

文章编号 1004-924X(2026)12-1856-20

基于 HNC-808DiG 的复杂异形光学棱镜 铣磨机床的研究

陈明方¹, 姚宏亮^{1*}, 魏松坡², 赵艳宏³, 王苗苗²

(1. 昆明理工大学 机电工程学院, 云南 昆明 650500;

2. 河南平原光电有限公司, 河南 焦作 454001;

3. 中检质技检验检测科学研究院有限公司, 浙江 杭州 310022)

摘要:针对复杂异形光学棱镜的高精度铣磨难题,研究了一种基于 HNC-808DiG 数控系统的专用高精度铣磨机床。该机床通过碗形砂轮“绕 Z 轴旋转+沿 Z 轴受控直线运动”与工件“绕 B 轴受控旋转+X 轴受控直线运动”联动控制完成多平面连续铣磨;采用定制宏程序控制的三轴联动非同心圆弧角轨迹生成算法,实现各平面间的平滑过渡曲面铣磨加工。通过对五棱体、三棱体两种典型复杂异形光学棱镜的铣磨实验来验证理论研究的有效性和精度。实验结果显示:五棱体棱镜尺寸误差 ≤ 0.02 mm、角度误差 $\leq 20.5''$ 、棱差 ≤ 0.008 mm;三棱体棱镜尺寸误差 ≤ 0.03 mm、角度误差 $\leq 26.5''$ 、棱差 ≤ 0.012 mm;各过渡圆弧角半径尺寸一致性良好、表面光滑连续,满足装配要求。实验结果表明,本文基于 HNC-808DiG 标准数控系统研制的专用棱镜铣磨机床能够很好地解决复杂异形光学棱镜的高精度铣磨加工问题,为国内复杂异形光学棱镜的高精度铣磨加工提供了一种可行的工程化解决方案。

关键词:复杂异形光学棱镜;碗形砂轮;三轴联动铣磨;非同心圆弧角;轨迹建模与验证

中图分类号: TG502.12 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20263412.1856 **CSTR:** 32169.14.OPE.20263412.1856

Research on milling and grinding machine tools for complex special-shaped optical prisms based on HNC-808DiG

CHEN Mingfang¹, YAO Hongliang^{1*}, WEI Songpo², ZHAO Yanhong³, WANG Miaomiao²

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology,
Kunming 650500, China;

2. Henan Pingyuan Photoelectric Co., Ltd, Jiaozuo 454001, China;

3. China Inspection and Testing Quality Technology Research Institute Co., Ltd., Hangzhou 310022, China)

* Corresponding author, E-mail: hlyao1234@sina.com

Abstract: Aimed at the high-precision milling and grinding problems of complex special-shaped optical prisms, a special high-precision milling and grinding machine tool based on the HNC-808DiG numerical control system was studied. The machine tool realized continuous milling and grinding of multiple surfaces through the coordinated control of the cup wheel rotating around the Z-axis + controlled linear motion

收稿日期: 2026-03-30; 修订日期: 2026-04-22.

基金项目: 云南省重大科技专项计划(No. 202502AC080006); 国家自然科学基金(No. 52465063)

along the Z -axis and the workpiece rotating around the B -axis + controlled linear motion along the X -axis. A non-concentric arc corner trajectory generation algorithm with a three-axis linkage controlled by a custom macro program was adopted to achieve the milling and grinding of smooth transition surfaces between adjacent surfaces. The effectiveness and accuracy of the theoretical research were verified through milling and grinding experiments on two typical complex special-shaped optical prisms: a pentaprism and a triangular prism. The experimental results show that: For the pentaprism, the dimensional error ≤ 0.02 mm, angular error $\leq 20.5''$, and edge thickness difference ≤ 0.008 mm; For the triangular prism, the dimensional error ≤ 0.03 mm, angular error $\leq 26.5''$, and edge thickness difference ≤ 0.012 mm. The transition arc corners exhibit good radius consistency and smooth continuous surfaces, meeting assembly requirements. The results demonstrate that the special prism milling and grinding machine developed in this paper based on the HNC-808DiG standard CNC system can effectively solve the high-precision machining problems of complex special-shaped optical prisms, and provides a feasible engineering solution for the high-precision milling and grinding of domestic complex special-shaped optical prisms.

Key words: complex special-shaped optical prism; cup wheel; three-axis linked milling and grinding; non-concentric arc corner; trajectory modeling and verification

1 引 言

光学玻璃具有优异的透光性能和稳定的物理化学特性,广泛应用于精密光学系统与红外成像装备中。其中,K9玻璃凭借良好的光学均匀性和力学性能,在工程棱镜类光学元件中应用广泛^[1-3]。然而,K9玻璃又属于典型的硬脆材料,在加工过程中易产生崩边、裂纹及亚表面损伤,对棱镜的尺寸精度、角度精度及棱差一致性等提出了极高的要求^[4]。对于复杂异形棱镜,多平面可通过工件旋转与砂轮受控直线运动的联动实现铣磨成形;但是棱镜边缘过渡区域通常呈非同心圆弧特征,几何关系复杂,直接采用标准圆弧磨削插补指令无法实现加工工艺要求。

针对这类工件的高精度加工,国内外学者开展了大量的研究。Cui等^[5]基于K9玻璃复杂曲面的曲率特征与Freeman编码完成加工区域划分,通过光栅、螺旋及希尔伯特三种轨迹的对比实验验证,希尔伯特轨迹能有效抑制中高频误差,使表面粗糙度降低90%以上,为异形件过渡区域轨迹选择提供了参考。Ma等^[6]提出基于刀具进给方向矢量场的分区加工方法,通过双目标优化模型计算最优进给方向,结合矢量场散度与旋度完成曲面分割,使加工表面粗糙度和轮廓误差分别降低22.52%和40.21%,为复杂区域精

准加工提供了新思路。Ji等^[7]针对四轴抛光机床提出自适应实时NURBS曲线插值算法,融入S形曲线加减速控制,有效提升了轨迹插值精度与运动平稳性,为复杂轨迹的数控实现提供了技术支撑。Zhang等^[8-9]针对光学玻璃超声振动辅助抛光(Ultrasonic Vibration Assisted Polishing, UVAP)过程,建立了考虑超声周期性压力变化和磨料微观接触状态的材料去除模型,提出“普雷斯顿系数分布函数”描述磨料分布影响,显著提升了加工效率与表面质量。Fang等^[10]通过锥切和纳米压痕实验确定了BK7玻璃脆-韧转变的临界未变形切屑厚度,为硬脆材料加工参数优化提供了理论依据。此外,Liu等^[11]针对自由曲面加工中旋转轴运动性能弱的问题,提出基于K-means聚类的3+2轴分区加工方法,通过最大化平均加工条带宽度平衡精度与效率,为多平面异形件的联动加工提供了新方案。Chen等^[12]提出基于表面形貌的分层分割抛光路径,通过粗抛分层去除与精抛随机路径抑制中频误差,使K9玻璃表面PV和RMS值分别降低62.49%和90.37%,为异形件复杂表面的精度控制提供了有效手段。

现有轨迹建模研究主要针对规则曲面或螺旋轨迹^[13-15]。针对自由曲面棱镜的高精度加工,有研究人员提出误差补偿与在线检测相结合的临时替代方案,但工艺流程复杂,高度依赖数控

系统和检测条件,工程适用性有限^[16]。对于复杂异形光学棱镜的多段非同心圆弧加工工艺需求,尚无面向数控系统建模的工程化实施方案。本文以通用 HNC-808DiG 数控系统为控制平台,研制了一种面向复杂异形光学棱镜铣磨加工的专用机床。选取五棱体、三棱体两种典型 K9 复杂异形光学玻璃棱镜作为试验对象,针对棱镜边缘过渡区域的非同心圆弧角铣磨问题,提出了一种三轴联动非同心圆弧轨迹生成算法,对机床加工的尺寸精度、角度精度及棱差控制等工艺参数进行实验验证。

2 研究背景与问题提出

2.1 铣磨机的功能分析

本文研究对象是服役年限较长的棱镜铣磨专用机床的改造再利用,仅对设备的数控系统与控制程序进行系统化升级,机床原有机机械结构、安装结构及砂轮配置均保持不变。

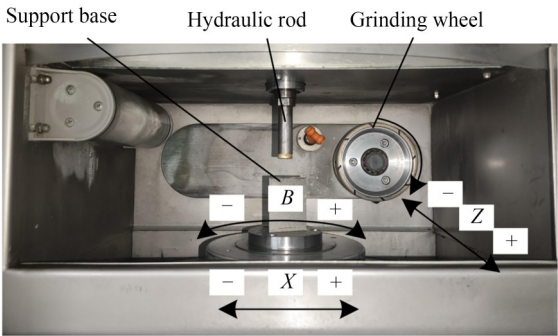
机床主要由直线进给轴 X、轴 Z 及旋转轴 B 组成,工作仓如图 1(a)所示。B 轴安装台具①,用于棱镜的支撑与定位,回转中心位置的正上方设有可调高度的液压杆②,与台具①配合实现棱镜的定位与压紧,以保证铣磨精度。

铣磨过程中,棱镜可随 B 轴旋转并沿 X 轴横向移动;砂轮③安装于 Z 轴,在高速自转的同时可沿 Z 轴方向进给,实现棱镜的铣磨。

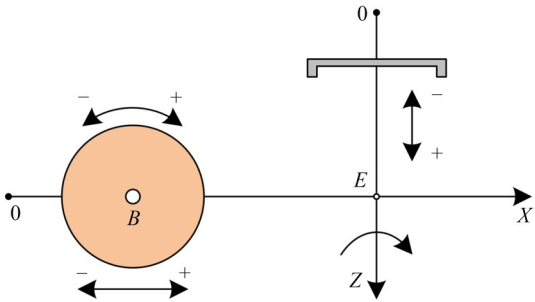
各轴的位置关系及方向定义如图 1(b)所示。X 轴与 Z 轴互相垂直,交点记为 E。为便于铣磨程序编写,X 轴以 B 轴回转中心为坐标基准,Z 轴以砂轮安装基面为坐标基准。根据工艺需求与机床硬件实际情况,分别设计机床 X、Z 轴的有效行程为 0~170 mm,0~80 mm。通过千分表标定,交点 E 在 XZ 坐标系下的坐标为(132.682, 85.593)mm。

机床选用的碗形金刚石砂轮如图 2(a)所示,外径 $D=100$ mm、内径 $d=90$ mm,铣磨带厚度 $t=5$ mm、磨粒直径 $90\text{ }\mu\text{m}$ 、金刚石浓度 35%。砂轮端面①及侧面的铣磨带②均可参与铣磨加工。

选取的典型复杂异形光学棱镜有五棱体和三棱体两种规格,材质均为 K9 光学玻璃,性能参数见表 1。五棱体棱镜铣磨工艺参数标准如图



(a) 工作仓结构
(a) Work compartment structure



(b) 各轴位置关系
(b) Positional relationship of each axis

图 1 机床工作仓结构及各轴位置关系

Fig. 1 Structure of the machine tool working chamber and the positional relationship of each axis

2(b)所示,按逆时针 1~5 分别定义每个棱边名称,成品棱镜弦宽 $66.34_{-0.05}$ mm、弦高 $40.3_{-0.05}$ mm、厚 $38_{-0.1}$ mm、棱差(上下端面最大弦长之差) ≤ 0.02 mm,面 1 与面 5、面 2 与面 3 夹角 $\angle 1-5 = \angle 2-3 = 90^\circ \pm 30''$,面 1 与面 2 夹角 $\angle 1-2 = 120^\circ \pm 30''$ 。

