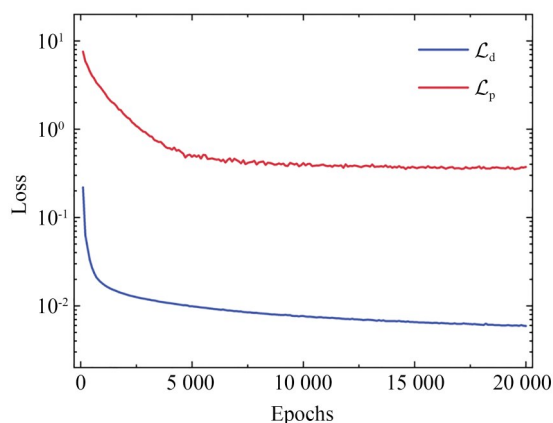
模型中, 式(4)和式(5)涉及的参数取值见表 2。其中, 热膨胀系数 α_l 通过热特性实验辨识得到, 反映的是直驱进给轴的综合等效热膨胀系数。

表 2 模型参数取值表			
Tab. 2 Model parameter value table			
参数	参数符号	单位	数值
对流换热系数	h	$\text{W} \cdot (\text{m}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	23.2(低速)
			40.4(中速)
			54.9(高速)
表面积	A	m^2	0.206
密度	ρ	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	285
比热容	c	$\text{J} \cdot (\text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	880
环境温度	T_{∞}	$^\circ\text{C}$	20
热导率	λ	$\text{W} \cdot (\text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	200
电磁损耗	P_J	W	15.6(低速)
			41.5(中速)
			85.4(高速)
热膨胀系数	α_l	$^\circ\text{C}^{-1}$	20

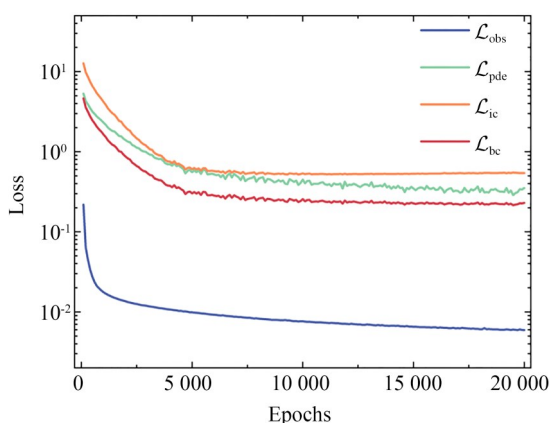
4.2 模型热误差预测

设置方程采样点数量 N_{PDE} 为 1 000, 物理网络通过采样点处的偏微分方程残差进行约束求解, 该数量已能满足对整个温度场空间的覆盖。选用 Tanh 作为非线性激活函数, 其光滑特性有利于高阶导数的计算, 适合模型网络的训练。将实测温度数据导入模型后, 采用 Adam 与 L-BFGS-B 优化器进行分阶段优化: 将 Adam 的迭代次数设为 5 000 次, 以实现损失曲线的初期快速下降; 再设置 L-BFGS-B 迭代次数为 15 000 次, 利用其超线性收敛特性进行进一步的精细求解, 从而在保证较高预测精度的同时兼顾计算效率。网络引入了早停机制, 当损失曲线在多轮迭代中不再显著下降时, 将提前停止训练, 防止模型出现过拟合现象。训练开始时, λ_1 , λ_2 和 λ_3 的初始权重均被设置为 1。

模型的损失曲线如图 8 所示。由图 8(a) 可见, 数据网络损失曲线 $\mathcal{L}_d$ 和物理网络损失曲线 $\mathcal{L}_p$ 均已达到较好的收敛状态。同时, 各损失项的损失曲线均呈现持续下降的趋势(如图 8(b) 所示), 表明 GM-PINN 在拟合观测数据过程中, 能



