采用普通玻璃校正二级光谱

在光学成像系统中，普遍承认二级光谱的校正要使用具有异常相对部分色散的玻璃。由于公认的一级色差的缺陷，导致误差出现。这里叙述的是采用普通光学玻璃来校正二级光谱的理论，并用数学的例子说明了它的应用。

引　　言

一个对称光学系统单色成像的五个Seidel像差的研究可以分为两部份。首先，由物体和光瞳的给定位置大小，导出折射或反射表面的五个像差中每一个的公式。其次指出，通过对各个相应表面像差求和可以表示出整个系统的五个Seidel像差，同时指出，在Seidel理论的近似范围内，这些表面的像差可以用各面的物和光圈尺寸的高斯(近轴)值来计算。这第二部份，通过不同作者不同严格程度的证明，它是理论中的本质部份。在第一表面之后，任何光线的实际坐标，由于像差，通常不同于它的近轴数值，这种作用比Seidel理论考虑的像差是更高级的像差。以光程长度表达的Seidel像差（波前像差）包括了口径和视场结合起来的四次方项，这些像差并不影响Seidel像差所依赖的高斯近似成像。

由Seidel（1856）研究的单色像差理论是在一级色差理论主体出现前的几十年研究的，在教课书中这两部份内容是按同一次序讲的，而对后者的讲述通常是不太严密的，特别是作了广泛假设，对于一级色差表面计算和求和与Seidel像差一样遵守同一定律。这一般是不正确的，尤其关于二次光谱校正的可能性，这假设导致了错误的结论。

在下文中，考虑的仅是一级轴向成像像差（焦点位置色差），类似的考虑可应用到第二个初级色差（放大率色差），但没有多大实际意义。

一级纵向色差

参考三本主要的英文版课本，Conrady〔1〕Born 和 Wolf〔2〕和其它版本以及Wesford〔3〕，来讨论理论的发展。每一种讲述的开始都限制为薄透镜和密接薄透镜系统〔Herzberger〔4〕称作单片〕，在这种情况下结果是正确的。

第一级，薄透镜系统近轴消色差仅要求它的光焦度K消色差，对于一个表面曲率为C_1和C_2，折射率为n_β（指平均波长β）的薄透镜来说，

$$K_\beta=(n_\beta-1)(c_1-c_2)$$

在折射率为n_α的对应波长α处，它的光焦度的改变量是：

$$\delta k_{\alpha-\beta}=\frac{n_\alpha-n_\beta}{n_\beta-1}k_\beta=k_\beta\cdot\nu_{\alpha-\beta}$$

式中$\nu_{\alpha-\beta}$是玻璃在这波长范围的色散率，对所有的光学材料$\bar{\nu}$都有相同符号；随波长变短n值增大。给出不同$\bar{\nu}$值玻璃，从而很容易获得一个从α到β〔$\Sigma\delta k_{\alpha-\beta}=o$〕消色差的并具有某个给定的正光焦度$k=\Sigma k$的薄透镜系统。

它必须包含正和负光焦度的透镜。如果单个的光焦度不过分大的话，则正和负元件的$\bar{\nu}$值就必须明显地不同。关于二级光谱误差，众所周知的结果就会随后计算出来。

一个薄双合透镜，若对三种波长α、β、和y进行同时校正，而且$\alpha>\beta>y$时，则要求这两块具有不同$\bar{\nu}_{\alpha\beta}$的玻璃其$\bar{\nu}_{\beta-\gamma}/$

$\overline{\nu}_{\alpha-\beta}$比率有同样的数值，满足这样条件的光学玻璃是得不到的；$\overline{\nu}_{\beta-\gamma}/\overline{\nu}_{\alpha-\beta}$随着$\overline{\nu}_{\alpha-\beta}$近似线性地增长。通常，对于一个正的消色差玻璃的双合透镜，二种波长可导致在同一焦点聚焦，中间波长聚焦在更靠近透镜，长和短波焦点较远离透镜，这个比值$\overline{\nu}_{\beta-\gamma}/\overline{\nu}_{\alpha-\beta}$通称为相对部份色散。

多于二个透镜的薄透镜系统，如果 Σ^+ 是指对所有正元件求和，而 Σ^{-1} 是指对所有负元件求和，那么三个波长相同的条件是：

$$\Sigma^+K\overline{v}_{\alpha-\beta}+\Sigma^-K\overline{v}_{\alpha-\beta}=0$$

$$\Sigma^+K\overline{v}_{\beta-\gamma}+\Sigma K\overline{v}_{\beta-\gamma}=0$$

$$\Sigma^+K+\Sigma^-k=(K正)$$

亦即在二个波段范围内，以它的光焦度（较小的）加权的负透镜色散的总和必须等于以它的正光焦度加权的正透镜色散的总和。上述色散之间的近似线性关系是不精确的。当使用在可见光谱范围内具有小的异常的玻璃，构成三个或更多薄透镜时，有可能在三个波长获得同样的近轴焦距，但只是在稍微有限的波长范围内，同时在系统中单个透镜的光焦度跟组合光焦度相比是大的，从而只能获得小数值的的孔径。

