

# 干涉滤光片特性的膜厚修正法

朱世栋

## 引言

当前，多层膜干涉滤光片的制备已达到相当高的水平。因而，随着彩色电视、电影和照相技术等的发展，这类滤光片获得了广泛的应用，同时对滤光片的性能提出越来越严格的要求。从现有镀膜工艺水平出发，膜系计算与制备工艺密切结合，计算出令人满意的干涉滤光片膜系，并且根据实验曲线分析制备工艺中的厚度控制误差，这是我们感兴趣的问题。多层膜干涉滤光片的设计方法有许多种<sup>[1]、[2]</sup>，这里仅介绍由非吸收膜组成的干涉截止滤光片特性的膜厚修正法，以及该方法在实验膜厚误差分析中的应用。

在干涉截止滤光片的实际应用中，往往要求在通带内有较高的透射率和较小的波纹。例如，在可见和近红外光谱区，若简单地采用如下的典型后截止干涉滤光片膜系：

$$G | \left( \frac{L}{2} H \frac{L}{2} \right) S | A \quad (1)$$

其中基底  $G$  的  $N_g = 1.52$ ，入射媒质  $A$  为空气  $N_A = 1$ ， $N_H = 2.13$ ， $N_L = 1.38$ ，通过理论计算和制备都会发现，在通带内存在较大的尖深的波纹（参看图二、三、四中的虚线）。如何压缩通带内的波纹，这是我们必须要解决的一个主要问题。

压缩通带波纹有许多不同的途径。常用的方法是在多层膜系的每一侧加匹配层，使它同基底和同入射媒质匹配起来。但是，理想匹配层的折射率并不一定存在，实际上只能做折衷的选择。任何一种减反射膜都可用

来除波纹。但有人<sup>[3]</sup>发展了设计干涉滤光片的完全不同的方法，即略微改变一个不够理想的原始设计的各层膜厚度，用电子计算机排出程序，用以估计对膜系特性的影响，用这种方法来逐步改进膜系特性。我们这里的膜厚修正法就是基于采用这种方法进行的。

下面先简要介绍这个方法的基本原理，然后再说明怎样利用这种方法来压缩通带波纹的设计计算以及它在滤光片制备中的应用。

## 一、膜厚修正原理

如图（一）所示，淀积在透明基板上的  $m$  层无吸收均匀膜堆的反射率  $R$  和透射率  $T$  是每层膜的折射率  $N_j$ 、光学厚度  $t_j$  ( $= N_j \cdot d_j$ ) 和入射光真空波长  $\lambda$  及入射角



图 1

的函数。对确定的入射角（我们约定为  $0^\circ$ ），在给定的波长  $\lambda$ ，由膜层的光学厚度变化  $\delta t_j$  和折射率变化  $\delta N_j$ ，引起的反射率变化  $\delta R$ ，和透射率的变化  $\delta T_j$ ，近似地为：

$$\delta R_j = -\delta T_j = \sum_{r=1}^m \frac{\partial R_j}{\partial t_r} \delta t_r$$

$$+ \sum_{r=1}^m \frac{\partial R_j}{\partial n_r} \delta n_r + \text{(二阶项)}$$

当然，入射媒质和基片的折射率都保持不变。在 $\delta R_j$ 变化很小时，忽略掉二阶以上的项，将得到足够好的近似。取反射率 $R_j$ 对光学厚度 $t_r$ 和折射率 $N_r$ 的偏导数（即变化率），就可以使光学厚度与折射率的变化和反射率总的变化联系起来。假设多层膜组合的反射率在波长 $j$ 处必须改变，由于折射率只能是各种不连续的值，故只能限制光学厚度的变化。此时得到：

$$\delta R_j = \sum_{r=1}^m \frac{\partial R_j}{\partial t_r} \delta t_r \quad (2)$$

所以，这个方法的成功在于上式中的一阶导数能被计算出来。因为如果 $\frac{\partial R_j}{\partial t_r}$ 计算出来了，这就意味着在 $j$ 波长处整个膜系的反射率 $R_j$ 随第 $r$ 层膜光学厚度的变化率就知道了，从而就可以给出各层膜光学厚度小的变化会引起膜系反射率 $R_j$ 的变化有多大。