(a) 各网络损失曲线
(a) Loss curves of each network



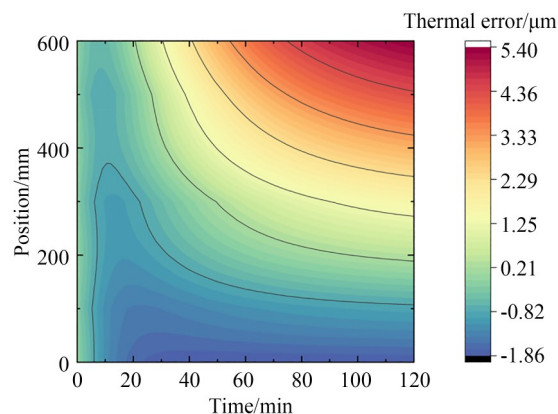
(b) 各损失项损失曲线
(b) Loss curves for each loss term

图 8 模型损失曲线

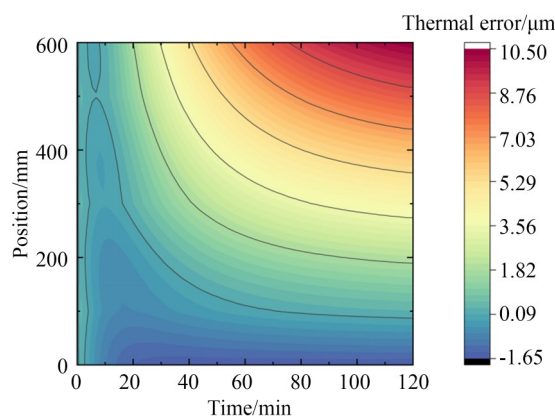
Fig. 8 Model loss curves

够有效满足相应的物理约束条件,该结果进一步证明了GM-PINN在结合数据驱动学习与物理机理约束方面的优越性。此外,物理网络中的损失曲线 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$, $\mathcal{L}_{\text{IC}}$ 和 $\mathcal{L}_{\text{BC}}$ 协同下降,均呈现初期快速下降,随后平滑下降直至趋于平稳的形态,表明本文采用的基于梯度的自适应损失加权方法取得了较好的训练效果。

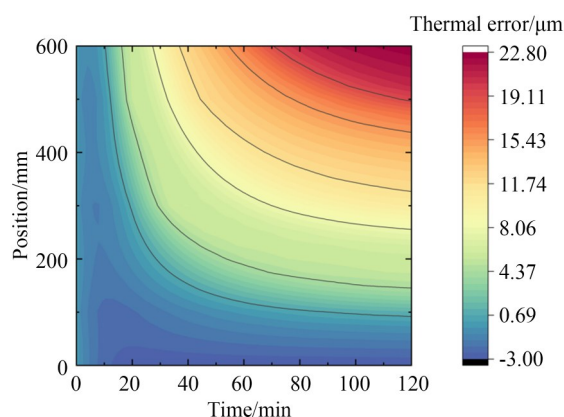
完成训练后,将模型的预测温度值代入式(5),得到了直驱进给轴的预测热误差,结果如图9所示。可以看出,预测热误差的变化趋势与实测热误差基本一致。将图9的预测热误差与图6的实测热误差相减,得到了模型的预测偏差如图10所示。三种工况下的偏差范围分别为 $-0.42 \sim 0.04 \mu\text{m}$, $-0.03 \sim 0.74 \mu\text{m}$ 及 $-0.79 \sim$



