

考虑到构件柔度的谐波传动的计算

带有钢制齿轮的谐波齿轮传动, (B3II), 在一级中允许采用传动比, $u = z_1/z_2 - z_1$, 从60—80到250—300 (最小值被柔轮的弯曲强度所限制, 最大值被最小可能的模数所限制)。在这个传动比 u 的范围内, 它们与其他传动相比重量轻、外廓尺寸小、虚动量小, 而运动精度和传动效率高。

谐波齿轮传动的优点在于随着扭矩的增加啮合齿数增多。构件较大的弹性变形引起啮合齿数的增多。这些变形可能导致在谐波齿轮传动工作中的不良现象: 齿顶干涉及其逐渐加剧磨损、传动装置发热、传动效率降低、波发生器滑移或者传动滞住。因此, 谐波齿轮传动的工作能力不仅决定于强度而且还决定于构件的柔度。

让我们研究谐波齿轮传动, 不加载以及在传递扭矩的情况下齿啮合的过程。在表示齿平面啮合的图 1 a 上, 用实线表示在没有传递载荷的条件下, 柔轮和刚轮齿的相互位置。沿着波发生器的长轴, 齿的啮合深度为 h_d , 并且以右侧面相接触。随着在顺时针方向离开长轴, 齿的啮合深度减少, 侧隙增大, 并且在进入啮合处(角 φ) 等于 j_{\max} 。在图 1 b 上示出圆柱壳体形式的柔轮。在它的一端上做成齿圈, 另一端用与轴或箱体铰链连接。当齿圈的径向变形为 w 量的情况下, 壳体的母线和柔轮的齿相对于刚轮的齿形成 γ 歪斜角。沿着前端的侧隙 j_1 比后端的侧隙 J_3 大。

在图 2 上举出, 作为在 $w_0 = 0.9m$ 、 $x_1 = 3$ 、 $x_2 = 2.93$, 沿着前端与后端的啮合深度 $h_{d1} = 1.19m$ 、 $h_{d3} = 0.71m$ (图 2 a) 与 $w_0 = m$ 、 $x_1 = x_2 = 3$, 沿着前端与后端的啮合深度, $h_{d1} = 1.41m$ 、 $h_{d3} = 1.18m$ (图 2 b) 的情况下没有承载的传动 ($z_1 = 200$ 、

$z_2 = 202$ 、 $m = 1$ 毫米、 $\alpha_0 = 20$) 沿着齿的前端 (实曲线) 和后端 (虚曲线) 侧隙分布的例子。划有截面线区域的纵座标决定出有效的侧隙。每个 φ 角的共轭齿的歪斜按曲线 1 与 2 纵座标之差算出; 在进入啮合的位置它们是最大的。当 w 值减少的时候, 相应于 φ_k 角的允许啮合深度同样地减少。

若利用平面啮合的概念, 则可以根据图 2 b 确定沿着前端传动装置齿的啮合深度 $h_{d1} = 1.4m$ 。但是这时由于在其后端面齿的歪斜产生等于 $0.06m$ 的 (曲线 2 上负的侧隙) 齿顶干涉。为了消除干涉, 必须确定沿着后端的啮合深度 $h_{d3} = 1.18m$ 。那么沿着齿前端的侧隙将等于 $0.05m$, 而沿着后端等于零 (在 $\varphi = \varphi_k$ 时)。

对于承载的传动装置, 应当把齿高选择的小于 $1.18m$, 因为由于扭矩, 壳体的母线与齿被扭转 γ_M 角^[2], (在图 1 b 上用虚线表示的齿) 并且沿着后端的间隙减少。这可能引起齿顶的干涉。

除此之外, 由于啮合力波发生器被压缩, 而刚轮在径向被拉伸。同时刚轮的形状改变, w 值减少, 这导致侧隙减少和齿顶干涉。

在图 1, a 上用虚线表示形状改变之后柔轮齿 z_1 的位置。在齿顶表面干涉的情况下, 沿着面积 F 相互接触。在干涉不大的情况下, 当面积 F 较小时, 柔轮的齿借助在圆周方向的柔度进入刚轮的齿槽, 并且传动装置可以工作。但是在这种情况下齿顶强烈地磨损、变圆、传动装置的发热量增加、在波发生器上的载荷和在柔轮中的应力提高。如果干涉较大, 则在扭矩增加的情况下波发生器产生压缩, 刚轮产生拉伸, 结果波发生器出现滑移。在面积 F 大小不同的情况下, 在每个