为求 $\frac{\partial R_j}{\partial t_r}$ ，首先要求出膜系总反射率 $R$ 。

计算多层膜的反射率 $R$ 有各种方法，我们这里用特征矩阵法<sup>[2]</sup>。折射率为 $N_r$ 的光学均匀薄层的特征矩阵是

$$M_r = \begin{pmatrix} \cos \beta_r & i \sin \beta_r / N_r \\ i N_r \sin \beta_r & \cos \beta_r \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中相位厚度 $\beta_r = 2\pi n_r d_r / \lambda = 2\pi t_r / \lambda$  (4)

$m$ 层膜的合成矩阵是

$$M = M_m \cdot M_{m-1} \cdots M_3 \cdot M_2 \cdot M_1 \cdots (5)$$

显然，合成矩阵 $M$ 也是一个二阶矩阵，有如下形式：

$$M = \begin{pmatrix} C_1 & iC_2 \\ iC_3 & C_4 \end{pmatrix} \quad (6)$$

如果光从折射率为 $N_A$ 的入射媒质入射到淀积在折射率为 $N_B$ 的基片上的 $m$ 层膜堆上，反射率 $R$ 被给出为：

$$R = \frac{(B_1 - B_3)^2 + (B_2 - B_4)^2}{(B_1 + B_3)^2 + (B_2 + B_4)^2} \cdots (7)$$

其中 $B_1 = N_A C_1$ ， $B_2 = N_A N_B C_2$ ， $B_3 = N_B C_4$ ， $B_4 = C_3$ ，而 $C_1, C_2, C_3, C_4$ 是合成矩阵 $M$ 的阵元。

求出了膜系反射率 $R_j$ 与各层膜的 $N_r$ 和 $t_r$ 的关系后，就可以来求 $\frac{\partial R_j}{\partial t_r}$ 了。计算

$\frac{\partial R_j}{\partial t_r}$ 同样有许多方法，我们用的是精确方法<sup>[4]</sup>。注意到 $R$ 是 $C_1, C_2, C_3, C_4$ 的函数，那么

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial \beta_r} &= n_A \frac{\partial R}{\partial B_1} \frac{\partial C_1}{\partial \beta_r} \\ &+ n_A n_B \frac{\partial R}{\partial B_2} \frac{\partial C_2}{\partial \beta_r} \\ &+ n_B \frac{\partial R}{\partial B_3} \frac{\partial C_4}{\partial \beta_r} + \frac{\partial R}{\partial B_4} \frac{\partial C_3}{\partial \beta_r} \end{aligned} \quad (8)$$

导数 $\frac{\partial R}{\partial B_1}, \frac{\partial R}{\partial B_2}$ 等是简单的代数函数。注意到 $\beta_r$ 仅仅出现在第 $r$ 个特征矩阵中，导数 $\frac{\partial C_1}{\partial \beta_r}$ 等是容易计算的。在第 $r$ 个特征矩阵中对每一个阵元求导，然后在方程(5)中进行矩阵乘积。假定我们想计算 $m$ 层膜系的 $\frac{\partial C_1}{\partial \beta_r}$ ，那么

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial \beta_r} & i \frac{\partial C_2}{\partial \beta_r} \\ i \frac{\partial C_3}{\partial \beta_r} & \frac{\partial C_4}{\partial \beta_r} \end{pmatrix} = M_m \cdot M_{m-1} \cdots M_3 \cdot M_2 \cdot M_1 \quad (9)$$

其中矩阵 $M_r$ 称为微商矩阵，并且是简单的

$$M_r' = \begin{pmatrix} -\sin \beta_r & i \frac{1}{n_r} \cos \beta_r \\ i n_r \cos \beta_r & -\sin \beta_r \end{pmatrix} \quad (10)$$

求出 $\frac{\partial R}{\partial \beta_r}$ 以后，就可用关系式(4)求得

$\frac{\partial R}{\partial t_r}$ 来：

$$\frac{\partial R}{\partial t_r} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial R}{\partial \beta_r} \quad (11)$$

