

谐波齿轮传动的封闭图*

本文研究了借助电子计算机以最大啮合侧隙 C_{max} 、啮入深度 h_3 为坐标绘制谐波齿轮传动封闭图的方法。这些参数能最充分地反映出传动的质量。

目前,提出了多种关于谐波齿轮传动的几何计算方法。在这些方法中,关于渐开线啮合参数的选择给予了不同的推荐,同时,还研究了柔性元件的变形形状。用所推荐的各种方法进行啮合分析表明;在没有载荷的情况下,接触的齿数少,而其余的各对齿中都具有侧隙。在这些对齿中,柔轮的齿处于刚轮的齿槽之中。在载荷作用下,啮合力作用在接触的齿上,使变形的原始形状发生改变,增加了啮合的齿数^[1,2],也就是柔性元件的附加支点增多,并取得稳定的形状。同时,各齿之间的侧隙变小。

对接各种方法计算的传动进行实验的结果表明,所有的传动都能进行工作,但其质量指标不同。例如,柔轮齿向刚轮齿槽啮入的深度越大,传动的扭矩也越大。但是,此时侧隙增加,并且柔性元件的原始形状发生相当大的畸变,增大了柔性元件的应力和波发生器上的载荷^[3]。任何大小的传动扭矩多半都是对应一个传动加载前的齿之间最适宜的侧隙。

因此,各齿之间的侧隙和啮入深度是啮合的主要质量指示。它们取决于变形形状、最大变形量、原始齿形角、原始齿形的变位系数、传动比、柔性元件的厚度^[4,5]。分析这样多参数对啮合深度和原始侧隙的影响是很

复杂的。可以按另一种方法来解决这一问题:在各种不同的啮入深度和侧隙的情况下,寻求各传动参数的可能的组合方案。也就是找出能够实现啮合的范围。这个范围像一般的齿轮传动那样,表现为“封闭图”的形式。然而是以另外的座标绘制的。作为绘制封闭图的座标所选择的参数是: h_3 ——变形柔轮的齿向刚轮齿槽啮入的最大深度, C_m ——未加载时的各齿之间的最大侧隙。

把柔轮齿全部沉入在刚轮齿槽时的位置(图1 a 上标记为0)作为开始的位置。在这个位置上齿之间的侧隙等于零。现在来观察其它的位置1、2等,在这些位置中,啮入深度减小,同时,侧隙增大到最大值 C_{max} ,然后减小并在位置2以后具有负值。

在图1 a 上可以看出,位于半径 $R_{k\Gamma}$ 上的K点的侧隙等于

$$C_k = C'_0 \cos \alpha_k \quad (1)$$

式中, $C'_0 = X_k - 0.5S_{k*}$

为了简化计算,可以取柔轮和刚轮的弦齿厚等于弧齿厚。在这种情况下,对于齿数大于100的齿,厚度之差小于0.0001m(模数)。 n_Γ, n_* 的大小为同一数量级。可以把它忽略不计。

在 YO_*X 坐标系中, K点的座标等于折线 O_*HAK 在座标轴上的投影^[4]。

$$\left. \begin{aligned} X_k &= (r + w) \sin \Delta\varphi + (R_{k\Gamma} - r) \sin(\Delta\varphi - \mu) - 0.5S_{k\Gamma} \cos(\Delta\varphi - \mu) \\ Y_k &= (r + w) \cos \Delta\varphi + (R_{k\Gamma} - r) \cos(\Delta\varphi - \mu) + 0.5S_{k\Gamma} \sin(\Delta\varphi - \mu) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, r ——没变形柔轮齿圈中性层的半径;

w ——柔性元件径向变形的流动量;