(a) 低速预测热误差
(a) Low-speed prediction thermal error



(b) 中速预测热误差
(b) Medium-speed prediction thermal error

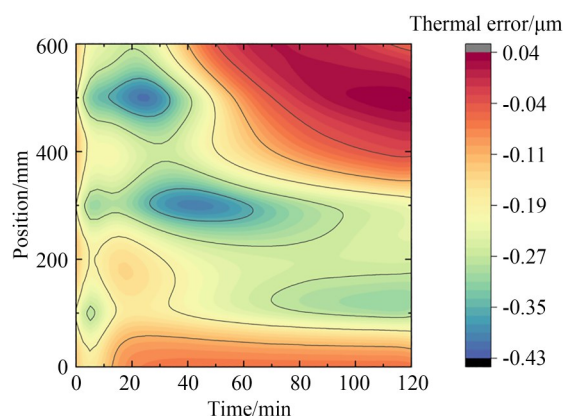


(c) 高速预测热误差
(c) High-speed prediction thermal error

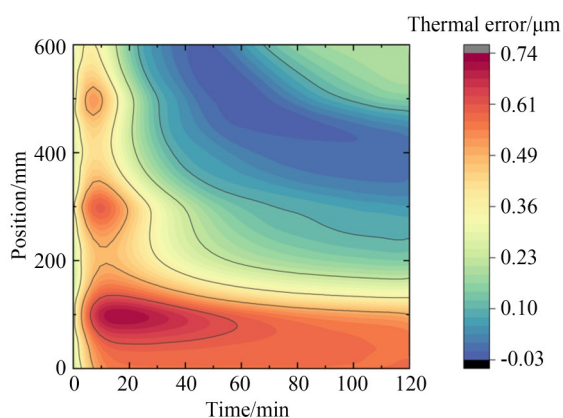
图 9 低速、中速和高速预测热误差

Fig. 9 Predicted thermal error under low-, medium-, and high-speed conditions

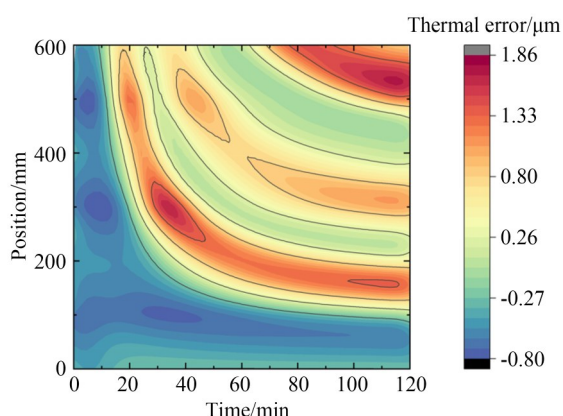
$1.85 \mu\text{m}$,表明模型的结果与实测结果极为接近,具有较高的预测精度。



(a) 低速预测偏差
(a) Low-speed prediction bias



(b) 中速预测偏差
(b) Medium-speed prediction bias



(c) 高速预测偏差
(c) High-speed prediction bias

图 10 低速、中速和高速预测偏差

Fig. 10 Prediction bias under low-, medium-, and high-speed conditions

4.3 模型对比分析

为了进一步验证本文提出模型的优越性,以高速工况为例,将模型与有限元法(Finite Element Method, FEM)^[26]、Bi-LSTM神经网络^[14]及传统PINN^[21]进行对比。为了量化各模型的预测性能,计算相应的均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE),结果如图 11 所示。FEM作为典型的机理建模方法,由于其依赖的简化物理假设与真实直驱进给轴会存在一定的偏差,难以准确刻画其热误差的演化规律。Bi-LSTM作为一种先进的经验建模方法,在拟合非线性数据方面表现出较强能力,其预测结果与实测结果较为吻合,但其性能对训练样本的数量和质量高度敏感,且容易出现过拟合或欠拟合问题。传统PINN将数据拟合与物理约束置于同一参数空间进行联合优化,导致二者在训练过程中存在竞争冲突,尤其在数据密集区域,其预测精度低于本文提出的GM-PINN。

在物理可解释性方面,FEM完全依赖机理建模,虽然具备较强的物理可解释性,但受限于简化物理假设与复杂实际情况之间的固有偏差,难以有效表征复杂的非线性热误差。Bi-LSTM作为“黑盒”模型,完全依赖数据驱动,缺乏对热误差生成机理的内在表达。传统PINN虽然引入了物理约束,但未能有效解决数据项与物理项在训练过程中的竞争问题。相比之下,GM-PINN通过门控机制能够根据数据特征自适应调节物理机理与数据驱动之间的置信权重:在数据稀疏区域强化先验物理信息的约束作用,在数据密集区域利用观测数据修正机理偏差,从而有效克服数据噪声的全局干扰,表现出更强的物理可解释性。