上述计算关系是在垂直入射情况下导出的，但不难推广到斜入射的情形。

将上面的计算关系在数字计算机上编成程序进行计算是方便的。我们就是利用 ALGOL-60 语言将上述算法编成程序在计算机上进行计算的。

## 二、膜厚修正法 用于膜系计标

膜厚修正法用于膜系设计计算，首先要有一个不必很相似的原始膜系，而原始膜系的选择是靠其它方法进行的。例如，可以利用等效层的方法选择初始滤光片膜系，而用膜厚修正法使等效层与基片和入射媒质间，以及等效层间相互匹配。

下面我们用来分光或构成带通滤光片的后截止滤光片为例，说明怎样利用膜厚修正法来压缩其靠近截止波长的通带波纹的。

首先，如果我们选择了如下的初始后截止滤光片膜系

$$G | \left( \frac{L}{2} H \frac{L}{2} \right)^0 | A \quad \dots\dots\dots (12)$$

其中  $N_g = 1.52$ ， $N_A = 1$ ， $N_H = 2.3$ ， $N_L = 1.38$ ，控制波长  $j_0$  假定为  $8300 \text{ \AA}$ ，其理论计算曲线如图（三）虚线所示。如果我们要求在靠近截止波长的  $1000 \text{ \AA}$  透射区内有较高的透射率，则该膜系光谱特性存在的主要问题是要求的通带内存在尖深的波纹，如在  $j = 6700 \text{ \AA}$  处透射率仅有  $76\%$ ，比通带平均透射率低  $15\%$  左右，这样大的波纹是不容许的。

为了压缩上述波纹，我们将初始膜系用计算  $\frac{\partial R_j}{\partial t_i}$  的程序进行计算分析。这里说明一点，从镀膜实际出发，因为靠近玻璃基底的  $j_0/8$  低折射率层不便于控制，实验中往往不镀这一层。因此，我们在修正初始膜系时也去掉了这层，即以

$$G | H L H L H L H L H L H \frac{L}{2} | A \quad (13)$$

做为我们修正的出发点。这样不但给工艺带来好处，而且又省略了一层膜。所以，我们实际上是把膜系（13）用修正程序进行分析修正的。

从分析修正程序的计算数据不难看出，靠近玻璃基底的第一、第二层膜，在要求高透射区的波段（ $0.6 \sim 0.7 \mu$ ）内，它们的

$\frac{\partial R_j}{\partial t_i}$  都是负的（见表一）。这表示膜系的总

反射率  $R$  在这个波长区域，随第一、第二层光学厚度的变化率是负的，即当这两层膜厚度增加一个小量时，反射率  $R_j$  是减小的（即透射率是增加的）。因此，我们自然想到要增加这两层膜的厚度，以期达到提高该区透射率压缩波纹的目的。刚才已经指出，我们最关心的是压缩以  $6700 \text{ \AA}$  为峰值的波纹。注意到在  $6700 \text{ \AA}$  左右波长范围内，各层相比，第一、第二层的  $\frac{\partial R_j}{\partial t_i}$  相对还是比较大的。

表 一

波 长 ( $\text{\AA}$ )	$\frac{\partial R_j}{\partial t_i} * 10^3$	
	第 一 层	第 二 层
6000	-0.1585	-0.0981
6100	-0.1299	-0.0594
6200	-0.1032	-0.0656
6300	-0.1154	-0.1647
6400	-0.1757	-0.3257
6500	-0.2410	-0.4400
6600	-0.2669	-0.4461
6700	* -0.2482	* -0.3657
6800	-0.1950	-0.2391
6900	-0.1226	-0.1321
7000	-0.1198	-0.2699