三棱体棱镜铣磨工艺参数标准如图 2(c)所示,按逆时针 1~3 分别定义每个棱边名称,成品三棱镜厚 $35_{-0.08}^{+0.08}$ mm,面 1 与面 3、面 2 与面 3 夹角 $\angle 1-3 = \angle 2-3 = 45^\circ \pm 30''$ 、弦高 $25_{-0.05}$ mm、棱差 ≤ 0.02 mm,过渡圆弧角半径 $r=8$ mm,表面粗糙度 $R_a=3.2\text{ }\mu\text{m}$ 。

表 1 K9 光学玻璃机械性能参数

Tab. 1 K9 optical glass mechanical performance parameters			
Density/ ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	Young modulus/GPa	Poisson's ratio	Knoop hardness
2.52	81.30	0.209	610

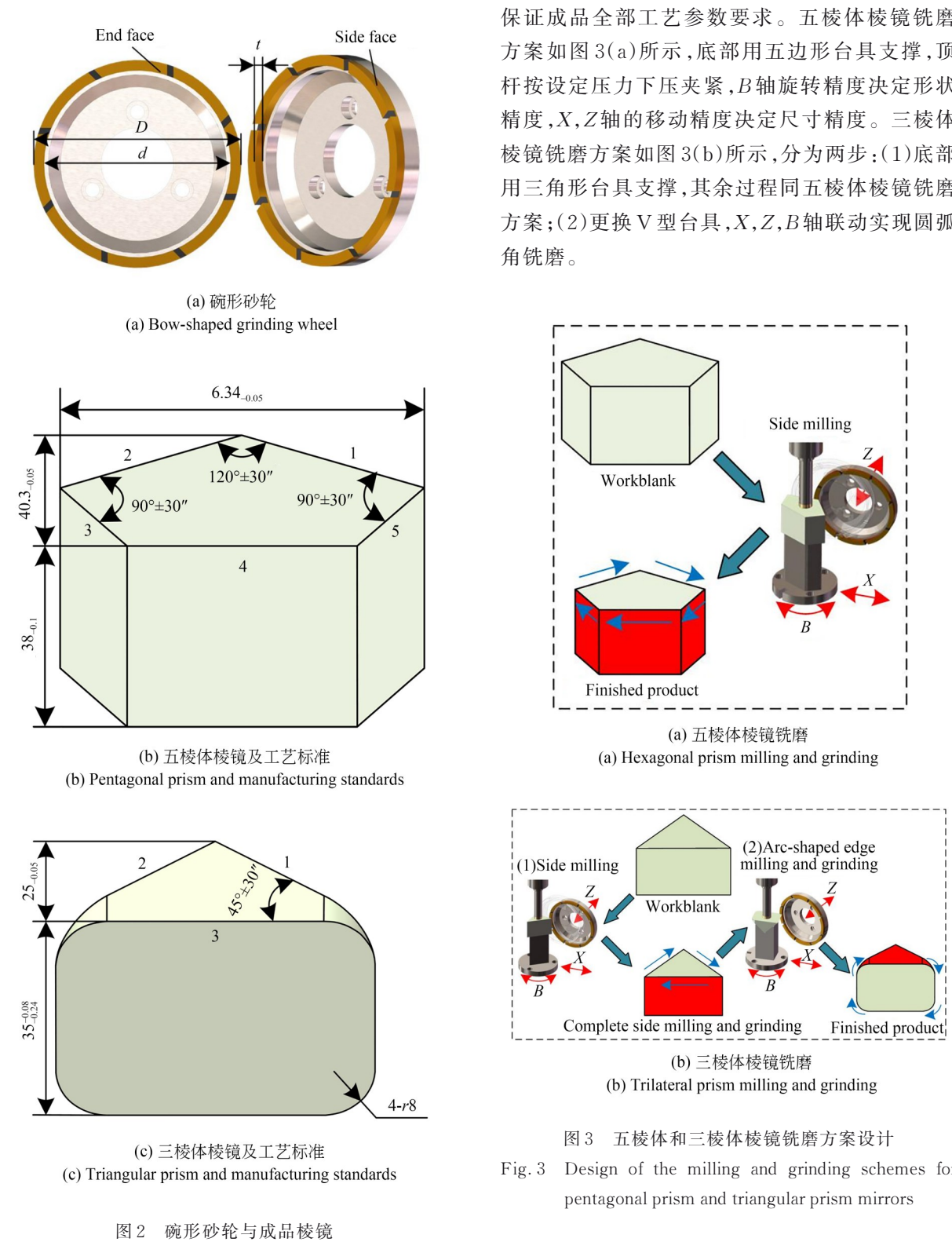


图3 五棱体和三棱体棱镜铣磨方案设计

Fig.3 Design of the milling and grinding schemes for pentagonal prism and triangular prism mirrors

2.2 棱镜铣磨方案制定

五棱体棱镜的毛坯件厚度在公差范围内,仅需铣磨侧面即可;三棱体棱镜需要铣磨所有面来

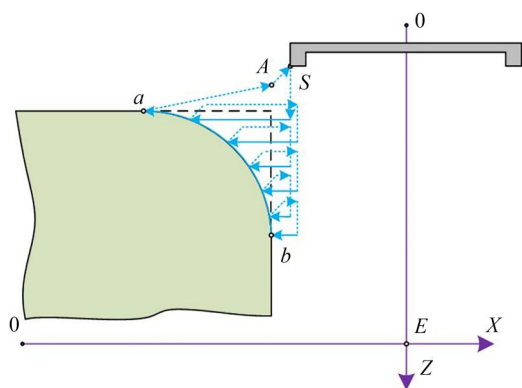
保证成品全部工艺参数要求。五棱体棱镜铣磨方案如图 3(a)所示,底部用五边形台具支撑,顶杆按设定压力下压夹紧,B轴旋转精度决定形状精度,X,Z轴的移动精度决定尺寸精度。三棱体棱镜铣磨方案如图 3(b)所示,分为两步:(1)底部用三角形台具支撑,其余过程同五棱体棱镜铣磨方案;(2)更换 V 型台具,X,Z,B轴联动实现圆弧角铣磨。

对于棱镜的侧面铣磨,采用华中数控 HNC-808DiG 系统内置的端面车削循环指令 G72,通过设定合理参数值即可完成铣磨加工要求。对于三棱体棱镜四个不同心圆弧角的铣磨,仅使用 HNC-808DiG 系统内置的 G02/G03 标准圆弧插

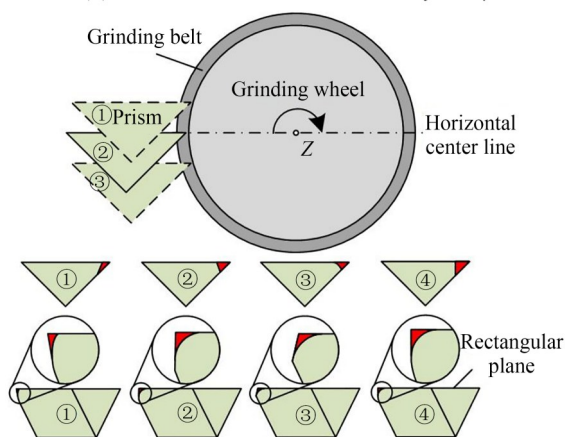
补指令无法完成加工要求。

2.3 标准圆弧插补指令 G02/G03 的局限性分析

若采用标准 G02/G03 圆弧插补指令加工,需利用砂轮边缘与 X,Z 轴联动铣磨实现,运动轨迹如图 4(a)所示。在矩形平面内的轨迹为标准圆弧,但由于砂轮边缘弧度的影响,从侧面观察发现实际轨迹与圆弧轨迹要求存在明显差异。图 4(b)中④号棱镜铣磨后的弧面与侧平面相切,且与矩形平面垂直,符合圆弧角工艺要求。按理想情况,当棱镜正确放置于台具上时,三棱体矩形平面应与砂轮轴线水平,但受棱镜尺寸一致性及台具误差影响,矩形平面相对砂轮轴线位置可能处于①,②,③中的一种情况。



(a) 圆弧插补指令轨迹
(a) Arc interpolation command trajectory



(b) 棱镜在不同位置的铣磨缺陷
(b) Milling defects of the prism at different positions

图 4 G02/G03 标准圆弧插补指令铣磨轨迹及缺陷

Fig. 4 G02/G03 standard circular interpolation instructions for milling and grinding trajectories and defects

为分析三个位置的不同影响,采用 Solid-Works 建模进行仿真分析。当棱镜位于①号位置时,切线明显右倾,弧面与矩形平面呈锐角;当在②号位置时,切线轻微左倾,夹角呈轻微钝角;当在③号位置时,切线明显左倾,夹角呈明显钝角。

由此可见,无论棱镜与砂轮相对位置如何,标准 G02/G03 圆弧插补指令均无法实现标准圆弧角铣磨。

2.4 针对传统方法局限性的轨迹建模改进思路

标准 G02/G03 圆弧插补指令在碗形砂轮条件下难以准确描述非同心圆弧角的实际加工轨迹,其本质原因为:砂轮在指令驱动下所产生的包络面与工件几何特征不匹配。此外,受限原机床机械结构,设备不具备多种刀具更换、回转定位及姿态调姿能力,无法实现分面装夹与分区域独立加工。因此亟须研究一种能在现有三轴联动条件下实现标准圆弧铣磨的新算法。

基于上述需求,本文提出了一种以砂轮端面为基准的轨迹包络驱动模型。与传统方法相比,本文所建立的轨迹模型在以下三个方面进行了改进:

(1) 在轨迹表达方式上,传统 G02/G03 圆弧插补指令基于标准圆弧参数,使用方式比较固定;而本文方法采用参数化轨迹描述,灵活性更好,可自由组合,具有高度定制性的特点。

(2) 在刀具适配方面,传统方法未考虑碗形砂轮的几何包络关系;而本文方法在建模过程中引入砂轮几何约束,从而使轨迹表达与实际加工机理相一致。

(3) 在工作效率方面,传统方法通过微小直线段拼接逼近形成圆弧,需多次走刀,效率较低,且加工的表面质量一般;而本文方法则利用数学关系约束刀具与工件之间的相对位置关系,利用缓进给铣磨的特性优化了工艺参数,实现了一次铣磨成形,效率更高,且可以通过调整插补角提升工件表面质量。

3 非同心圆弧角轨迹数学模型的建立

当圆弧中心与工件旋转中心(B轴)重合时

为同心圆弧,可通过固定砂轮位置、由 B 轴旋转实现圆弧角铣磨;当圆弧中心与工件旋转中心不重合时,该方法无法适用,若存在多段圆心不同的非同心圆弧,加工情况将更为复杂。对此,可将复杂型面拆分为单段圆弧进行处理,通过建立单段非同心圆弧的铣磨数学模型,并利用该模型进行轨迹组合,即可实现多段非同心圆弧复杂型面的铣磨加工。本文以常见的三棱体棱镜为研究对象,推导非同心圆弧角轨迹数学模型。

3.1 工件坐标系下的轨迹边界推导

在理想状态下,放置棱镜夹紧后,棱镜中心应与机床 B 轴中心重合。如图 5 所示,以棱镜中心建立工件坐标系 $x_o z$,当铣磨到圆弧任意位置 b_n 时,棱镜绕机床 B 轴旋转一定角度 θ 同时沿机床坐标系 X 轴移动一定距离,移动后的工件坐标系记为 $x_n o_{1n} z_n$ 。