本文实验在 NVIDIA GeForce RTX 4060 Laptop GPU 计算平台上进行,各模型的计算效率如表 3 所示。在相同硬件环境下,尽管FEM涉及网格划分与矩阵迭代,但得益于成熟的求解软件,其耗时相对较短。Bi-LSTM的训练速度略慢于FEM。传统PINN由于物理项与数据项存在竞争冲突,收敛缓慢。相比之下,本文提出的GM-PINN凭借门控机制能够有效缓解竞争问题,训练时长缩短,相较于传统PINN提升了14.8%。

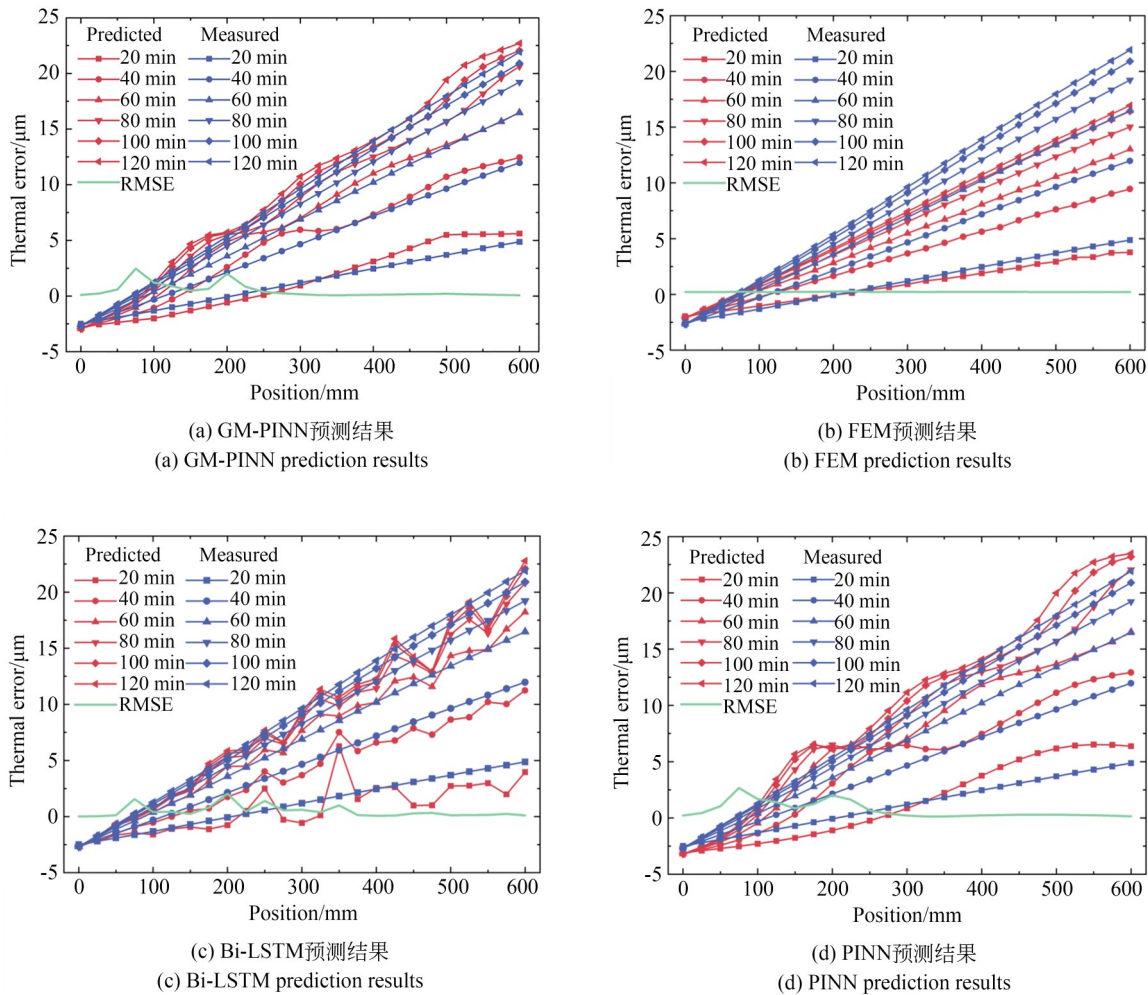


图 11 各模型热误差预测结果
Fig. 11 Thermal error prediction results of each model

表 3 各模型计算效率

Tab. 3 Computational efficiency of each model

模型	GM-PINN	FEM	Bi-LSTM	PINN
时间/s	524	389	468	615

综合对比结果,本文方法在预测精度上优于 FEM、Bi-LSTM 及传统 PINN,训练效率较传统 PINN 有所提升,且具备更强的物理可解释性,证明了其在热误差建模中的优势。

4.4 参数敏感性分析

为了验证方程采样点数量 N_{PDE} 设置的合理性,本文进行了参数敏感性分析,结果如表 4 所示。当采样点数量从 600 增加至 1 000 时,预测精度由 84.6% 提升至 95.2%;继续增加采样点数量,发现预测精度基本不变,而训练时长大幅增

加。综合考虑预测精度与训练效率,选取 1 000 个采样点已能覆盖整个温度场空间,从而实现对偏微分方程项的有效约束。

表 4 不同采样点数量下模型性能

Tab. 4 Model performance table with different numbers of sampling points

N_{PDE}	600	800	1 000	1 200	1 400