如果我们假定要在6700 Å处使透射率增加5%，即  $\delta R = -0.05$ ，那么，若是单通过改变第一层的厚度来实现，我们从程序计算数据（表一）中查到，在波长  $\lambda = 6700 \text{ \AA}$  处， $\frac{\partial R}{\partial t_1} = -0.2482 \times 10^{-3}$ ，注意  $\delta R = -0.05$ ，我们利用公式（2）得

$$\begin{aligned} \delta t_1 &= \delta R / \left( \frac{\partial R}{\partial t_1} \right) \\ &= -0.05 / (-0.2482 \times 10^{-3}) \\ &= \frac{0.05}{0.2482} \times 10^3 \\ &\approx 200 \text{ \AA} \end{aligned}$$

也就是说，只要将第一层光学厚度增加200 Å左右，也就可以使整个膜系在6700 Å处的透射率提高5%左右。注意，此时假定其它层的厚度保持不变。同样，也可以通过修正第二层和其它合适层的厚度来压缩波纹。但某一层的最佳厚度是与其它所有膜层相关的，所以这一修正过程要反复利用程序进行修正计算，逐步改善膜系特性。

在利用分析程序进行膜厚修正时，当然要选择  $\frac{\partial R}{\partial t_i}$  较大的膜层进行修正，因为这时用较小的  $\delta t_i$  便可得到较大的  $\delta R$ ，获得显著的光性改变效果。但是，一定要进行全面的分析，使改变某一层膜厚后不但在感兴趣的主要部分获得显著好处，而且在其它部分不致带来大的坏影响，即要兼顾整个工作光谱区域的光性改善。再就是修正尽量少的膜层，这对工艺上是很有利的。

我们利用上述膜厚修正法解决用来构成  $0.5 \sim 0.6 \mu$ 、 $0.6 \sim 0.7 \mu$ 、 $0.7 \sim 1.0 \mu$  带通滤波片的三个后截止干涉滤光片膜系的通带中尖深波纹问题的，它们都要求截止到  $1 \mu$  以上。表二中列举了经过膜厚修正以后的膜系参数，为便于比较，把初始膜系的参数也并列在里面。它们修正前后对应的透射率理论计算曲线请见图（二）、（三）、（四）。从比较不

难看出，修正后的曲线都大大压缩了通带波纹，并且提高了通带的透射率，而边缘陡度、截止带宽度和深度都同时得到保证。镀膜实践也证实这种用膜厚修正法修正尽可能少的膜层以改善膜系特性的方法是行之有效的。