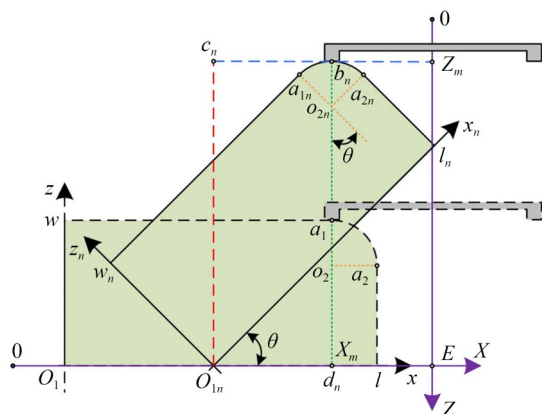


图 5 圆弧铣磨过程中棱镜与砂轮位置关系

Fig. 5 Positional relationship between the prism and the grinding wheel during the arc milling process

设待铣磨圆弧在工件坐标系下的圆心坐标为 (x_1, z_1) 、圆弧半径为 r 、棱镜长度为 $2l$ 、棱镜宽度为 $2w$,可得:

$$\begin{cases} x_1 = l - r \\ z_1 = w - r \end{cases} \quad (1)$$

则圆弧上任意一点坐标 (m, n) 为:

$$\begin{cases} m = r \sin \theta + x_1 \\ n = r \cos \theta + z_1 \end{cases} \quad (2)$$

铣磨点的法线 $b_n d_n$ 方程为:

$$x \cot \theta - z - m \cot \theta + n = 0. \quad (3)$$

根据点到直线的距离公式,由式(1)~式(3)

可求出 o_{1n} 到直线 $b_n d_n$ 的垂直距离 $o_{1n} d_n$ 为:

$$o_{1n} d_n = \frac{|-m \cot \theta + n|}{\sqrt{\cot^2 \theta + 1}} = \frac{|-l \cot \theta + w + r(\cot \theta - 1)|}{\sqrt{\cot^2 \theta + 1}}. \quad (4)$$

砂轮铣磨时的切线 $a_n c_n$ 方程为:

$$x \tan \theta + z - m \tan \theta - n = 0. \quad (5)$$

根据点到直线的距离公式,由式(1)、式(2)、式(5)可得 o_{1n} 到直线 $b_n c_n$ 的垂直距离 $o_{1n} c_n$ 为:

$$o_{1n} c_n = \frac{|-l \tan \theta - w + r(1 + \tan \theta - \sec \theta)|}{\sqrt{\tan^2 \theta + 1}}. \quad (6)$$

由式(4)、式(6)求得工件坐标系下机床 X, Z 轴随 B 轴旋转的铣磨距离方程如下:

$$\begin{cases} B = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right) \\ o_{1n} d_n = \frac{|-l \cot \theta + w + r(\cot \theta - 1)|}{\sqrt{\cot^2 \theta + 1}} \\ o_{1n} c_n = \frac{|-l \tan \theta - w + r(1 + \tan \theta - \sec \theta)|}{\sqrt{\tan^2 \theta + 1}} \end{cases} \quad (7)$$

3.2 坐标系变换与轨迹表达式

在机床坐标系中,无论砂轮沿 Z 轴如何运动,铣磨端面始终平行于 X 轴。选定砂轮端面 b_n 作为铣磨点,在机床坐标系中 X 轴的坐标点 X_m 始终不变。基于此,将工件坐标系中推导出的距离公式转换到机床坐标系,得到机床 X 轴坐标的变化规律。

在机床坐标系中,直线 $b_n d_n$ 为通过点 X_m 垂直于 X 轴的直线。因此,工件坐标系原点 o_{1n} 到直线 $b_n d_n$ 的垂直交点 d_n 在机床坐标系中始终与 X_m 重合。

假设 $o_{1n} X_m$ 为去掉绝对值符号后的值:根据点到直线距离的判别公式,当 $C > 0$ 时, $o_{1n} d_n = o_{1n} X_m$, 此时 o_{1n} 位于 X_m 右侧,机床坐标系下 X 轴坐标 $X = X_m + o_{1n} X_m$; 当 $C < 0$ 时, $o_{1n} d_n = -o_{1n} X_m$, 此时 o_{1n} 位于 X_m 左侧, X 轴坐标同样为 $X = X_m + o_{1n} X_m$; 当 $C = 0$ 时, $o_{1n} d_n = 0$, 则 $X = X_m$ 。由此可得,机床坐标系下 X 轴的坐标统一表示为 $X = X_m + o_{1n} X_m$ 。

在工件坐标系下,原点 o_{1n} 到直线 $b_n c_n$ 的距离

为 $o_{1n}c_n$ 。根据点到直线距离的判别公式,当 $m > 0, n > 0$ 和 $\theta > 0$, 可得 $C < 0$ 。假设去掉绝对值后的距离为 Z_mE , 则 $o_{1n}c_n = -Z_mE$ 。砂轮铣磨平面在机床坐标系下 Z 轴坐标记为 Z_m , XZ 交点为 E 。由于棱镜中心始终沿 X 轴移动, 机床坐标系下棱镜中心 Z 轴坐标 Z_x 保持不变。因此, 可将 $o_{1n}c_n$ 转换为机床坐标系下的 Z 轴坐标, 变为 $Z = Z_x - o_{1n}c_n = Z_x + Z_mE$ 。

对于 B 轴, 数学模型中的 θ 为逆时针旋转, 在机床坐标系下对应负方向, 故 B 轴旋转角度为 $-\theta$ 。

综上可得, 圆弧铣磨过程中, 以 B 轴旋转角度 θ 为自变量, 机床坐标系下 X 轴和 Z 轴的转换关系为:

$$\begin{cases} B = -\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right) \\ X = X_m + \frac{-l \cot \theta + w + r(\cot \theta - 1)}{\sqrt{\cot^2 \theta + 1}} \\ Z = Z_x + \frac{-l \tan \theta - w + r(1 + \tan \theta - \sec \theta)}{\sqrt{\tan^2 \theta + 1}} \end{cases} \quad (8)$$

化简得:

$$\begin{cases} B = -\theta (0 < \theta < \pi/2) \\ X = X_m + (w - r) \sin \theta + (r - l) \cos \theta \\ Z = Z_x - r + (r - l) \sin \theta + (r - w) \cos \theta \end{cases} \quad (9)$$

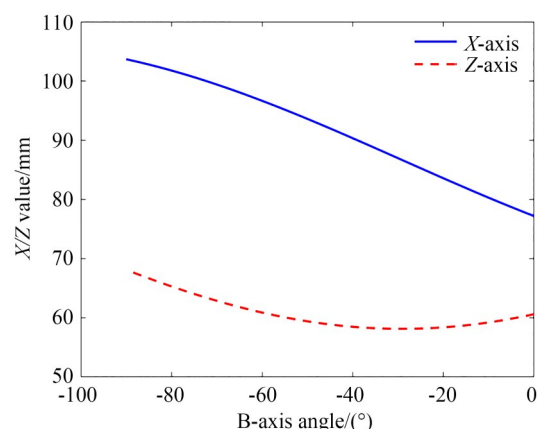
上述非同心圆弧角轨迹数学模型基于理想砂轮状态建立。考虑到实际加工中砂轮端面存在微量磨损, 可通过 Z 轴坐标微调实现磨损补偿: 将砂轮端面磨损量 ΔZ 直接叠加至 Z 轴目标位置, 无需修改模型核心公式。由于本研究中砂轮磨损量极小, 该补偿方式可在不改变数学模型结构的前提下, 保证轨迹精度, 使模型在砂轮全生命周期内均适用。

3.3 圆弧角轨迹的铣磨实现机理

基于铣磨轨迹数学模型, 编写 MATLAB 程序验证三轴联动下的运动轨迹。选取典型玻璃毛坯的尺寸参数: 棱镜矩形截面长 $2l = 35 \text{ mm}$ 、宽 $2w = 50 \text{ mm}$, 圆弧半径 $r = 8 \text{ mm}$ (见图 2(c))。初步选取砂轮铣磨点坐标 $X_m = 86.682 \text{ mm}$, X, Z 轴的交点坐标为 $(132.682, 85.593) \text{ mm}$ 。对于单个圆弧角铣磨, 将上述参数输入程序可得 X, Z 轴随 B 轴转动角度变化的轨迹如图 6(a) 所示。MAT-

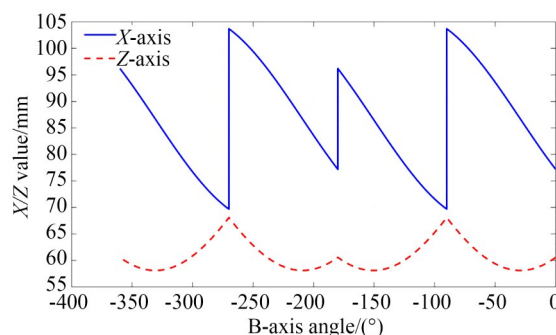
LAB 仿真结果表明: 棱镜中心在 X 轴上的坐标随 B 轴转动角度单调递减; 砂轮在 Z 轴上的坐标随 B 轴转动角度, 先减小后增大。计算得到的轨迹起点和终点坐标与机床铣磨时棱镜的初始位置及末端位置一致, 证明数学模型正确。

在实际铣磨中, 需要逆时针依次铣磨图 9 所示棱镜的四个圆弧角。由理论分析可知, 相邻圆弧角铣磨过程中, 棱镜的第二个圆弧角位置相对于第一个圆弧角逆时针旋转了 90° , 等效为棱镜位置不变, 长宽交换。因此, 每完成一次圆弧角铣磨, 交换 $2l \leftrightarrow 2w$ 重新代入数学模型, 即可实现棱镜相邻圆弧角的铣磨, 四个圆弧角的铣磨轨迹如图 6(b) 所示。总之, X, Z 轴坐标随 B 轴的旋转角度以 90° 为间隔呈周期性变化; Z 轴坐标在相邻圆弧角铣磨时, 首尾相接、连续变化。



(a) 单个圆弧角铣磨轨迹

(a) An arc-shaped milling and grinding path



(b) 四个圆弧角铣磨轨迹

(b) Four arc-shaped milling and grinding path

图 6 铣磨圆弧角过程中 X/Z 轴随 B 轴旋转的轨迹曲线
Fig. 6 Trajectory curve of the X/Z axes rotating around the B axis during the milling of the arc angle

3.4 圆弧角轨迹的位置、速度与加速度连续性分析

3.4.1 位置(C^0)连续性分析

当棱镜圆弧角铣磨完成后,开始进行侧边铣磨(见图 9 中②,④,⑥与⑧位置),此时 B 轴锁定, Z 轴静止,仅由 X 轴进行直线进给运动;侧边铣磨完成后,即开始进行下一圆弧角铣磨。由于图 6 (b)中以 B 轴角度作为自变量对 X, Z 轴坐标进行表达时,不同加工阶段对应的运动学描述基准发生切换,因此在曲线表达上呈现出“跳变”现象。这属于表达基准变化导致的分段重映射结果,而非实际空间轨迹的不连续。

3.4.2 速度(C^1)与加速度(C^2)连续性分析

为了进一步分析圆弧角铣磨时各轴的 C^1 与 C^2 变化连续性,式(9)对时间 t 分别求一阶导数与二阶导数,可得圆弧角铣磨时 X, Z 轴 C^1 变化情况为:

$$\begin{cases} v_B = -\omega (0 < \theta < \pi/2) \\ v_X = \omega [(w-r)\cos\theta - (r-l)\sin\theta] \\ v_Z = \omega [(r-l)\cos\theta - (r-w)\sin\theta] \end{cases} \quad (10)$$