预测精度/%	84.6	91.4	95.2	95.3	95.3
时间/s	419	478	524	587	645

针对非线性激活函数的选择,本文同样进行了对比实验,结果如表 5 所示。相较于 Softplus, Swish 和 Sine, Tanh 的预测精度最高,因此将其选为 GM-PINN 的非线性激活函数。

表5 不同非线性激活函数下模型性能表

Tab.5 Model performance table with different nonlinear activation functions

非线性激活函数	Tanh	Softplus	Swish	Sine
预测精度/%	95.2	89.7	92.7	90.1

本文通过改变中间测点数量,在高速工况下对直驱进给轴的热误差进行预测,实验结果如表6所示。当中间布置2个测点(即总共4个测点)作为模型修正数据时,预测精度已趋于平稳,继续增加测点对模型精度的提升十分有限。因此,本文最终选定4个等间距布置的PT100热电偶作为温度传感器的布置方案。

表6 不同中间测点数量下模型性能表

Tab.6 Model performance table with different numbers of intermediate measuring points

中间测点数量	1	2	3	4
总热电偶数量	3	4	5	6
预测精度/%	91.8	95.2	95.3	95.4

5 结 论

本文提出一种基于GM-PINN的直驱进给轴热误差建模方法。该方法融合了机理模型和经验模型的优势,在保证较高预测精度的同时,具有良好的物理可解释性。主要结论如下:

(1) 揭示了直驱进给轴热误差的演化规律。

其温度场受电磁场、热场和流场共同作用。基于温度场分析,本文推导了温度演化的控制方程,并结合热膨胀理论建立了热误差机理模型。在此基础上,将推导出的直驱进给轴PDE, IC及BC等先验物理信息以损失函数的形式嵌入神经网络,对模型训练施加物理约束,从而有效融合机理分析与数据驱动,提升模型的物理可解释性。