膜厚修正法也可以用来改变其它类型的膜系特性。但应指出，用这种方法并不总是可能达到预想的目的，因为它受初始膜系的限制。

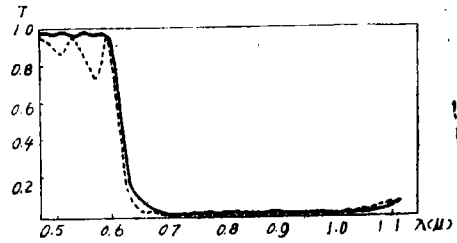


图 2

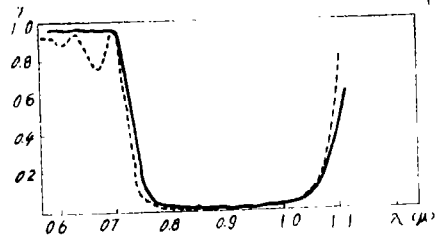


图 3

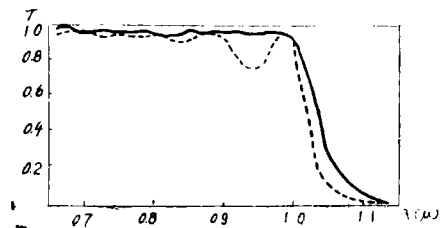


图 4

表 二

膜序	折 射 率	光 学 厚 度 (Å)					
		0.5~0.6		0.6~0.7		0.7~1.0	
$N_0$	1.52	修正前	修正后	修正前	修正后	修正前	修正后
1	1.38	912.5	去 掉	1075	去 掉	1525	去 掉
2	2.30	1825	2263*	2150	2660*	3050	3782*
3	1.38	1825	1935*	2150	2280*	3050	3386*
4	2.30	1825	1825	2150	2150	3050	3050
5	1.38	1825	1825	2150	2150	3050	3050
6	2.30	1825	1825	2150	2150	3050	3050
7	1.38	1825	1825	2150	2150	3050	3050
8	2.30	1825	1825	2150	2150	3050	3050
9	1.38	1825	1825	2150	2150	3050	3050
10	2.30	1825	1825	2150	2150	3050	3050
11	1.38	1825	1825	2150	2150	3050	3230*
12	2.30	1825	2026*	2150	2386*	3050	3355*
13	1.38	2142.5	2142.5	1075	1000*	1525	1525
14	2.30	2460	2460	图 (三)		图 (四)	
15	1.38	2460	2460	注： “*”表示该层修正			
16	2.30	2460	2490				
17	1.38	2460	2460				
18	2.30	2460	2460				
19	1.38	2460	2460				
20	2.30	2460	2460				
21	1.38	2460	2460				
22	2.30	2460	2460				
23	1.38	1230	1230				
$N_0$	1.0	图 (二)					

### 三、膜厚修正法应用于实验分析

我们求出的导数  $\frac{\partial R_i}{\partial t_i}$ ，还可以应用

于多层膜滤光片的制备中，因为它们给出某层膜厚度小的变化引起的多层膜反射率（或透射率）变化灵敏度的直接指示。在真空制备多层膜干涉滤光片的时候，每层的厚度通常是通过光电监控技术控制的，精度受人们

判断误差和仪器误差的影响。于是，如果要求多层膜滤光片的光谱透射率（或反射率）符合严格的技术要求，即要求在确定的波长处的透射率在某个限制范围内，知道透射率（反射率）对于每层膜厚度变化的灵敏度是有用的。取反射率（或透射率）对膜层光学厚度的一阶偏导数  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$  表示这个灵敏度，是一个足够好的近似。

下面我们举例说明导数  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$  在镀膜中的应用。为说明简单，我们以垂直入射时，镀于玻璃上的  $\lambda/4 - \lambda/2 - \lambda/4$  减反射膜为例： $N_g = 1.51, N_1 = 1.7, N_2 = 2.2, N_3 = 1.38, N_A = 1, j_0 = 5000 \text{ \AA}$ 。其计算反射率曲线如图（五）所示，同时也画出了用分析程序算出的各层的  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$ 。从图（五）中不难看出：

① 同一层的  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$ ，在不同的波长段，正负和大小都是不一样的，靠近控制波长处小些，意味着反射率对膜厚误差不敏感。

② 不同层的  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$  的绝对值大小也是不一样的，如在波长  $j = 4000 \text{ \AA}$  处，靠近玻璃的第一层的  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$  较小于第二、三层的，而第三层的  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$  相对最大。所以在我们控制时，对第三层的厚度误差控制就要格外

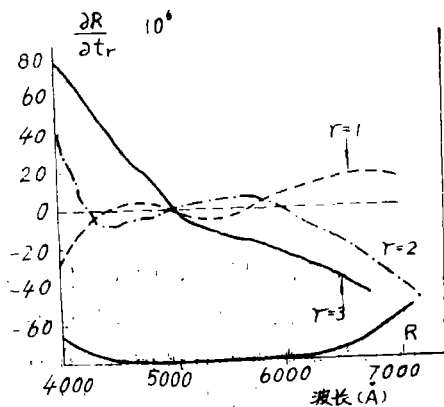


图 5

注意，因为它的误差对膜系反射率的影响最大。

反过来，如果发现实验曲线不理想，也可以根据  $\frac{\partial R_i}{\partial t_r}$  提供的指示，寻找改进的方向，减少实验的盲目性。如在波长  $j = 6000 \text{ \AA}$  处， $\frac{\partial R}{\partial t_3}$  为负，且绝对值较大， $\frac{\partial R}{\partial t_1}$  为正且绝对值小于  $\left| \frac{\partial R}{\partial t_3} \right|$ ， $\frac{\partial R}{\partial t_2}$  最小。所以，若是实验曲线在  $6000 \text{ \AA}$  处剩余反射较理论值大，则可能是第三层膜镀薄或第一层膜镀厚造成的。