$R_{k\Gamma}, R_{k*}$ ——没变形柔轮和刚轮的半径,在该半径上设有K点,

* 作者С. А. Шувалов

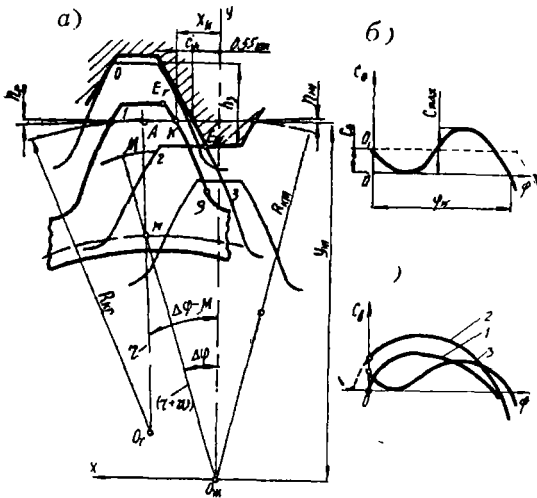


图 1

柔轮齿上的H点的向径相对刚轮齿轴线旋转的角度由下式确定^[4]:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{Z_*} - \phi \left(1 - \frac{Z_r}{Z_*}\right) + \frac{Z_r}{Z_*} \int \frac{w d\varphi}{r} \quad (3)$$

式中, φ ——波发生器旋转的角度(0° 、 5° 、 10° 等)。

由微分几何学可得:

$$\mu = -\arctg \frac{W'}{w+r} \quad (4)$$

弧齿厚^[6]:

$$\left. \begin{aligned} S_k &= 2R_k \left(\frac{\pi}{2Z} + \frac{\Delta^*}{Z} \pm \text{inv}\alpha_n \mp \text{inv}\alpha_k \right) \\ \cos\alpha_k &= \frac{mZ \cos\alpha_n}{2R_k} \end{aligned} \right\} (5)$$

式中, 下面的符号用于刚轮;

Z ——齿数;

α_k ——K点的齿形角;

α_n ——原始齿形角;

Δ^* ——齿厚增加系数, 可以通过原始齿形的变位系数 ξ 表达:

$$\Delta^* = 2\xi \text{tg}\alpha_n$$

柔轮齿圈中性层的半径为:

$$r = 0.5(D_{i,r} - h_i) \quad (6)$$

柔轮的齿根圆和齿顶圆的直径按下面的关系式确定:

$$\left. \begin{aligned} D_{i,r} &= m(Z_r - 2\Delta_1 - 2 \cdot 0.25\Delta_1 + 2\xi_r) \\ D_{e,r} &= m(Z_r + 2\Delta_1 + 2\xi_r - \psi_r) \end{aligned} \right\} (7)$$

式中, $\Delta_1 = \frac{\Delta}{m}$,

m ——模数;

Δ ——柔轮齿圈的最大径向变形量;

ψ_r ——齿高减小系数, 根据不发生齿干涉的条件选择。

原始齿形的齿高采用等于 2.25Δ 的最大允许值。如果 $\Delta = m$, 则齿高为 $2.25m$, 与ГОСТ 3058-54是一致的。柔性元件的轮缘厚度 h_1 按强度条件^[7]取:

$$h_1 = \left(75 + \frac{Z_r}{4}\right) m Z_r 10^{-4} \quad (8)$$

由关系式(1)——(8)可以看出, 侧隙是 W 、 Z_r/Z_* 、 α_n 、 ξ_r 、 ξ_n 、 r 、 $R_{k,r}$ 、 $R_{k,*}$ 、柔性元件厚度和所选择齿轮齿高等参数的函数。在绘制封闭图时所必须的计算是在电子计算机上按下列程序进行的。