C^2 变化情况为:

$$\begin{cases} a_B = -\alpha (0 < \theta < \pi/2) \\ a_X = \alpha [(w-r)\cos\theta - (r-l)\sin\theta] + \omega^2 [(r-w)\sin\theta - (r-l)\cos\theta] \\ a_Z = \alpha [(r-l)\cos\theta - (r-w)\sin\theta] + \omega^2 [(l-r)\sin\theta - (r-w)\cos\theta] \end{cases} \quad (11)$$

当 B 轴采用恒速控制时,角速度 ω 为常数、角加速度 $\alpha=0$ 。则式(11)可进一步化简为:

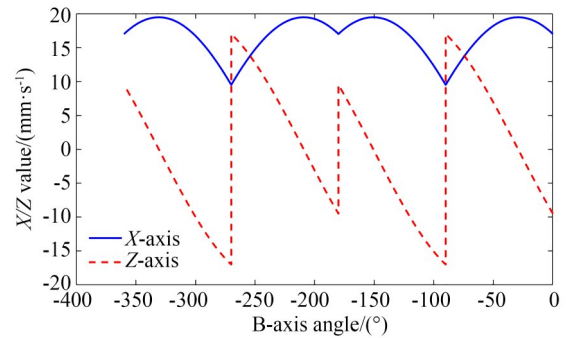
$$\begin{cases} a_B = 0 (0 < \theta < \pi/2) \\ a_X = \omega^2 [(r-w)\sin\theta - (r-l)\cos\theta] \\ a_Z = \omega^2 [(l-r)\sin\theta - (r-w)\cos\theta] \end{cases} \quad (12)$$

根据式(10)与式(12)可知:速度与加速度均与 B 轴角速度有关,为便于分析轨迹变化规律,在不影响连续性判定的前提下,将 B 轴角速度 ω 归一化处理为常量 1。运用 MATLAB 可绘制出 X, Z 轴随 B 轴转角变化轨迹如图 7 所示。

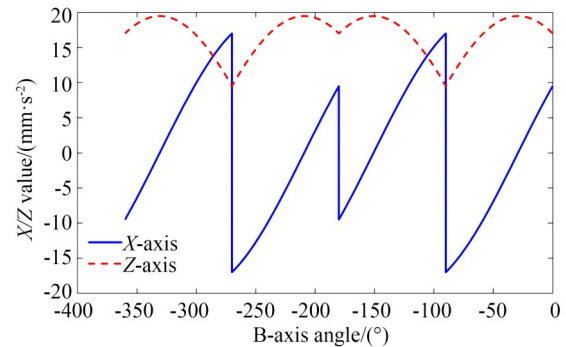
由图 7 可以看出, B 轴在恒速旋转条件下,当加工轨迹由圆弧角过渡至侧边加工阶段时(图 7 中 $-90^\circ, -180^\circ, -270^\circ, -360^\circ$ 位置),由于运动控制变量由“ B 轴主导的旋转参数”切换为“直线轴进给参数”,导致 X, Z 轴速度与加速度在分段

连接处出现突变现象。

进一步的,由式(10)与式(12)可得, C^1 与 C^2 的突变量分别与 B 轴角速度 ω 呈线性与二次关系,且突变位置以 90° 为间隔出现。为此,可在突变转角位置引入角速度为零的过渡条件,避免 C^1 与 C^2 的突变。



(a) 速度变化情况
(a) Situation of speed changes



(b) 加速度变化情况
(b) Variation of acceleration

图 7 恒速插补时 X/Z 轴速度与加速度随 B 轴转角变化情况

Fig. 7 Variation of X/Z axis speed and acceleration with respect to the B axis rotation angle during constant-speed interpolation

此时 B 轴需采用变速控制,根据前文分析,只要变速控制函数满足连续、可导、周期为 90° 、每个周期转换点位置函数值为 0 且整个插补周期内函数值 ≥ 0 ,即可实现速度与加速度的平滑处理。

例如,可构造如下连续函数作为 B 轴角速度调制控制函数:

$$\omega(\theta) = \sin^2(2\theta). \quad (13)$$

将式(13)代入式(10)与式(11),运用 MATLAB 可绘制出调制后 C^1 与 C^2 的变化情况如图 8 所示,突变得到了有效处理。上述基于零速过渡点的轨迹优化方法属于运动控制层面的改进策略,可在不改变加工几何轨迹的前提下提升运动平稳性。然而,受限于机床硬件算力约束,本文后续实验仍基于恒速插补策略开展。实验时,通过合理调整机床相关参数,逐级增大 B 轴角速度,确保 C^1 与 C^2 突变的冲击力控制在机床的可承受范围内,其主要目的是验证非同心圆弧角轨迹数学模型的有效性。

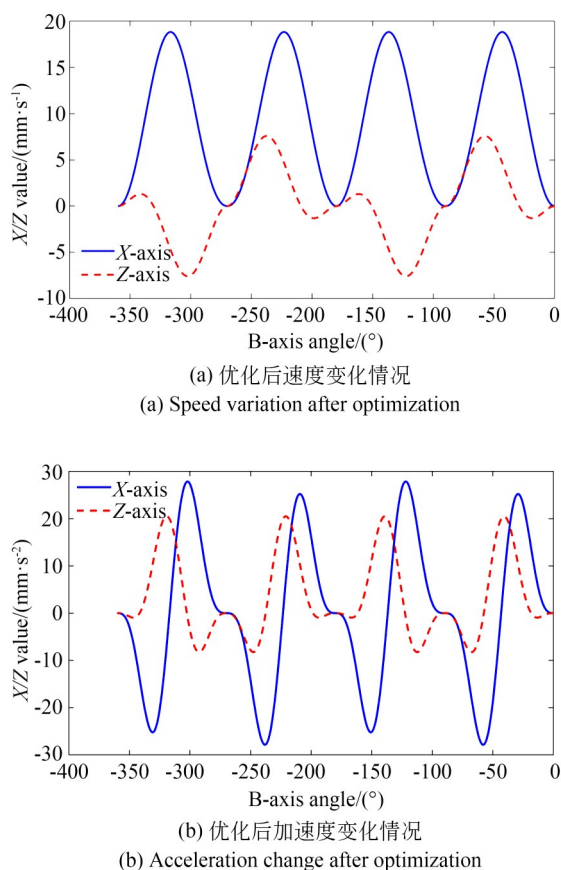


图 8 优化后 X/Z 轴速度与加速度随 B 轴转角变化情况
Fig. 8 Variation of X/Z axis speed and acceleration with respect to the B axis rotation angle after optimization

4 约束圆弧角铣磨速度上限的双因素分析

为保证棱镜圆弧角与侧面相切,考虑台具在 B 轴零位的实际位置,铣磨顺序如图 9 所示,按顺

时针方向从①~⑧依次进行。

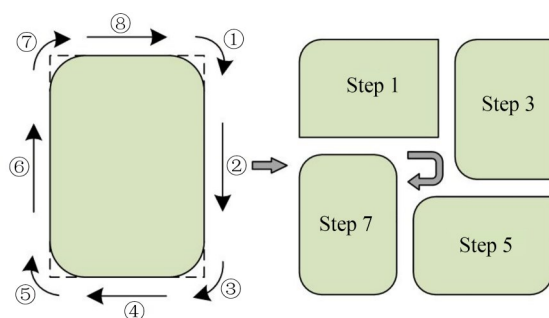


图 9 圆弧角铣磨顺序

Fig. 9 Arc corner milling and grinding sequence

若使非同心圆弧角轨迹在保证精度的前提下提升铣磨速度,需依托构建的数学模型确定分析边界,围绕砂轮接触区域、棱镜体积去除速率及进给速度,量化得到安全高效的加工速度区间。这既是对基于数学模型的新型轨迹加工可行性的理论验证,也为后续实验参数的选取提供直接依据。

4.1 砂轮铣磨区域分析

双因素分析前,应对砂轮铣磨区域作合理界定与简化,以兼顾铣磨精度与计算效率。为最大限度提高圆弧角铣磨质量,应在砂轮端面铣磨带中确定最宽的矩形平面铣磨区域。根据三棱体棱镜圆弧角尺寸(图 2(c)),可知待选矩形铣磨带高 ≥ 8 mm。因此,需要构建矩形铣磨带宽度与已知参数之间的数学关系,从而解析出铣磨带宽度最大位置。由于碗形砂轮具有对称性,因此只需分析 $1/4$ 区域即可。同时,选定的矩形铣磨带必须严格控制在砂轮有效铣磨区域内。

如图 10(a)所示, O 为碗形砂轮平面铣磨中心, R_1 为砂轮铣磨带外圆半径, R_2 为砂轮铣磨带内圆半径, OD 为砂轮水平中心线。

经分析可知,选取的矩形铣磨带存在三个临界位置:位置①,矩形铣磨带左侧两个顶点均位于砂轮铣磨带外圆弧线上,右侧与砂轮铣磨带内圆弧线相切;位置②,矩形铣磨带左下侧顶点位于外圆弧上,右上侧顶点位于内圆弧上;位置③,矩形铣磨带宽度为 0,退化为一根铣磨线。

设矩形铣磨带左下顶点为 A 、左上顶点为 B 、右上顶点为 C ,见图 10(a)。分别从 A 和 C 向砂轮水平中心线 OD 作垂线,交点记为 D 和 E ,设

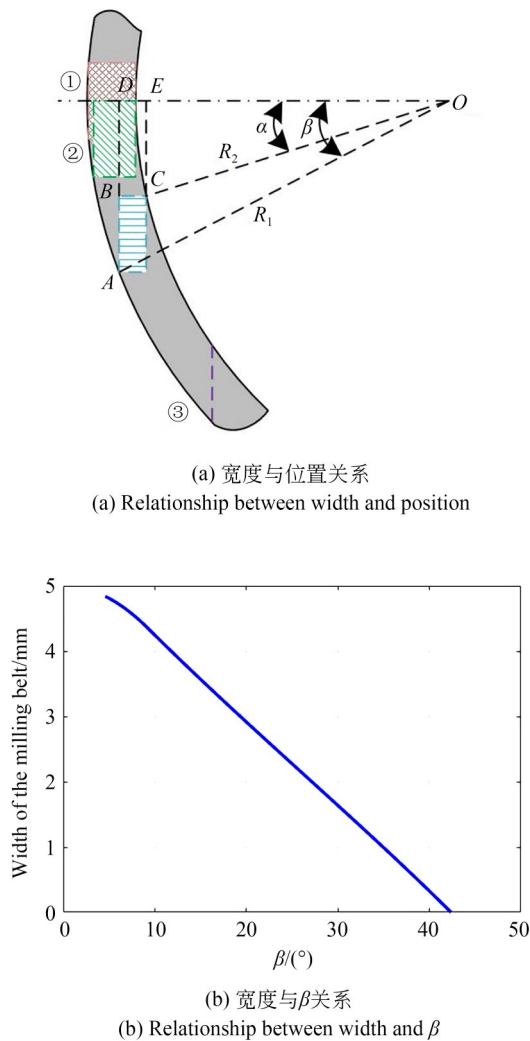


图 10 铣磨带选取位置对宽度的影响

Fig. 10 Influence of the selection position of the milling belt on the width

$\angle AOD = \beta, \angle COE = \alpha$.