## 四、讨 论

膜厚修正法应用于膜系设计计算，首先需要有一个不必很相似的原始滤光片，而原始滤光片的选择是靠其它方法进行的。用膜厚修正法来逐步改善膜系特性，是一个连锁修正过程，因为某一层的最佳厚度是与其它所有膜的厚度是相关的，所以修正次数是与要求的精确程度和工作者熟练程度有关的。一般说来，修正的次数越多，效果越好。实践证明，用膜厚修正法来改善便于控制的初始膜系的匹配性能显示出好处。这样处理的优点是只有层数不多的匹配层是任意厚度的，这对制备多层膜干涉滤光片是有重要意义的。另外，膜厚修正法即可用来改进初始膜系的光谱特性，也可用来分析膜厚误差对膜系光性的影响，使镀膜工作者减少实验盲目性。

应当指出，膜厚修正法只能从所选的原始膜系修正至最逼近它的最佳膜系为止；而这个最佳值却可能比另外选定的一个初始膜系的最佳值差得多。

在修正膜厚过程中，如果同时改变多个波长处的光谱特性，也可以通过解

$$\delta R_i = \sum_{r=1}^m \frac{\partial R_i}{\partial t_r} \delta t_r$$

# 不圆度的 V 形测量法\*

邹 自 强

**提要** 本文为我们研究轴颈误差 V 形测量方法的综合小结, 其中包括测量极圆轴颈和一般圆形零件。

文中首先分析了不圆度误差在 V 形测量装置上的反映过程。每当轴颈转动一圈, 轴颈上每一点误差都先后在测头示值中以不同大小反映三次, 测头的每一个示值又都是轴颈上三部分误差按一定规律合成的结果。反映系数是描述这个反映过程、表征测头示值和误差实际值之间关系的重要参数, 它决定于 V 形角度、测杆偏角和误差频谱特性等三个因素, 其数量关系比较复杂, 我们利用电子数字计算机对其关系进行了详细计算, 列成了反映系数表供实际工作查用参考。

在研究分析上述反映系数表的基础上, 文中提出了三种测量方案供实际工作选用, 即:

- (1)  $2\alpha=60^\circ$ ,  $\gamma=30^\circ$ ;
- (2)  $2\alpha=90^\circ$ ,  $\gamma=30^\circ$ ;
- (3)  $2\alpha=60^\circ$ ,  $\gamma$  分别取  $0^\circ$  和  $130^\circ$

文中介绍了使用上述方案进行实测的装置情况, 及注意事项, 讨论了当不圆度达到 0.05 微米数量时测量工作应注意的问题及相应的措施。

为了求得零件的不圆度误差, 对 V 形测量装置的测量结果必须进行一定计算, 文中介绍了我们研究采用的三种计算方法, 即(1)福氏分析法; (2)误差联系法; (3)简化计算法。分别举出实际的例子说明它们的用法。

## 一、引 言

在机械制造中, 零件的不圆度对于使用有重要影响, 它影响主轴的旋转精度, 引起定位误差、引起旋转噪音、降低使用寿命, 等等, 所以它已日益引起广泛的注意; 在仪器制造中, 例如在天文仪器和精密圆分度机

中, 不圆度则更是常常成为关键问题, 以致必须进行专门的研究。正是由于不圆度具有重要的使用意义, 我国新颁布的《形位公差》国家标准对不圆度的定义、代号及公差值均作了明确规定, 与此相应地, 必须解决不圆度的测量问题。

\* 在全国形位误差会议上的报告 (1977年12月南宁)。

联立方程组或其它计算技术确定各  $\delta t_i$  的变更, 这里要遇到较复杂的矩阵计算和计算结果具有实际意义的问题。

## 参 考 文 献

- [1] A. Thelen, Design of multilayer interference filters, «Physics of Thin Films» 1968, Vol. 5。有中

译文。

- [2] H. A. MacLeod, «Thin-Film Optical Filters», 1969。有中译本。
- [3] P. W. Baumelster, J. Opt. Soc. Amer., 1958, 48, 955~958.
- [4] P. W. Baumelster, J. Opt. Soc. Amer., 1962, 52, 1149~1152.