(2) 构建了基于GM-PINN的正向求解器。GM-PINN采用“网络分工—门控融合”策略,能够有效协调数据驱动与物理约束之间的关系,缓解数据项与物理项在训练过程中的竞争冲突。实验结果表明,GM-PINN模型在低速、中速和高速工况下的偏差范围分别为 $-0.42\sim 0.04\ \mu\text{m}$, $-0.03\sim 0.74\ \mu\text{m}$ 和 $-0.79\sim 1.85\ \mu\text{m}$,预测精度达93.2%~96.7%,尤其适用于观测数据有限但物理机制明确的热误差建模问题。

(3) 在实际工程应用中,为确保模型的可行性,需要对机床的直驱进给轴布置温度测点:在轴两端及中间位置等间距增设热电偶,以实时获取边界温度和模型修正数据。因此,模型在实际工程应用中存在一定的局限性。

作者贡献声明:

张 驰:论文构思,初稿写作和可视化呈现;
唐光元:测量实验数据分析;
刘永荣:测量实验数据分析;
项四通:审核与编辑写作。

参考文献:

- [1] 刘阔,韩伟,王永青,等.数控机床进给轴热误差补偿技术研究综述[J]. 机械工程学报,2021,57(03): 156-173.
LIU K, HAN W, WANG Y, *et al.* A review on thermal error compensation technology for feed axes of CNC machine tools [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(03): 156-173. (in Chinese)
- [2] UHLMANN E, SALEIN S. Performance analysis of an adaptive cooling system with primary and secondary heat paths for linear direct drives in machine tools [J]. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 2022, 39: 91-103.
- [3] CHEN S L, HSIEH T H. Repetitive control design

and implementation for linear motor machine tool [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2007, 47(12/13): 1807-1816.

- [4] DENKANA B, AHLBORN P. Linear-rotary direct drive for multi-functional machine tools [J]. *CIRP Annals*, 2022, 71(1): 349-352.
- [5] CHOW J H, ZHONG Z W, LIN W, *et al.* A study of thermal deformation in the carriage of a permanent magnet direct drive linear motor stage [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2012, 48: 89-96.
- [6] CHOW J H, ZHONG Z W, LIN W, *et al.* A finite-difference thermal model of a three-phase coreless linear motor as a heat source [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2015, 87: 605-614.