当矩形铣磨带在①~②之间选取时,可得到以下关系:

$$l_{BC} = R_1 \cos \beta - R_2. \quad (14)$$

根据限制条件:

$$\begin{cases} l_{AB} = r \\ \frac{l_{AB}}{2} \leq R_1 \sin \beta < l_{AB} \end{cases}. \quad (15)$$

可解出 β 取值范围:

$$\arcsin \frac{r}{2R_1} \leq \beta < \arcsin \frac{r}{R_1}. \quad (16)$$

当矩形铣磨带在②~③之间选取时,有:

$$l_{BC} = l_{OD} - l_{OE} = R_1 \cos \beta - R_2 \cos \alpha. \quad (17)$$

根据限制条件:

$$\begin{cases} l_{AB} = l_{AD} - l_{BD} = R_1 \sin \beta - R_2 \sin \alpha = r \\ l_{BC} = l_{OD} - l_{OE} = R_1 \cos \beta - R_2 \cos \alpha \geq 0 \end{cases}. \quad (18)$$

可解出 β 取值范围:

$$\arcsin \frac{r}{R_1} \leq \beta \leq \arcsin \left(\frac{R_1^2 + r^2 - R_2^2}{2rR_1} \right). \quad (19)$$

由式(14)、式(16)、式(17)、式(19)可解得 l_{BC} 与 β 之间的函数关系式如下:

$$\begin{cases} l_{BC} = R_1 \cos \beta - R_2 \\ \arcsin \frac{r}{2R_1} \leq \beta < \arcsin \frac{r}{R_1} \\ l_{BC} = R_1 \cos \beta - R_2 \cos \alpha \\ \arcsin \frac{r}{R_1} \leq \beta \leq \arcsin \left(\frac{R_1^2 + r^2 - R_2^2}{2rR_1} \right) \end{cases}. \quad (20)$$

通过 MATLAB 生成矩形铣磨带宽度 l_{BC} 随角度 β 变化的规律曲线,如图 10(b)所示。可见, l_{BC} 随 β 增大而递减,当 β 最小时 l_{BC} 最大为 4.84 mm。此时,选定的矩形铣磨带以 OD 为中心轴对称分布。

选取的矩形铣磨带参数(宽 4.84 mm, 面积 38.72 mm²)与对应位置的砂轮铣磨带(宽 5 mm, 面积 40.05 mm²)的误差率分别为 3.2%, 3.3%, 见图 11(a), 偏差均在可接受范围内。

据此将弧形铣磨带简化为直线,构建长=8 mm、宽=5 mm、厚=5 mm 的铣磨区域立方体,见图 11(b),以降低计算复杂度。

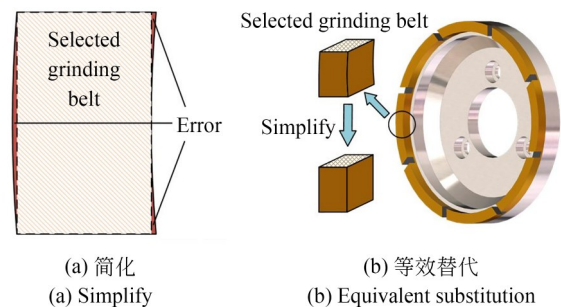


图 11 砂轮铣磨区域的简化与等效替代

Fig. 11 Simplification and equivalent substitution of the milling and grinding area of the grinding wheel

4.2 体积去除速率对铣磨速度上限的约束分析

在砂轮铣磨区域分析的基础上,建立体积变化函数从而获得体积去除率,据此推导出铣磨最大允许速度的约束条件之一。

在实际铣磨过程中,材料去除体积变化难以用数学模型精确表述,本文通过虚拟仿真与数值拟合相结合的方法,得到以 B 轴转角为自变量的材料去除体积函数表达式。首先在 SolidWorks 中建立仿真模型,再根据构建的铣磨轨迹函数,在 B 轴不同转角下对模型做布尔运算,计算材料去除体积。如图 12 所示,棱镜圆弧角在铣磨中存在 a, b 两种成形方式: a 方式是指从面到棱; b 方式是指从棱到面。两种方式得到的圆弧角在棱镜上对角分布。

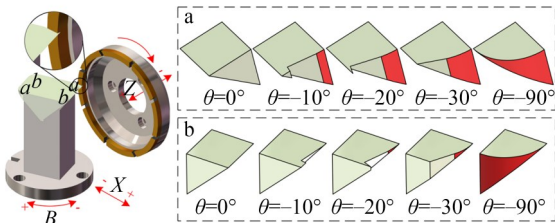


图 12 圆弧角的两种成形方式

Fig. 12 Two methods of forming arc-shaped corners

B 轴旋转每 5° 计算一次,对 a, b 两种成形方式分别进行仿真计算,得到材料去除体积结果如表 2 所列。根据表 2 中数据,采用最小二乘法对材料去除体积与 B 轴转角关系进行五次多项式拟合,结果如图 13 所示。

表 2 B 轴不同转角下两种成形方式材料去除体积

Tab. 2 Volume of material removed by the two molding methods under different rotation angles of the B axis (mm³)

Angle /(°)	Material removal volume		Angle /(°)	Material removal volume	
	a	b		a	b
-5	5.126	0.195	-50	24.178	19.557
-10	10.128	0.945	-55	24.357	21.026
-15	14.615	2.566	-60	24.457	22.215
-20	18.021	5.461	-65	24.504	23.135
-25	20.174	8.754	-70	24.534	23.785
-30	21.656	11.244	-75	24.542	24.215
-35	22.697	13.616	-80	24.546	24.447
-40	23.409	15.824	-85	24.549	24.530
-45	23.880	17.816	-90	24.550	24.550

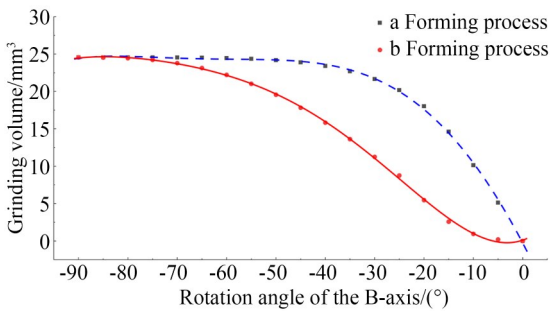


图 13 去除体积与 B 轴转角拟合

Fig. 13 Remove the fit of volume and B -axis rotation angle

a 成形方式去除体积的拟合函数:

$$V_a(\theta) = -0.28488 - 1.25761\theta - 0.01846\theta^2 + 3.52278 \times 10^{-5}\theta^3 + 2.72754 \times 10^{-6}\theta^4 + 1.56217 \times 10^{-8}\theta^5. \quad (21)$$

b 成形方式去除体积的拟合函数:

$$V_b(\theta) = 0.10828 + 0.22475\theta + 0.0392\theta^2 + 8.62607 \times 10^{-4}\theta^3 + 7.83639 \times 10^{-6}\theta^4 + 2.68023 \times 10^{-8}\theta^5. \quad (22)$$

式(21)对时间 t 求导,可得 a 成形方式材料去除率函数:

$$\dot{V}_a(\theta) = \frac{dV_a(\theta)}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega \left(-1.25761 - 0.03692\theta + 1.056834 \times 10^{-4}\theta^2 + 1.091016 \times 10^{-5}\theta^3 + 7.81085 \times 10^{-8}\theta^4 \right). \quad (23)$$

式(22)对时间 t 求导,可得 b 成形方式材料去除率函数:

$$\dot{V}_b(\theta) = \frac{dV_b(\theta)}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega \left(0.22475 + 0.0784\theta + 2.587821 \times 10^{-3}\theta^2 + 3.134556 \times 10^{-5}\theta^3 + 1.340115 \times 10^{-7}\theta^4 \right). \quad (24)$$

对于成形方式 a,当 $\theta=0^\circ$ 时材料去除率绝对值最大为 1.25761ω ;对于成形方式 b,当 $\theta \approx -24.604^\circ$ 时材料去除率绝对值最大为 0.55541ω 。

综上所述,按照上限设计,材料去除率最大值为 1.25761ω 。玻璃材料在金刚石工具作用下的材料去除速率典型范围为 $0.3 \sim 1 \text{ cm}^3/\text{min}^{[17]}$ 。由于本文所用设备为老旧改造机床,研究对象为 K9 光学玻璃,其脆性大、易崩边;所用砂轮直径较小(约 100 mm),单次铣磨去除量不大(约

0.1 mm), 砂轮边缘线速度较低(14.9 m/s)。尽管加工全程采用冷却液进行降温与润滑, 为确保参数选取的安全性合理性, 本文在计算中取下限值 $0.3 \text{ cm}^3/\text{min}$ 作为工艺参数参考, 由此得出 B 轴角速度 ω 为:

$$\omega = \frac{0.3 \text{ cm}^3/\text{min}}{1.25761} = \frac{300 \text{ mm}^3/\text{min}}{1.25761} \approx 238.5^\circ/\text{min}. \quad (25)$$

换算为机床进给速度 $F_v \approx 238.5 \text{ mm}/\text{min}$ 。

4.3 进给速度对铣磨速度上限的约束分析

建立进给速度 v_f 与 B 轴转角 θ 关系的数学模型, 据此评估进给速度对最大允许铣磨速度的限制。

在砂轮铣磨圆弧的过程中, 铣磨区域中不同点的铣磨深度各不相同, 导致不同点的进给速度各不相同, 铣磨深度越大对应的进给速度越大。如图 14(a) 所示, 圆弧角铣磨可等效为棱镜固定不动, 砂轮绕棱镜圆弧角中心旋转铣磨。

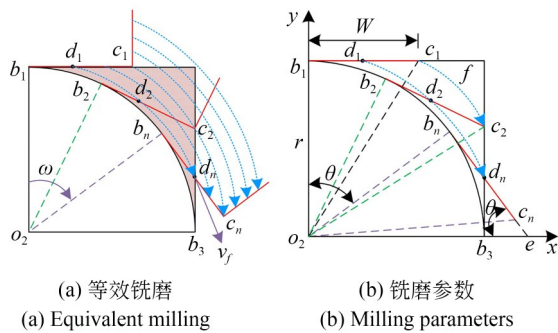


图 14 圆弧角等效铣磨与铣磨参数示意

Fig. 14 Illustration of arc angle equivalent milling and milling parameters

在此过程中, 砂轮上任意点的铣磨轨迹都是以棱镜圆弧角中心为圆心的圆弧轨迹, 该轨迹与棱镜毛坯外轮廓形成的区域即为待铣磨去除区域(图 14(a) 中阴影部分)。由于砂轮上不同位置形成的圆弧轨迹半径不同, 对应的铣磨进给速度亦不相同。通过分析, 找出进给速度最大的点 d_n , 构建 d_n 的进给速度 v_f 与 B 轴旋转角速度 ω 的数学模型, 为计算棱镜铣磨速度上限提供依据。

如图 14(b) 所示, 以圆弧角圆心为原点建立直角坐标系 yo_2x 。 b_1c_1 为砂轮带状铣磨区域, 宽度为 W 。根据本文建立的数学模型, 无论铣磨至