在较宽的光谱范围内，对于三波长色差的校正可以使用一些与玻璃不同的某些材料，如：氟化钙和氟化锂。但由于各种理由这种材料是不大可能使用的。

如果所研究范围超过了薄单透镜范围，那就要考虑各个表面的初级色差，这是容易表达的〔例如3，P184〕，即：如果纵向像差以波前像差 $\delta\omega$ 来表示，这样，若折射表面曲率 c，沿着一条从物距 l 点发出的以高度 h 入射的光线，它可写成：

$$\delta\omega=\frac{1}{2}kn(c-\frac{1}{l})\triangle\frac{\delta n}{n}=\frac{1}{2}C_1$$

式中 n 是折射率，δ_n 是物空间二波长间隔折射率差，△表示折射前后的差。若折射后象空间的相应量用带“，”号表示，于是 $\triangle\delta_n/_n=\delta_n'/_n'-\delta_n/_n$。方程（1）实质上与 Welford 给出的公式一样；等效地表达式由 Conrady〔1卷2 P749〕和 Born 以及 Wolf〔2.P231〕给出。

在这方面作了这样一个假设，一个系统的纵向像差是所有这些表面贡献的总和，计算时使用的 l 和 h 值是对某个平均波长从近轴光线追迹求得。

Conrady〔1卷2 P749〕最初表示出某些限制“对于有限的数值 δ_n，p”（等效我们的 h）“将要求近轴光线追迹……在相应颜色……有差别……然而，通常是小的。”但是（P.740—α_6 等效我们的C_1）（解答）“不管厚度多厚或透镜间隔有多长距离的分离，用α_6是严格地正确的。

同样，Welford〔3.P185〕，注释“在公式 C_1 的推导中忽略了 A、h 等随波长的变化，但我们使用了 9.4 节同样的论据。”（Fermat 原理）“指出这些量是小的，并且能在第一次近似中忽略。”

Born 和 Wolf〔2.p231〕没有说明地在他的 C_1 之前简单地插入了一个求和符号，由 Born 和 Wolf 给出的处理实质上是 Schwarzschild〔5〕的古典论文中的处理。

如果下面的假定是正确的，即任何对称光学系统的一级纵向色差可通过对上面公式（1）表示的表面项 C_1 求和而给出，那么由此得出结论：二级光谱校正就像单薄透镜系统一样有相同的限制，即：它将完全取决于具有异常相对部份色散的光学材料能否获得。事实上这是普通常识(Conrady loc cit p 150；Welford p 178～179)。很清楚这是 Herzberger 的讲法。〔4，p 146〕“然而，我们看到，当使用普通玻璃时不能校正单片的二级光谱。同样地理由，对一个相间有限距离的单片系统来说也是这样。”在 Jena glaswerk schote 和 Gen 光学玻璃目录中，Mainz〔6〕“二级光谱校正，即，二种以上波长的消色差，众所周知至少使用一种与这规律不符合的玻璃，（即相对部份色散

线性地依赖于平均色散)。但求和理论不完全有根据；下文将看到，从这理论推导出来的有关二次光谱的命题也是不正确地。

产生理论误差的原因，Welford 注释说：表示单一表面像差的方程（1）是通过对波长微分近轴方程而推导出来的，计算过程忽略了 h 和 $1/l$ 随波长的变化。对于一个系统的第一表面，对着一个没有像差的目标，这是正确的。但是，对于其后的表面近轴量就将遭受色差。如果被忽略的像差是孔径 h 方面比近轴近似值较高级的像差，那么系统的一级像差就仅由 C_1 项的总和给出，但也并不完全如此。方程（1）的波前像差，h 的二次项代表了一个波前轴上曲率随波长的变化，即，近轴项随着波长变化，因此求和理论通常是不正确地。

自从 Schwarzschild 在 1905 年宣布上述理论以来，已为镜头设计者所采用，在大多数的情况下它的固有误差在数值方面似乎是小的。上述的讨论可以看到在某些光学设计范围为什么这是予期的结果，而在另一方面在一些情况下误差项是可以较大的，从而它们可以表现出来，并有可能转变为有用。