流量 W 取决于最大径向变形量 ($\Delta = 0.7; 0.8; 0.9; 1.0; 1.1m$), 传动比 Z_r/Z_* 采用恒定值 ($Z_r/Z_* = 120/122; 150/152; 200/202; 250/252$), 对每一数值使原始齿形角间隔 1° 改变。在程序中引进限制条件。如果在 0 位置的侧隙大于最大侧隙 C_{max} 的话, 那么, 将给不出来打印的数据(对 α_n 的下限限制条件)。上限是当刚轮齿顶同柔轮圆角开始发生干涉时的 α_n 值。在改变 α_n 时取 $\xi_r = 0$ 。如果选择 $\alpha_n = 20^\circ$ 时, 则使 ξ_r 变化为: $-2, -1, 0, +1, +2$ 等。刚轮的原始齿形位移用逐渐逼近法确定。事先选择:

$$\xi'_{n,k} = \xi_r + \left(\frac{\Delta}{m} - 1\right)$$

当原始齿形的齿高为 2.25Δ 时〔在关系式(7)中 $\psi_r = 0$ 〕并在所选择的参数 α_n , Δ , ξ_r , Z_r/Z_* 的情况下, 间隔 $\varphi = 5^\circ$ 计算了侧隙 C_s 。侧隙 C_s 同 φ 角的曲线图表示在图1, B。计算是从通过 O_1 点的轴线(虚线)进行的。为了得到刚轮齿跟柔轮齿的任

何位置的无侧隙的啮合，确定了最小侧隙和附加的刚轮原始齿形位移。最后取：

$$\xi_{\text{ж}} = \xi_{\Gamma} + \left(\frac{\Delta}{m} - 1 \right) + \frac{1C_0 l}{m \sin \alpha_{\text{к}}} \quad (9)$$

在图 1.б 上，侧隙的计算轴线被转移到 0 点。在图 1.в 上表示的是在各种 Δ 时的侧隙的特性曲线。曲线 1 是当 $\Delta = m$ ($C_0 = 0$) 时的图线。曲线 2 是当 $\Delta > m$ 时的图线，而曲线 3 是当 $\Delta < m$ 时的图线。

同时，在一阶近似法中已确定了齿的啮入深度 h_3 (图 1, а)，在该深度的情况下，消除了进入啮合时的齿顶干涉。为此，算出半径 $R_{\text{вж}} = \sqrt{Y_{\text{в}\Gamma}^2 + X_{\text{в}\Gamma}^2}$ 并按 (7) 确定 $D_{\text{в}\Gamma}$ ，同时，

$$\left. \begin{aligned} \psi_{\Gamma} &= \frac{Z_{\Gamma}}{2} + \frac{\Delta}{m} + \xi_{\Gamma} - \frac{D_{\text{в}\Gamma}}{2m} - \frac{h_3}{m} \\ \psi_{\text{ж}} &= \frac{Z_{\text{ж}}}{2} - 2 \frac{\Delta}{m} + \xi_{\text{ж}} - \frac{D_{\text{в}\Gamma}}{2m} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

此时，通过渐开线和圆角的联结点 Θ 的圆的直径 $D_{\text{в}\Gamma}$ 由已知的一般齿轮的关系式确定^[6]。此后，重复循环，但要具有更准确的 $\xi_{\text{ж}}$ ， ψ_{Γ} 和更小的 φ 角的增量距 (0.5°)。 $\alpha_{\text{н}}$ 或 ξ_{Γ} 增量的上限范围是：

$$h_3 \leq 0.5(D_{\text{в}\Gamma} - D_{\text{в}\Gamma})$$

作为一个例子来研究带有盘形波发生器的谐波传动封闭图的构成。假定，柔性元件在 2β 的弧上紧贴在凸轮盘上^[8]。 φ 角的计算从变形的长轴开始 ($\varphi = 0$)。

在区间： $0 < \varphi < \beta$

$$W = \frac{\Delta}{A - B} (A \sin \varphi)$$

在区间： $\beta < \varphi < \frac{\pi}{2}$

$$W = \frac{\Delta}{A - B} \left[(1 + \sin^2 \beta) \sin \varphi + \frac{\pi}{2} \cos \varphi - \varphi \cos \varphi - 2 \sin \beta - B \right]$$