啮合区中波发生器向着较小的一侧压出，传动装置变成单谐波的并且被滞住。

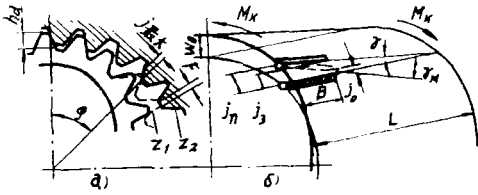


图 1

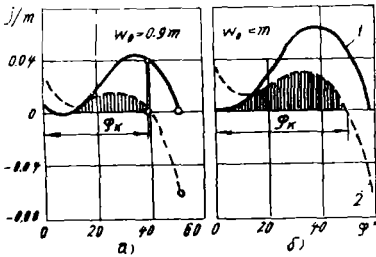


图 2

因而，在最大可能扭矩的情况下若保证在齿进入啮合的位置存在保证侧隙 \$j\$。（参看图 1 6），则在选择谐波齿轮传动的几何参数，应该考虑空间啮合和构件的柔度。

为了考虑构件的柔度，必须知道传动装置的尺寸，这些尺寸是根据工作能力的各个指标（柔轮的强度、齿侧面的耐磨性、波发生器轴承的耐久性、构件的柔度）决定的。

应该根据工作能力的每个指标计算轮子的直径并采用所得数值中的最大值。实际上采用这种计算方式是困难的，因此，假设其中的一个指标是基本的并根据它求出传动装置的尺寸，而根据其它指标进行校核计算。

采用齿侧面上的许用压应力（压力）作为谐波齿轮传动装置工作能力的基本指标，是方便地。为了保证其它指标的工作能力，应该根据实验数据采用许用压应力的值。

齿侧面上的压应力^[3]

$$\sigma_{cM} = \frac{10M_k k}{\psi_d d_1^3} \leq [\sigma_{cM}],$$

式中 \$M_k\$——在被计算传动级的低速构件上

的名义传递扭矩（公斤·毫米）；\$k\$——工作制度系数（在静止载荷的情况下，\$k=1\$，当具有 \$M_{max}/M_k=1.6-2.5\$ 冲击工作的情况下 \$k=1.25-1.75\$）；\$\psi_d=B/d_1\$——齿宽系数，这里 \$B\$——齿圈宽度（对动力传动装置 \$\psi_d=0.2-0.18\$，对小负载的传动装置 \$\psi_d=0.17-0.12\$）；\$d_1\$——柔轮齿圈的分度圆直径（毫米）；\$[\sigma_{cM}]=1.6k_n k_n k_d\$——对于用钢做成的齿轮的许用压应力（公斤/毫米²）

〔在这里 \$k_n = \frac{u-20}{u}\$；\$k_M = \sqrt[3]{\frac{1000}{n}}\$；\$n\$——波发生器轴每分钟的转数（\$n \geq 1\$）；当 \$d_1 < 130\$ 毫米时 \$k_d=1.25\$，而当 \$d_1 > 130\$ 毫米时 \$k_d=1\$。〕

按提出的关系式求出的传动装置的尺寸和国外制造厂目录中的数据以及在莫斯科包曼高等技术学校实验室制作和试验的实验传动装置的尺寸是一致的。

在选择啮合参数时为了简化计算，区分齿圈的径向弹性位移和由于扭矩齿的翘曲对侧隙值的影响是合理的。实验确定，在载荷的作用下柔轮形状的变化与 \$w\$ 的变化成比例。只是在发生齿顶干涉的情况下比例才被破坏。我们假定，为了啮合计算采用的径向变形量 \$w\$ 相当于负载传动。那么在该值 \$w\$ 时，侧隙的变化将只与齿的翘曲有关。在计算波发生器形状的时候，应该把径向变形 \$w\$ 增大到等于在载荷作用下物件的径向位移量。

考虑到齿的翘曲，侧隙被减少的值

$$j_M = \frac{M_{max} L}{JG} \cdot \frac{d_1 B}{2L} \approx \frac{M_{max} B}{d_1^2 h_2 G},$$

式中 \$M_{max}\$——过载的最大力矩（通常 \$M_{max} \geq 2M_k\$）；\$J\$ 与 \$L\$——极惯性矩与圆柱形壳体的长度；\$G\$——扭转的弹性模数；\$h_2=(0.5-0.7)h_1\$——壳体的厚度〔在这里 \$h_1\$——齿圈的厚度；\$h_1=(70+0.25z_1)mz_1 \cdot 10^{-4} \leq 0.018mz_1\$；\$m=d_1/z_1\$——啮合模数；所得之值按国家标准化为整数了〕。