- [7] 王海同, 李铁民, 王立平, 等. 机床热误差建模研究综述[J]. 机械工程学报, 2015, 51(9): 119-128.
WANG H T, LI T M, WANG L P, *et al.* Review on thermal error modeling of machine tools [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(9): 119-128. (in Chinese)
- [8] WENG L T, GAO W G, ZHANG D W, *et al.* Analytical modelling of transient thermal characteristics of precision machine tools and real-time active thermal control method[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2023, 186: 104003.
- [9] 陈茂雷, 项四通, 杨建国. 综合考虑“电磁-热-流”多场耦合的直驱式进给轴热误差建模方法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(12): 34-43.
CHEN M L, XIANG S T, YANG J G. Thermal error modeling method for a direct-drive feed axis under Electromagnetic-Thermal-Flow coupling [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(12): 34-43. (in Chinese)
- [10] LI N, XIANG S T, ZHANG H N, *et al.* Thermal error modeling method for direct drive feed system based on dynamic thermal network [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2025, 269: 125992.
- [11] LI F C, LI T M, JIANG Y, *et al.* Explicit error modeling of dynamic thermal errors of heavy machine tool frames caused by ambient temperature fluctuations[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2019, 48: 320-338.
- [12] ZAPŁATA J, PAJOR M. Piecewise compensation of thermal errors of a ball screw driven CNC axis [J]. *Precision Engineering*, 2019, 60: 160-166.
- [13] 肖捷, 王志永, 于水琴, 等. 基于RIME-BP神经网络的磨齿机进给系统热误差预测[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(11): 277-286.
XIAO J, WANG Z Y, YU S Q, *et al.* Thermal error prediction of gear grinding machine feed system based on RIME-BP neural network[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2024, 45(11): 277-286. (in Chinese)
- [14] SUN J C, LIU Z Y, QIU C, *et al.* An axial attention-BiLSTM-based method for predicting the migration of CNC machine tool spindle thermal error under varying working conditions[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2024, 130(3): 1405-1419.
- [15] 李明范, 杨龙, 李晟, 等. 以热图像为输入的基于ResNet的机床主轴热误差建模方法[J]. 中国机械工程, 2025, 36(9): 2057-2067.
LI M F, YANG L, LI S, *et al.* Thermal image input-based ResNet method for thermal error modeling of machine tool spindles[J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36(9): 2057-2067. (in Chinese)
- [16] 吕程, 刘子云, 刘子建, 等. 广义径向基函数神经网络在热误差建模中的应用[J]. 光学精密工程, 2015, 23(6): 1705-1713.
LÜ C, LIU Z Y, LIU Z J, *et al.* Application of generalized radial basis function neural network to thermal error modeling[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(6): 1705-1713. (in Chinese)
- [17] 余文利, 姚鑫骅, 傅建中, 等. 贝叶斯证据框架下的LS-SVM多工况数控机床热误差建模[J]. 中国机械工程, 2014, 25(17): 2361-2368.
YU W L, YAO X H, FU J Z, *et al.* Modeling of CNC machine tool thermal errors based on LS-SVM within Bayesian evidence framework [J]. *China Mechanical Engineering*, 2014, 25(17): 2361-2368. (in Chinese)
- [18] 林伟青, 傅建中, 许亚洲, 等. 基于LS-SVM与遗传算法的数控机床热误差辨识温度传感器优化策略[J]. 光学精密工程, 2008(9): 1682-1687.
LIN W Q, FU J Z, XU Y Z, *et al.* Optimal sensor placement for thermal error identification of NC machine tool based on LS-SVM and genetic algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008(9): 1682-1687. (in Chinese)
- [19] QIAN K, TIAN L, BAO J T. Frequency-domain physical constrained neural network for nonlinear system dynamic prediction[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2023, 122: 106127.
- [20] GUI H Q, LIU J L, MA C, *et al.* New mist-edge-fog-cloud system architecture for thermal error prediction and control enabled by deep-learning [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2022, 109: 104626.
- [21] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378: 686-707.
- [22] 李道伦, 沈路航, 查文舒, 等. 基于神经算子与类

- 物理信息神经网络智能求解新进展[J]. 力学学报, 2024, 56(4): 875-889.
- LI D L, SHEN L H, ZHA W S, *et al.* New progress in intelligent solution of neural operators and physics-informed-based methods[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2024, 56(4): 875-889. (in Chinese)
- [23] 林献坤, 张薇, 樊振华. 直线电机驱动进给轴热动态伪滞后建模与补偿方法研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(19): 137-143.
- LIN X K, ZHANG W, FAN Z H. Thermal dynamic hysteresis modeling and compensation for linear motor driven feed mechanism[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54 (19) : 137-143. (in Chinese)
- [24] 刘阔, 宋磊, 陈虎, 等. 机理驱动的数控机床进给轴时变误差建模和补偿方法[J]. 机械工程学报, 2022, 58(3): 251-258.
- LIU K, SONG L, CHEN H, *et al.* Mechanism-driven method for time-varying error modeling and compensation of CNC machine tool's feed axes [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58 (3): 251-258. (in Chinese)
- [25] PEREZ E, STRUB F, DE VRIES H, *et al.* FiLM: visual reasoning with a general conditioning layer[J]. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2018, 32(1): 10.
- [26] LIN X K, LI Y J, LI H L. Simulation-based estimation of thermal behavior of direct feed drive mechanism with updated finite element model[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 27(5): 992-998.

作者简介:



张 驰(2004—),男,浙江温州人,硕士研究生,主要研究方向为精密加工与测试。E-mail: 236001986@nbu.edu.cn

通讯作者:



项四通(1989—),男,浙江绍兴人,博士,教授,主要研究方向为精密加工与测试,多轴数控机床误差测量、建模与补偿。E-mail: xiangsitong@nbu.edu.cn