式中， $A = \frac{\pi}{2} - \beta - \sin \beta \cos \beta$

$$B = -2 \sin \beta + \frac{4}{\pi} (\beta \sin \beta + \cos \beta)$$

按关系式 (1)——(11) 来确定所需的数值。此时，发生器盘的半径 R 及其中心位置相对刚轮轴线的偏心 e 按下述关系式确定^[8]。

$$e = \Delta \frac{A}{A - B}$$

$$R = r - \Delta \frac{B}{A - B}$$

最后，打印出各数值： $\beta, \Delta, Z_{\Gamma}/Z_{\text{ж}}, h_3, C_{\text{м.н.}}, \xi_{\Gamma}, \xi_{\text{ж}}, \psi_{\Gamma}, \psi_{\text{ж}}$ ，

图 2. а 和 б 引证的是带有盘形波发生器的传动封闭图。沿垂直轴是最大啮入深度对模数之比，沿水平轴是最大啮合侧隙对模数之比 (这里最小侧隙等于零)。参变量是 β 和 $\alpha_{\text{н}}$ 。

封闭图限制在：а) $\beta = 0$ 的等值线 (用两个力变形)；б) $\beta = 40^\circ$ (因为 $\beta = 50^\circ$ 实际上给出相同的啮入深度)；в) 在下边，封闭图可以用 $C_0 = C_{\text{м.н.}}$ 的等值线来限制 (图 1, б)；г) 在上边，可以用刚轮齿顶和柔轮圆角开始发生干涉时的 $\alpha_{\text{н}}$ 的等值线来限制。相同 β 的等值线是 h_3 数值在进入啮合时的齿顶干涉方面的限制条件。

在图 2, а 上，相同的最大侧隙，例如 0.06 m，可以在任何包容角 $\beta = 0; 20; 30; 40; 50^\circ$ 的情况下得到。但是，此时的啮入深度将相应的等于 1.15, 1.2, 1.32, 1.39 倍模数。原始齿形角相应地为 $\alpha_{\text{н}} = 20^\circ 45'$ (内插法)， $20^\circ 48'$ ， $20^\circ 52'$ ， 21° ， $21^\circ 10'$ 。

在图 2. б 上，当 $C_{\text{м.н.}} = 0.06 \text{ m}$ 时，在同一 β 值的情况下，对于 $\Delta = 0.9 \text{ m}$ 的啮入深度与 $\Delta = m$ 时 (图 2. а) 的大致相同，但是， $\Delta = 0.9 \text{ m}$ 时柔轮的弯曲应力大约小 10%。

当研究在同一平面中的谐波传动啮合时，对封闭图的大量分析表明，在没有载荷作用的情况下，能使多对齿同时处于啮合的盘形波发生器的啮合是不存在的。封闭图非

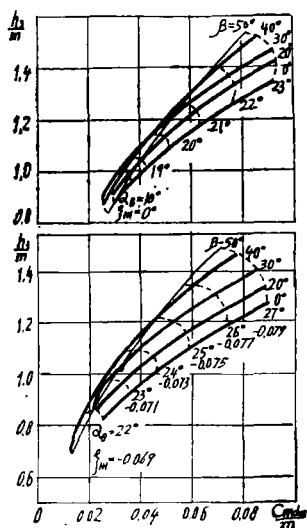


图 2

常便于分析各参数对啮合性质的影响，并能使得正确地选择这些参数。在封闭图上给出了对啮合几何学计算所必须的全部数值。对 $\alpha_n = 20^\circ$ 和 $\alpha_n = 30^\circ$ 的各种变形形状、各种 Δ 、 ξ_r 、 Z_r/Z_{r0} 绘制了封闭图。

最后必须指出，按照编制的电子计算机 (АЛГОЛ) 的程序，对传动各参数的任意组合、柔性元件的任意变形形状都可绘制出封闭图来。计算的机动时间为几分钟。

(参考文献从略)

译自 “Известия вузов машиностроение” 1971. № 7.