为了消除在 \$M_{max}\$ 的情况下，进入啮合时齿顶的干涉，必须使最大的侧隙 \$j_{max}\$ 大于

从翘曲 j_m 到保证侧隙值 j_0 的位移, 即 $j_{m \cdot x} = j_m + j_0$; 同时 $j_0 = 4 \cdot 10^{-4} (u - 60) m$ 。

侧隙可以与所推荐的不同; 构件的柔度同径向变形量比其比值越大, 应该把它选择的越大。按所要求的间隙 $j_{m \cdot x}$ 选择啮合参数。

我们研究选择渐开线啮合参数的方法。原始齿形角 $\alpha_0 = 20^\circ$, 高度系数 $h_a^* = 1$, 径向间隙系数 $C^* = 0.25$ (ГОСТ13755—68) 或者 $C^* = 0.35$ (ГОСТ9587—68)。

比值 w_0/m 与移距系数 X 越大, 间隙 $j_{m \cdot x}$ 与啮合深度 h_{d3} 就越大^[1]。在每个 w_0/m 值的情况下, 最大值 x 与 h_{d3} 受到齿根过渡曲线同齿顶干涉的限制, 最小值受齿顶干涉的限制。

根据在电子计算机上计算的结果得到 X 和 h_{d3}/m 的最大值与 w_0/m 的关系式为:

$$\frac{w_0}{m} = 0.89 + 8 \cdot 10^{-5} z_1 + 2 \frac{j_{m \cdot x}}{m} \quad (1)$$

$$X_1 = \frac{1.35 - \frac{w_0}{m}}{0.85 - 0.04 \sqrt[3]{z_1}}$$

$$X_2 = X_1 + \left(\frac{w_0}{m} - 1 \right); \quad (2)$$

$$\frac{h_{d3}}{m} = 4 \frac{w_0}{m} - 2.48 - \left(4.6 - 4 \frac{w_0}{m} \right) 10^{-3} z_1 \quad (3)$$

式中 x_1 与 x_2 ——外齿柔轮与内齿刚轮的移距系数。

式(1)——(3)对齿数差 $z_2 - z_1 = 2$, 且用下面推荐的波发生器使柔轮变形的两波传动来说是正确的。

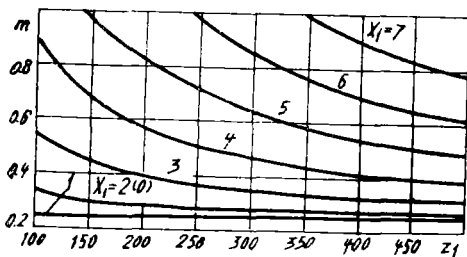


图 3

结果根据关系式(3)得到 $\frac{h_{d3}}{m} > 2$,

那么为了进一步计算应该采用 $\frac{h_{d3}}{m} = 2$ 。

同样如果假设, $\frac{h_{d3}}{m} < 1$, 那么对动力传动来说应该增大 w_0/m , 使 $\frac{h_{d3}}{m} \geq 1$, 并且重新按(1), (2)式求出 $j_{m \cdot x}$ 与 x (这时减少同时啮合的齿数并增大柔轮的应力)。

柔轮齿圈的根圆直径 d_{r1} 和顶圆直径 d_{a1} (用标准的齿轮滚刀切齿的)按下式算出:

$$d_{r1} = m(z_1 - 2h_a^* - 2C^* + 2x_1);$$

$$d_{a1} = d_{r1} + 2 \left(\frac{h_{d3}}{m} + \frac{C_p}{m} \right) m, \quad (4)$$

式中齿过渡曲线的深度系数 $\frac{C_p}{m} = \frac{C_f}{m}$, 对于齿顶圆角具有标准半径的铣刀, 应该根据图3, 采用 z_1 和 x_1 有关系的值。

直径的最终值 d_{a1} 采用修正之后的:

$$\frac{h_{d3}}{m} + \frac{C_p}{m} \leq 2h_a^* + C^*; \quad (5)$$

$$h = \left(\frac{h_{d3}}{m} + \frac{C_p}{m} \right) m \leq h_1 \quad (6)$$

如果条件(5), (6)不满足, 应该减少 h_{d3}/m (但是应该 $\frac{h_{d3}}{m} \geq 1$) 或者按下式计算的值

$$\frac{C_p}{m} = 0.65 \frac{C_f}{m} \geq C^*$$

在这种情况下, 理解上许可刚轮的齿顶同过渡曲线干涉, 而实际上这种干涉为柔性齿圈的柔度所补偿。应该指出, 在不遵守条件(6)的时候可以采取, $h > h_1$, 但是这时必须使 $[B_{cm}]$ 与 M_k 减少到 h_1/h 倍。