何处, W 始终与圆弧角轨迹相切且大小不变。因 W 小于铣磨圆弧半径 r , 故砂轮平面铣磨带最远点划过的轨迹最长, 即该点在铣磨过程中的进给量 f 最大。

初始位置时, c_1 为铣磨带最远点, 铣磨时 c_1 会随三角形 $b_1o_2c_1$ 的运动形成一条以 o_2 为圆心、 o_2c_1 为半径的圆弧。该段进给量 f_1 为圆弧长度:

$$f_1 = \widehat{c_1c_2} = \theta \sqrt{W^2 + r^2}. \quad (26)$$

对应 θ 取值范围为:

$$0 \leq \theta \leq \arctan \frac{r}{W} - \arctan \frac{W}{r} = \arctan \left(\frac{r^2 - W^2}{2Wr} \right). \quad (27)$$

当越过临界点 c_2 时, 铣磨带上最远点超出棱镜铣磨范围。铣磨带与棱镜边缘的交点为 d_n , 该点从初始位置 d_1 至当前位置 d_n 形成的弧长即为该段的进给量 f_2 :

$$f_2 = \widehat{d_1d_n} = \theta \sqrt{r^2 + \left[\left(\frac{r}{\sin \theta} - r \right) \tan \theta \right]^2} = \frac{\sqrt{2} \theta r}{\sqrt{1 + \sin \theta}}. \quad (28)$$

对应 θ 取值范围为:

$$\arctan \left(\frac{r^2 - W^2}{2Wr} \right) < \theta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (29)$$

由式(26)~式(29)可得 B 轴旋转角度 θ 与铣磨过程中进给量 f 的函数关系如下:

$$f = \begin{cases} \theta \sqrt{W^2 + r^2} & 0 \leq \theta \leq \arctan \left(\frac{r^2 - W^2}{2Wr} \right) \\ \frac{\sqrt{2} \theta r}{\sqrt{1 + \sin \theta}} \arctan \left(\frac{r^2 - W^2}{2Wr} \right) & \arctan \left(\frac{r^2 - W^2}{2Wr} \right) < \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}. \quad (30)$$

式(30)对时间 t 求导, 得到进给速度 v_f 为:

$$v_f = \begin{cases} \frac{df_1}{dt} = \omega \sqrt{W^2 + r^2} & 0 \leq \theta \leq \arctan \left(\frac{r^2 - W^2}{2Wr} \right) \\ \frac{df_2}{dt} = \frac{\sqrt{2} \omega r [2(1 + \sin \theta) - \theta \cos \theta]}{2\sqrt{1 + \sin \theta}^2} & \arctan \left(\frac{r^2 - W^2}{2Wr} \right) < \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}. \quad (31)$$

v_f 表达式是分段定义最大切深函数, 故在分界点处进给速度 v_f 不连续, 即等效进给速度出现突变。但是, 机床在实际运行中采用恒速插补,

而且砂轮与棱镜接触具有一定柔顺性,因此铣磨过程中实际进给速度变化连续。该不连续性仅为数学表达上的理论存在,不影响模型在工艺计算中的应用。

将 $W=5\text{ mm}$, $r=8\text{ mm}$ 代入 v_f 表达式,可得整个圆弧角铣磨周期中 v_f 最大值约为 9.434ω ,最大吃刀量 $a_p=r=8\text{ mm}$,铣磨过程类似缓慢进给磨削。根据要求,铣磨后的圆弧表面粗糙度 $R_a \leq 3.2\text{ }\mu\text{m}$ 。文献[18]提供了缓慢进给磨削条件下表面粗糙度 R_z 与工件速度 v_w 、砂轮圆周线速度 v_s 和比值 $q(q=v_s/v_w)$ 间的关系。

通常情况下 R_z 下降伴随 R_a 下降^[19],为确保铣磨表面粗糙度达到要求,应尽可能减小 R_z 。根据文献[18]可知,当 $q=18\ 275$ 时 R_z 趋于稳定并处于较小值。速度比 q 本质上反映单颗磨粒切削厚度的大小,增大 q 可降低切削厚度,使玻璃以塑性域方式去除,从而获得稳定且优良的表面粗糙度^[20-22]。已知砂轮转速 $n_s=2\ 850\text{ r/min}$,参与磨削外径 $D=100\text{ mm}$,由式(32)计算得 $v_f \approx 49\text{ mm/min}$,代入式(31)求得 B 轴旋转角速度 $\omega \approx 297.6\text{ }(^{\circ})/\text{min}$,换算后得到机床进给速度为 $F_f \approx 297.6\text{ mm/min}$ 。

$$v_f = v_w = \frac{v_s}{q} = \frac{\pi D n_s}{q}. \quad (32)$$

4.4 速度上限的综合约束分析

根据 3.2~3.3 节的分析结果,体积去除率约束下机床的最大允许速度 $F_v \approx 238.5\text{ mm/min}$,进给速度约束下机床的最大允许速度 $F_f \approx 297.6\text{ mm/min}$ 。兼顾铣磨精度与机床运行安全,铣磨速度上限应取两者的较小值 F_v 。

进一步考虑实际铣磨过程中因载荷波动、刀具磨损、机床动态特性变化以及理论模型简化等因素引入的不确定性^[23],本文引入可靠性设计中的降额设计方法,对理论铣磨速度上限进行修正^[24]。文献[25]表明,在机械系统及加工参数设计中,通常通过引入安全系数对理论极限参数进行保守修正,取值范围一般为 1.1~1.5。综合考虑铣磨过程稳定性要求与实验可行性,本文选取安全系数 $K_s=1.2$ 对铣磨速度上限进行修正,得到实际推荐的铣磨速度上限:

$$F_{\max} = \frac{\min(F_v, F_f)}{K_s} \approx 200\text{ mm/min}. \quad (33)$$

通过依托前文构建的非同心圆弧角轨迹数

学模型,综合得到的铣磨速度上限,不仅为后续非同心圆弧角轨迹铣磨工艺参数的合理选取提供了定量依据,同时也验证了基于体积去除率与进给速度双约束条件分析的有效性,为该新型轨迹的实际应用提供了有力支撑。通过引入安全系数,可在保证铣磨质量的前提下提高工艺过程的稳定性与可靠性,为后续铣磨效率优化及工艺参数调整提供参考。

5 实验验证

在定制的实验平台上编写控制程序,对棱镜进行铣磨试验和精度测量分析来验证本文理论研究的正确性和精度。实验平台选择华中数控 HNC-808DiG 作为 CNC 控制系统,按照棱镜的定位要求选择台具,依次进行铣磨机各轴的精度标定与补偿、铣磨加工、工艺参数精度测量及测量数据分析。

本项目研究的技术要求 X, Z 轴定位精度 $\leq \pm 5\text{ }\mu\text{m}$, B 轴旋转定位精度 $\leq \pm 30''$ 。根据不同轴的运行特点, X, Z 轴采用激光干涉仪标定, B 轴采用光电自准直仪标定。

5.1 铣磨机 $X/Z/B$ 轴标定

5.1.1 定位精度评价方法

定位精度参照 GBT17421.2-2023 进行检测与评定,以各目标位置的测量均值表征系统误差,标准差表征随机误差。

某一位置的定位偏差 X ,由作用点到达的实际位置 P' 减去目标位置 P 之差表示,公式如下:

$$X = P' - P. \quad (34)$$

某一位置的单向平均定位偏差,为 n 次单向趋近该位置所得定位偏差的算术平均值,公式如下:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}. \quad (35)$$

某一位置的单向重复定位精度 R ,按标准采用 n 次单向趋近定位偏差的标准不确定度 S 估算,计算公式为:

$$R_i = 4S_i = 4 \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}. \quad (36)$$

5.1.2 $X/B/Z$ 轴标定

实验台使用测量精度为 $0.001\text{ }\mu\text{m}$ 、测量范围

为 0~40 mm 的 Renishaw ML10 激光干涉仪标定 X 轴的定位精度。搭建主机系统,如图 15 所示分别安装分光镜②、反射镜③,X 轴测量范围为 0~170 mm,采样间隔为 5 mm,为保证结果的可靠性,正反向各测量 3 次。

测量结果如图 16 所示,X 轴偏差范围为 $-3.4 \sim 2.4 \mu\text{m}$,定位精度为 $-3.4 \mu\text{m}$ ($< \pm 5 \mu\text{m}$),达到了项目研究任务的要求,重复定位精度为 $7.943 \mu\text{m}$,整体平稳性稍显不足。

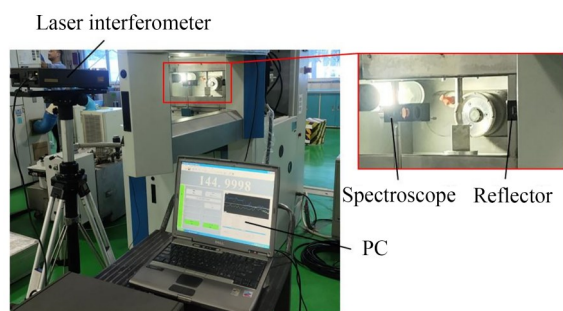


图 15 激光干涉仪测量机床 X 轴定位精度

Fig. 15 A laser interferometer measures the positioning accuracy of the X-axis of the machine tool

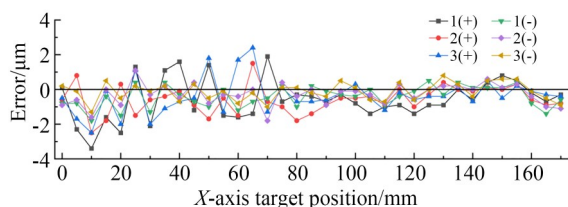


图 16 X 轴初始精度测量结果

Fig. 16 Initial accuracy measurement result of the X-axis

误差补偿是提升机床精度,延长机床服役寿命的重要手段^[26],误差补偿主要用于消除机床的系统误差,提高定位精度,由于系统误差得到抑制,机床运动一致性提升,随机波动减小,因此重复定位精度也会得到一定改善。华中数控 HNC-808DiG 系统的直线轴补偿精度为 0.001 mm。虽然 X 轴精度较好,但前半程误差略大,故只补偿 $X=10 \text{ mm}$ 及 $X=20 \text{ mm}$ 位置点,X 轴误差补偿值如表 3 所列。

测得补偿后 X 轴精度如图 17 所示,偏差范围为 $-1.2 \sim 3.1 \mu\text{m}$,定位精度为 $3.1 \mu\text{m}$ ($< \pm 5 \mu\text{m}$),偏差分布更均匀,范围进一步缩小,重复定位精度为 $6.625 \mu\text{m}$,定位稳定性得到明显改善。

表 3 X 轴误差补偿值

Tab. 3 X-axis error compensation value (mm)

Serial number	Location	Positive direction	Negative direction
1	10	0.001	0.000
2	20	0.001	0.000

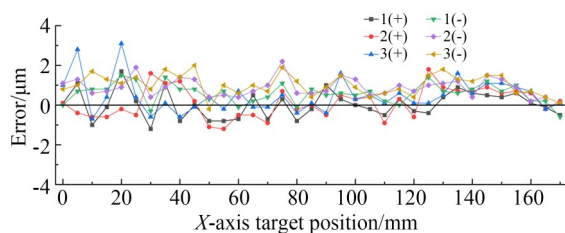


图 17 X 轴精度标定结果

Fig. 17 X-axis accuracy calibration results

Z 轴标定测量方案同 X 轴,如图 18 所示 Z 轴测量范围为 0~80 mm,采样间隔为 5 mm,正反向各测量 3 次。

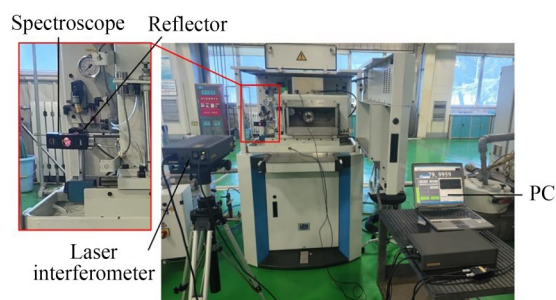


图 18 激光干涉仪测量机床 Z 轴定位精度

Fig. 18 Laser interferometer measures the positioning accuracy of the Z-axis of the machine tool

测量结果如图 19 所示,Z 轴偏差范围为 $-10.6 \sim 4 \mu\text{m}$,定位精度为 $-10.6 \mu\text{m}$ ($> \pm 5 \mu\text{m}$),未达到项目研究任务的要求,重复定位精度为 $2.894 \mu\text{m}$,稳定性较好。Z 轴误差呈现“U”字形,

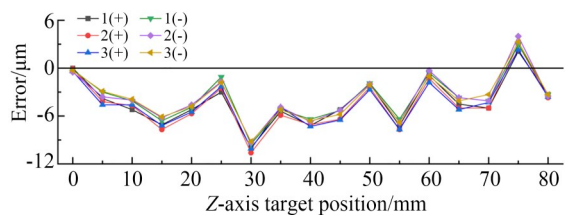


图 19 Z 轴初始精度测量结果

Fig. 19 Initial accuracy measurement result of the Z-axis

因此 Z 轴两边补偿值较小,中间补偿值较大,最终得到 Z 轴误差补偿值如表 4 所列。

表 4 Z 轴误差补偿值
Tab. 4 Z-axis error compensation value (mm)

Serial number	Location	Positive direction	Negative direction
0	0	0.001	0.000
1	5	0.003	0.002
2	10	0.003	0.002
3	15	0.006	0.005
4	20	0.006	0.004
5	25	0.004	0.001
6	30	0.008	0.008
7	35	0.004	0.003
8	40	0.006	0.004
9	45	0.006	0.007
10	50	0.002	0.001
11	55	0.006	0.005
12	60	0.000	-0.001
13	65	0.002	0.000
14	70	0.004	0.003
15	75	-0.003	-0.004

测得补偿后 Z 轴精度如图 20 所示,偏差范围为 $-0.9\sim 3.3\text{ }\mu\text{m}$,定位精度为 $3.3\text{ }\mu\text{m}$ ($<\pm 5\text{ }\mu\text{m}$),偏差范围明显减小,定位精度大幅提升,重复定位精度为 $3.107\text{ }\mu\text{m}$,定位稳定性有一定波动但仍然较高。

采用配备二十四面体棱镜、最小测量间隔角度为 15° 、测量精度为 $1''$ 的光电自准直仪来标定

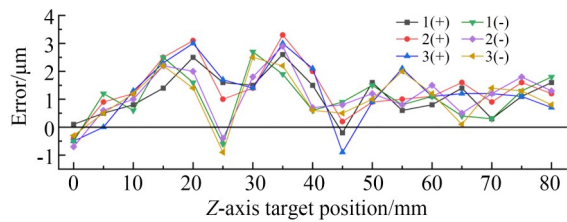


图 20 Z 轴精度标定结果

Fig. 20 Z-axis accuracy calibration results

B 轴的定位精度。如图 21 所示,将二十四面体棱镜水平安装于 B 轴,调节端面圆跳动和径向圆跳动均在 $5\text{ }\mu\text{m}$ 以内,水平架设光电自准直仪,各测点重复测量 3 次,选取 30° 间隔测点进行结果统计。

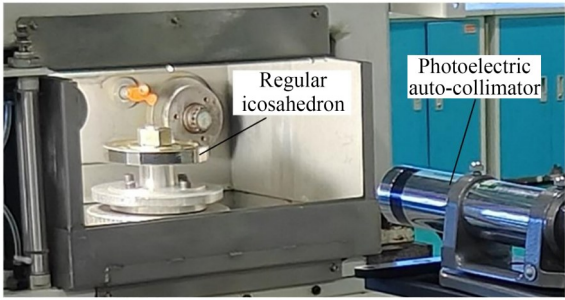


图 21 光电自准直仪测量 B 轴定位精度

Fig. 21 Measurement of B-axis positioning accuracy using photoelectric self-aligning instrument

如图 22 所示, B 轴偏差范围为 $-161.3''\sim 197''$,定位精度为 $197''$ ($>\pm 30''$)。未达到项目研究任务的要求,重复定位精度为 $54.276''$,定位稳定性需要进一步提升。华中数控 HNC-808DiG 系统旋转轴补偿精度为 0.001° 。B 轴误差值在整个旋转周期内呈正弦波特征且整体误差偏大,因此需要全程补偿,最终得到 B 轴误差补偿值如表 5 所列。

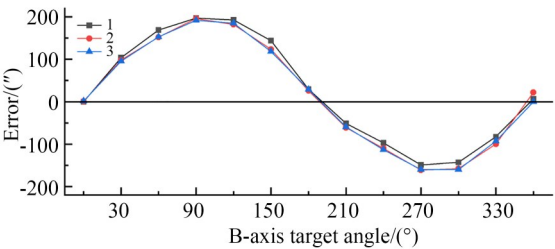


图 22 B 轴初始精度测量结果

Fig. 22 Initial accuracy measurement result of the B-axis

测得补偿后 B 轴精度如图 23 所示,偏差范围为 $-9\sim 8''$,定位精度为 $-9''$ ($<30''$),偏差范围与定位精度大幅度提升,重复定位精度为 $16.166''$,定位稳定性得到大幅度提升。

表 5 B 轴误差补偿值

Tab. 5 B-axis error compensation value (°)

Serial number	Location	Compensation value
1	30	-0.029
2	60	-0.042
3	90	-0.055
4	120	-0.050
5	150	-0.034
6	180	-0.008
7	210	0.017
8	240	0.030
9	270	0.043
10	300	0.043
11	330	0.028
12	360	-0.006

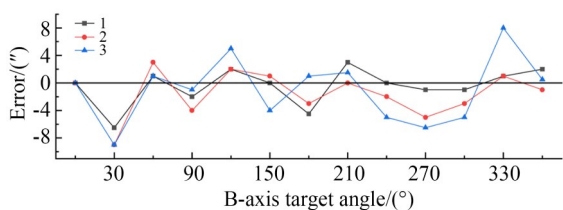


图 23 B 轴精度标定结果

Fig. 23 B-axis accuracy calibration results

5.2 典型复杂异形棱镜的铣磨加工实验

5.2.1 实验工艺条件

采用 1:20 配比的全合成乳化液作为冷却液;机床进给速度 $F=200 \text{ mm/min}$, 砂轮转速 $n=2850 \text{ r/min}$;棱镜侧面循环铣磨时单次粗磨进给量为 0.2 mm , 单次精磨进给量为 0.1 mm 。

圆弧插补角的选择需要充分考虑对表面粗糙度的影响,铣磨时 B 轴插补轨迹与理论圆弧存在弦高误差,弦高误差与插补角 γ 的关系为:

$$\delta_h = r \left(1 - \cos \frac{\gamma}{2} \right). \quad (37)$$

弦高误差将直接影响加工表面形貌,为满足表面粗糙度 $R_a \leq 3.2 \mu\text{m}$,需对弦高误差进行控制。取 $\delta_h \leq 3.2 \times 10^{-3} \text{ mm}$,代入圆弧半径 $r=8 \text{ mm}$,则反推出最大允许插补角为 3.24° 。本实验选取的插补角为 1° ,安全裕度约为 3.2 倍,充分满足精度要求,同时兼顾加工效率。

5.2.2 棱镜铣磨的程序框架

选用最常见的典型五棱体、三棱体棱镜作为测试工件,两种棱镜的侧面铣磨可直接利用 G72 指令完成 G 代码编程。三棱体棱镜的圆弧角铣磨,需依据本文推导的三轴联动铣磨算法,结合设定的工艺参数定制宏程序来实现。

图 24 为三棱体棱镜圆弧角铣磨的宏程序执行流程。首先初始化基本参数与位置;随后进入长宽交换循环模块,该模块按照图 24 中①~④的顺序依次执行三次长宽交换,以实现插补运算循环子程序的重复调用。插补运算循环子程序根据设定的插补角实时计算插补坐标,同步控制 X, Z, B 轴联动,插补角设置越小,实际轨迹与理论轨迹偏差越小。子程序运行结束就返回上一级程序,直至返回主程序,当主程序中“返回初始位置”指令执行完毕,整个插补运算流程结束。

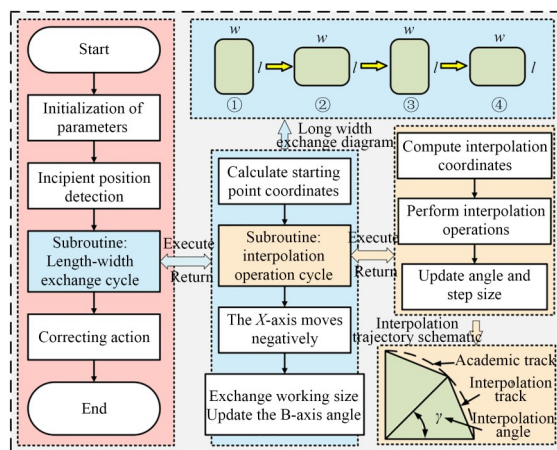


图 24 宏程序执行流程

Fig. 24 Macro program execution process

5.2.3 棱镜距离、角度、圆弧角半径的测量方案

棱镜的长、宽、高等距离尺寸分别采用覆盖 $0 \sim 50 \text{ mm}$, $50 \sim 75 \text{ mm}$ 测量范围,分度值为 0.01 mm 的套装螺旋测微器测量。棱镜角度采用量程为 $0^\circ \sim 360^\circ$ 、精度为 $\pm 1.0''$ 、被测产品直径 $< 120 \text{ mm}$ 的 PrismMaster 150 测角仪测量。

棱镜圆弧角半径采用光隙法进行测量,所用规尺型号为 R7-14.5 mm。测量时,将规尺端面与加工圆弧角表面贴合,在标准光源条件下通过观察接触界面处是否存在透光间隙,对圆弧角形貌进行判定。当光隙均匀且无明显漏光时,可认为加工圆弧角与规尺曲率匹配。光隙法本质上

属于工程现场常用的形貌判定方法,其测量能力可视为一种半定量评估手段。

从不确定度角度分析,规尺测量误差主要来源于规尺本身的制作精度以及人工视觉判读过程中产生的主观误差。在不考虑系统性偏差的情况下,上述因素可作为主要不确定度来源。在实际测量过程中,主要通过单人多次重复测量及多人交叉验证的方法,可以最大限度降低随机误差影响。另外,规尺根据加工工艺误差要求定制,通过计量院标定过的合规产品,检测精度有较为可靠的保障。

本文实验主要目的是验证轨迹模型的形貌匹配能力及加工方法的工程可行性,因此采用光隙法进行快速检测具有较好的实用性。

5.2.4 实验结果分析

分别铣磨4个五棱体和4个三棱体棱镜试件作为测试分析对象。五棱体棱镜如图25(a)所示,形状方正、侧面平整、棱边无明显崩缺,表面呈均匀哑光质感,微观粗糙度符合工艺要求。