刚轮的齿顶圆直径为

$$d_{a2} = d_{a1} + 2 \left(\frac{w_0}{m} \right) m - 2 \left(\frac{h_{d3}}{m} \right) m;$$

在用插齿刀切齿的情况下齿根圆的直径为

$$d_{r2} = 2\alpha_{CT} + d_{a0};$$

这时; $2\alpha_{CT} = m(z_2 - z_0) \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_c}$;

$$\text{inv} \alpha_{CT} = \frac{x_2 - x_0}{z_2 - z_0} 2 \text{tg} \alpha_0 + \text{inv} \alpha_0;$$

式中 d_{a0} , z_0 , x_0 ——分别为插齿刀的齿顶圆直径、齿数、和原始齿廓的移距。它们是通过测量插齿刀来求出^[4]。有时指望中等磨损的插齿刀 $x_0 = 0$ ；则 $d_{a0} = m(z_0 + 2h_0^* + 2C^*)$ ，按国家标准采用 z_0 。

应当根据下面的公式，沿着波发生器的长轴检查刚轮齿根圆与柔轮齿顶圆之间存在的径向间隙。

$$0.5(d_{r2} - d_{a1}) - \left(\frac{w_0}{m}\right)m \geq 0.15m \quad (7)$$

实验指出，因为在波发生器的长轴区域中齿没有相对移动，因此间隙可以等于零，但是这难于装配。

如果不遵守条件(7)，那么应该选择没有磨损(新)的插齿刀或者减少 $\frac{h_{d3}}{m}$ (但是当 $\frac{h_{d3}}{m} \geq 1$)，或者增大 w_0/m 值 (如果柔轮的强度能保证)。

在制造时用量线或公法线长度检查齿厚或切入深度^[4]。当 $u > 120$ 时对柔轮的公差规定为 7 C 级，对刚轮为 7 × 级或 8 C 级；当 u 值比较小时，则对两个齿轮都规定为 7 C 级。

在规定波发生器尺寸的时候，必须考虑到在载荷的作用下构件径向尺寸的减少。因此，应该把没有加载的波发生器的径向变形量 w_r 定为比名义 w_0 的大径向尺寸减少的量。即

$$w_r = w_0 + \Sigma \Delta = K_w w_0,$$

其中 $\Sigma \Delta$ ——构件径向尺寸减少的总和；
 $K_w = 1 + \frac{\Sigma \Delta}{w_0}$ ——波发生器径向变形的增大系数。

规定，当刚轮齿圈的厚度不小于 $0.06d_1$ 并且零件按 2 级精度制造时， $\frac{\Sigma \Delta}{w_0} = 0.05 + 0.2$ (决定于传动装置的承载能力)。由此在一阶近似中

$$K_w = 1.08 + 0.05(\sqrt{\frac{\sigma_{CM}}{\sigma}} - 1)$$

式中，压应力 σ_{CM} (公斤/毫米²) 是根据最大扭矩 ($\sigma_0 = 1.1$ 公斤/毫米²) 求出的。

当更准确计算时求

$$\Sigma \Delta = \Delta_r + \Delta_k + \Delta_p, \quad (8)$$

式中 Δ_r , Δ_k ——分别为波发生器和刚轮的弹性变形； Δ_p ——在波发生器轴到柔轮的尺寸链中构件的径向尺寸对名义值的偏差。

波发生器的变形包含轴承环的弹性接近量 δ ，轴承环与柔轮和凸轮连接处的弹性位移，凸轮或波发生器盘的压缩量。波发生器的变形可根据关系式 $\Delta_r = 1.5\delta$ 通过波发生器的轴承的 δ 来表示。

滚珠轴承环的接近是根据手册^[5]或经验关系式^[6]来求

$$\delta = 8.5 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{R^2}{d_w z_w^2}}$$

式中 δ ——滚珠轴承环的接近量 (毫米)； R ——作用在轴承上的径向力 (公斤)； d_w ——滚珠的直径 (毫米)； z_w ——滚珠数。

作用在轴承上的径向力一般等于作用在波发生器和刚轮上的径向载荷。根据文献^[7]

$$R = R_0 + K_R \frac{M_k}{d_1} \approx 1.15 K_R \frac{M_k}{d_1}, \quad (9)$$

式中 R_0 ——柔轮变形必须的力； K_R ——载荷系数 (对具有下面推荐的波发生器参数的普通谐波齿轮传动 $K_R = 0.35$ ，对密闭的谐波齿轮传动 $K_R = 0.6 + 0.8$)。