尺寸测量结果如表6所列,所有工件的尺寸

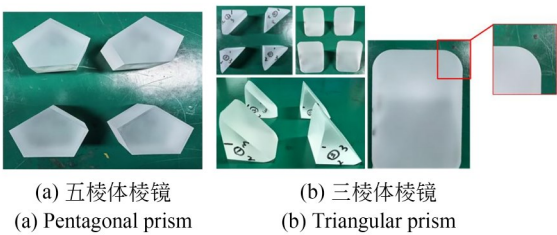


图 25 棱镜铣磨后实物图
Fig. 25 Prism after milling and grinding-physical image

测量最大误差为 $0.02\text{ mm}<\text{允许误差 }0.05\text{ mm}$;所有工件的角度测量最大误差为 $20.5''<\text{允许误差 }30''$;所有工件的棱差最大值为 $0.008\text{ mm}<\text{允许棱差 }0.02\text{ mm}$ 。

三棱体棱镜如图25(b)所示,正视矩形平面观察,圆弧形貌高度一致,曲面与平面之间过渡平滑。通过规尺实测,12个圆弧角的所有测点均未出现可辨识光隙,表明圆弧角半径与8 mm的理论值高度吻合,完全符合程序设定的尺寸精度标准;侧面观察圆弧角曲面与平面的切线垂直度良好,达到了图4(b)中④号棱镜效果,圆弧角表面呈均匀哑光质感、无明显划痕。

表 6 铣磨后的五棱体棱镜尺寸测量结果				
Tab. 6 Measurement results of the dimensions of the five-sided prism after milling and grinding				
Project	1#	2#	3#	4#
$\angle 5-1$	90°5. 5"	90°15. 5"	89°59'41. 9"	89°59'51. 0"
$\angle 1-2$	120°6. 6"	120°7. 6"	120°17. 0"	120°12. 9"
$\angle 2-3$	89°59'41. 4"	89°59'51. 5"	90°20. 5"	89°59'45. 4"
Upper chord width/mm	66. 322	66. 322	66. 328	66. 320
Lower chord width/mm	66. 330	66. 330	66. 334	66. 320

尺寸测量结果如表7所列。所有工件的尺寸测量最大误差为 $0.03\text{ mm}<\text{允许误差 }0.05\text{ mm}$;

所有工件的角度测量最大误差为 $26.5''<\text{允许误差 }30''$;所有工件的棱差最大值为 $0.012\text{ mm}<\text{允$

表 7 铣磨后的三棱体棱镜尺寸测量结果				
Tab. 7 Measurement results of the dimensions of the triangular prism after milling and grinding				
Project	1#	2#	3#	4#
$\angle 1-2$	89°59'45. 3"	90°18. 2"	89°59'52. 7"	90°1. 8"
$\angle 2-3$	44°59'58. 5"	44°59'33. 5"	45°2. 7"	45°9. 3"
$\angle 3-1$	45°19. 0"	44°59'54. 0"	45°4. 2"	44°59'51. 3"
Upper chord width/mm	24. 970	24. 990	25. 000	25. 000
Lower chord width/mm	24. 982	24. 980	24. 996	24. 990
r/mm	8	8	8	8

许棱差0.02 mm。

实验结果表明,全部试件的几何精度与表面质量均满足工艺要求。

5.3 误差来源及精度提升机理分析

为分析机床误差补偿与加工轨迹方法对最终加工精度的影响机理,可将加工误差来源分解为机床几何误差、轨迹规划误差及加工过程误差三部分。

其中,机床几何误差主要来源于各运动轴的定位误差与传动误差,本文已通过轴标定与补偿方法对其进行了修正,从而在加工前抑制了系统性基础误差。

轨迹规划误差主要来源于传统G02/G03圆弧插补方法在碗形砂轮条件下无法准确描述非同圆心圆弧角的包络轨迹。本文通过建立参数化轨迹模型,使轨迹表达与砂轮几何约束相匹配,从而有效降低由轨迹表达不匹配引起的形貌偏差。

加工过程误差则主要由砂轮磨削接触状态及进给过程动态特性引起,该部分误差在相同工艺参数条件下具有一致性。

因此,从误差传播路径来看,机床误差补偿主要消除了系统基础误差,而本文所提出的轨迹

建模方法主要抑制了轨迹表达误差,两者共同作用于最终加工精度提升,但作用机制不同,分别对应误差链中的不同层级。

6 结 论

本文针对复杂异形光学校镜铣磨技术进行了全面深入研究,成功开发出基于华中HNC-808DiG系统的复杂异形光学校镜铣磨加工专用机床。通过8组试件的完全参数加工并送质检部精度测量,全部参数的测量结果均达标,表明本文的理论研究正确,基于本文理论研究支撑的机床产品达到工程应用的标准,为复杂异形光学校镜的高精度铣磨加工提供了一种可行的工程化解决方案。

作者贡献声明:

陈明方:论文构思、指导;

姚宏亮:初稿写作、建立模型;

魏松坡:项目管理、提供资源;

赵艳宏:测量方法提出;

王苗苗:测量实验数据分析。

参考文献:

- [1] 靳洪超,袁潇,芦顺利,等. 基于Halbach阵列的K9玻璃磁流变抛光方法研究[J]. 光学精密工程, 2025, 33(20): 3214-3227.
JIN Q C, YUAN X, LU S L, *et al.* Study on magnetorheological polishing method for K9 glass utilizing Halbach array[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2025, 33(20): 3214-3227. (in Chinese)
- [2] ZHAO J, HUANG J F, WANG R, *et al.* Investigation of the optimal parameters for the surface finish of K9 optical glass using a soft abrasive rotary flow polishing process[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2020, 49: 26-34.
- [3] YANG D Y, ZHANG Z Y, WEI F R, *et al.* Comprehensive review on research status and progress in precision grinding and machining of BK7 glasses[J]. *Micromachines*, 2024, 15(8): 1021.
- [4] 朱子俊,刘顺,韩冰,等. 超声振动复合研磨K9光学玻璃工艺研究[J]. 表面技术, 2020, 49(4): 74-80.

- ZHU Z J, LIU S, HAN B, *et al.* Study on hybrid technology of ultrasonic vibration assisted abrasive lapping K9 optical glass[J]. *Surface Technology*, 2020, 49(4): 74-80. (in Chinese)
- [5] CUI Z J, MENG F W, LIANG Y D, *et al.* Sub-regional polishing and machining trajectory selection of complex surface based on K9 optical glass[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2022, 304: 117563.
- [6] MA J W, LU X, LI G L, *et al.* Toolpath topology design based on vector field of tool feeding direction in sub-regional processing for complex curved surface[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2020, 52: 44-57.
- [7] JI S J, LEI L G, ZHAO J, *et al.* An adaptive real-time NURBS curve interpolation for 4-axis polishing machine tool[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2021, 67: 102025.
- [8] ZHANG T Q, GUAN C, ZHANG C, *et al.* Predictive modeling and experimental study of generated surface-profile for ultrasonic vibration-assisted

- polishing of optical glass BK7 in straight feeding process [J]. *Ceramics International*, 2021, 47 (14): 19809-19823.
- [9] ZHANG C, LIANG Y D, ZHANG T Q, *et al.* Study on machining BK7 optical glass by ultrasonic vibration-assisted polishing considering the micro-contact state of the abrasive particles with the work-piece [J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2021, 72: 469-482.
- [10] FANG F Z, ZHANG G X. An experimental study of optical glass machining [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2004, 23(3): 155-160.
- [11] LIU X, LI Y G, LI Q. A region-based 3 + 2-axis machining toolpath generation method for freeform surface [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2018, 97(1): 1149-1163.
- [12] CHEN X H, YU H J, PAN H H, *et al.* A layered split polishing path planning method used in AWJP based on optical glass surface morphology [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2025, 26(2): 269-282.
- [13] WEI Q C, LEI P L, FAN F, *et al.* Ultra-precision milling and grinding for large-sagittal MgF₂ aspheric optical elements [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2024, 131(5): 2985-3004.
- [14] 陆政凯, 郭会茹, 吴勇波. 小曲率凹面光学玻璃的磁性混合流体精密抛光[J]. *光学精密工程*, 2023, 31(9): 1314-1324.
- LU Z K, GUO H R, WU Y B. Magnetic compound fluid polishing of concave optical glass with small curvature [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(9): 1314-1324. (in Chinese)
- [15] LI Y, DING G F, YANG Z H, *et al.* Kinematics modeling and trajectory optimization for precision grinding of variable-parameter helical grooves [J]. *Precision Engineering*, 2024, 91: 644-659.
- [16] 刘晓天, 余俊, 王晓强, 等. 红外自由曲面棱镜的高精度补偿加工方法[J]. *光学学报*, 2024, 44 (13): 1322001.
- LIU X T, YU J, WANG X Q, *et al.* High-precision compensation machining method for infrared freeform surface prism [J]. *Acta Optica Sinica*, 2024, 44(13): 1322001. (in Chinese)
- [17] 延斯·布利特纳 (Jens Bliedtner, 德), 京特·格雷费 (Gunter Grafe, 美), 鲁珀特·黑克托尔 (Rupert Hector) 著. 周海宪, 程云芳, 译. 周华君, 程林, 校. 光学制造技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2015: 134.
- BLITNER J, GREIFF G, HACKETT R. *Optical Manufacturing Technology* [M]. Translated by ZHOU H X, CHENG Y F. Edited by ZHOU H J, CHENG L. Beijing: Chemical Industry Press, 2015: 134. (in Chinese)
- [18] 任敬心, 华定安. 磨削原理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2011: 285.
- REN J X, HUA D A. *Grinding Principle* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011: 285. (in Chinese)
- [19] ROSENTRITT M, SCHNEIDER-FEYRER S, KURZENDORFER L. Comparison of surface roughness parameters Ra/Sa and Rz/Sz with different measuring devices [J]. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2024, 150: 106349.
- [20] LV B R, LIN B, SUI T Y, *et al.* Crack extension mechanism and scratch stress field model of hard and brittle materials caused by curvature effect [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2023, 319: 118058.
- [21] 葛梦然, 王全景, 张振中. 单晶硅压痕接触变形的简化计算[J]. *光学精密工程*, 2022, 30(11): 1317-1324.
- GE M R, WANG Q J, ZHANG Z Z. Simplified calculation of indentation contact deformation of monocrystalline silicon [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2022, 30(11): 1317-1324. (in Chinese)
- [22] 李军, 王慧敏, 王文泽, 等. 固结磨料研磨 K9 玻璃表面粗糙度模型[J]. *机械工程学报*, 2015, 51 (21): 199-205.
- LI J, WANG H M, WANG W Z, *et al.* Model of surface roughness in fixed abrasive lapping of K9 glass [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(21): 199-205. (in Chinese)
- [23] YU G, WANG L P, WU J, *et al.* Milling stability prediction of a hybrid machine tool considering low-frequency dynamic characteristics [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 135: 106364.
- [24] 曾声奎. 可靠性设计分析基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2015: 233.
- ZENG S K. *Fundamentals of Reliability Design*

- Analysis*[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics & Astronautics Press, 2015: 233. (in Chinese)
- [25] WANG X J, SHI Q H, FAN W C, *et al.* Comparison of the reliability-based and safety factor methods for structural design[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 72: 68-84.
- [26] GAO W, IBARAKI S, DONMEZ M A, *et al.* Machine tool calibration: Measurement, modeling, and compensation of machine tool errors[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2023, 187: 104017.

作者简介:

陈明方(1975—),男,湖北黄冈人,工学博士、教授、博士生导师,2015年于东北大学获博士学位。主要从事精密加工技术、机器人技术等方面的研究。E-mail:mfchen111@kust.edu.cn

通讯作者:

姚宏亮(1992—),男,江苏宿迁人,硕士研究生,主要从事精密加工技术方面的研究。E-mail: hlyao1234@sina.com