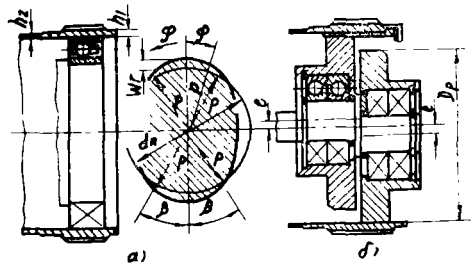


图 4

刚轮的拉伸使齿在圆周方向的移动减少侧隙，对做成环形的刚轮，这等于 w_0 的减少。

$$\Delta_r = 0.4 \frac{R}{b_k E} \left(\frac{r_k}{h_k} \right)^3,$$

式中 r_k , b_k , h_k —— 刚轮齿圈平均半径、宽度与厚度; E —— 弹性模数。

在波发生器轴到柔轮的尺寸链中径向尺寸的偏差

$$\Delta_p = \Delta_3 + 0.35\Delta.$$

式中 Δ_3 —— 保证侧隙之和 (在轴承中和在柔轮与轴承或柔轮与抗弯环之间的最小径向间隙); Δ —— 直径公差带之和, 当实现这些公差的时候可能得到径向间隙; 系数 0.35 考虑到在制造时使用公差带的概率。

在图 4 a 示意图上的凸轮波发生器有按环形 (它是由在角 $\beta = 30^\circ$ 之下配置的四个力 p 拉伸的圆环)。凸轮的向量半径

$$\rho = 0.5d_n + WK_w \left(\frac{w_o}{m} \right) m,$$

式中 d_n —— 轴承孔的直径; W —— 在 φ 角的径向变形 (表)。尺寸 ρ 的公差按 c 级。壳体与轴承的外环之间应当在直径上的保证间隙为 0.03 mm

φ°	W	φ°	W	φ°	W
0	1	30	0.56914	60	-0.52215
5	0.9884	35	0.40876	65	-0.68400
10	0.95346	40	0.22932	70	-0.82400
15	0.89481	45	0.03897	75	-0.94000
20	0.81181	50	-0.15446	80	-1.02000
25	0.70362	55	-0.34373	85	-1.08000
				90	-1.09000

在图 4. B 示意图上的圆盘发生器有两个滚子, 它们装的偏心量为 e 的偏心轴上; 滚子直径 $D_p = d_u + 2Kw (w_o/m) m - 2e$; $e = 3.3(w_o/m)m$, 在这里 $d_u = d_{r1} - 2h_1$ —— 柔轮的内直径 (或者抗弯环的内直径)。D。

的公差按 C, e 的公差 $\pm C_3$,

波发生器的轴承要考虑到由于动态承载能力的耐久性。根据公式 (9) 求径向载荷 R , 轴向载荷通过关系式 $S = \mu R$ 来求, 其中 $\mu = 0.1 - 0.15$ —— 壳体与波发生器之间的摩擦系数。把圆盘式波发生器上的滚子放在两个轴承上, 但是径向载荷谨由一个轴承来接受。

按下式校核柔轮强度的安全系数

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \geq 1.5, \quad n_\sigma = \frac{\sigma - 1}{k_\sigma \sigma};$$

$$n_\tau = \frac{\tau - 1}{k_\tau \tau + 0.2\tau_m}$$

对所采用的变形形式, 应力的振幅为

$$\sigma_a = 7 \frac{w_o E h_1}{d_1^2} k_D; \quad \tau_a = \tau_m = 0.5(\tau_{xy} + \tau_k);$$

$$\tau_{xy} = \frac{w_o E h_1}{d_1 L} k_D; \quad \tau_k = \frac{4 M_k}{\pi d_1^2 h_1} k_D;$$

在这里 $k_D = 1 + \frac{4\sqrt{\sigma_{cm}}}{10^5 (h_1/d_1)^2}$ —— 由于在载荷作用下柔轮形状的变化引起应力增大的系数。

对于具有上述啮合几何学的钢柔轮 (HRC26 —— 32), 应力集中系数 $k_\sigma = 1.65 + 0.1m$; $k_\tau = 0.8k_\sigma$ 。

装配条件的检查在于求沿着波发生器长轴啮合的过盈 (间隙)。为此用已知的方法进行波发生器轴到刚轮尺寸链的计算。实验表明, 按上述方法进行计算能保证装配。

最后可以指出, 考虑到空间啮合在载荷作用下构件的柔度。能求出在给定扭矩的情况下保证工作能力的传动参数。

译自“Вестник машиностроения”

No. 6, стр.461974.