对于一个限制的薄透镜，在两个表面的 C_1 数值的总和可以简化为上述薄透镜公式，这在用一个没有像差目标的情况下，对一个单薄透镜或一个密接的薄透镜单片来说近轴近似值是正确的。对一个分离的单片系统，倘若对每一单片初级色差分别校正地话，仍然可使用薄透镜公式，并且是相加的。因此可以予期从传统理论引出来的误差对于各组是分别消色差的，厚度不大的分离透镜组是很小的，这与目前考虑没有什么关系。Petzval 透镜组和 Lister 显微镜物镜那样的系统为什么这种条件可以满足地理由。在其它的透镜系统，传统理论误差可以与 Seidel 象差和较高次单色成像的色变化发生混淆。从理论引出来的误差对于不是分别消色差的分离很远的元件，可能变大。这样的系统在下节中考虑。

上面叙述的可以写成不同的公式。在一级色差的各种叙述中，假定的近似值没有精确的确定，直到在这一节为止，都认为任何象差的意思是指高斯的、近轴的、近似成像的像差。换句话说，增加了一个附加限制，即，仅仅包括直到玻璃色散的一次方项的象差。也许会辨护说附加的限制是由于在光学波长域内折射率随波长的改变量相对于平均折射率是小量，因此高于一次方的项可看作是二级小量而被略去。用这种限定逐面对 C_1 项求和就变为正确的。但是，从这样限定的理论出发是不允许导出关于二次光谱作用的任何结论，因为二级光谱的作用本来就是由色散的高于一次方的项所决定，在这节中一般的结果仍然是正确的。

模型系统的误差项

这节说明的是在特殊的光学模型中误差项的存在和形成，而在通常的教课书理论中都忽略了这误差项。为了消除和其它像差影响相混淆，模型系统由对平均波长入 $_B$ 完全没有单色像差的透镜元件的组成。在平行光束中通过使用平外表面和曲的接合面的胶合双合透镜元件可以获得这样的模型系统。这两块结合的玻璃具有不同的色散，但对平均波长有相同的折射系数。具有给定胶合面曲率和玻璃对的这种双胶合透镜能分为两类，这要根据正透镜是用较高色散还是较低色散而定。对于这样的一对双合透镜，只要每个双胶合镜在孔径为 2h 的平行光束中垂直并同轴位置，那么，平均波长的光在每块双合透镜的孔径 2h 内无偏折和无像差的通过，而与双合透镜是沿光束定位在何处无关。对任何波长的间隔，上述的色差系数 C_1 在两块双合透镜中是精确的相等并符号相反，按这个公认理论，一级纵向色差是零。

现在更精确地考虑近轴成像，对于非平均波长的任何波长 λ_a，两个双合透镜有相

等和相反的光焦度$\pm k_a$。如果两个双合透镜之间有一段距离 d，那么从分离系统的组合光焦度近轴公式可见两个双合透镜系统的总光焦度是$k_a = dk_a$，因为 d 必须是正的，所以k_a也是正的。对于第三波长λ_y，两块玻璃间的折射率差是跟对波长的折射率差等值反号，但组合光焦度k_a和k_y是相等的，两者都为正。

对于一对分离的双合透镜，比平均波长较长或较短的波长光聚焦位置更接近于透镜。这是一种近轴成像色差，这种色差和"消色差"透镜系统通常发现的二次光谱都属于同一类型，但符号相反。在单色的无焦系统中，近轴光焦度的变化$k_a = k_y$，表示对于这个特殊模型在公认理论中的固有误差。

用二块普通玻功校正二次光谱

二次光谱形式的误差项，在上述的校正器中，通过选择适当的曲率和它们之间的间隔可以给出任意希望的大小，而对单色成像不发生任何变化。这样可以设计一个校正器放在普通消色差光学系统前的平行光束中，这个校正器能满足使三个波长的光具有共同的近轴焦点，从而没有使用异常相对部份色散的玻璃就校正了二次光谱。

二个双合透镜的校正器系统，会产生一个不希望的特性，即对倾斜成像引入放大率色差。这在配合消色差而不是分别消色差的二个分离薄透镜元件构成的任何光学系统中是固有的，而这种影响通过使用三元件的校正器可以避免。在上述的校正器中，二个双合透镜是不同的种类，然而，不管双合透镜那一个在前，它们的组合光焦度和对二次光谱的影响都是一样的。但是它们次序的颠倒会改变横向色差影响的符号，因此可以用两组这样的双合透镜，而其中每一对都有最初校正器光焦度的一半，而且它们颠倒次序串连工作，连样可消除倍率色差影响。邻近的（类似的）双合透镜可以合并，例如成为一个三胶合透镜（见图1）。

图1　表1中所列举的光学系统部分图样，L_aK_{24}玻璃透镜元件标志为C，SF8 标志为 F。

为了显示所能达到的性能水平，设计了一个三元件的校正器，它可以消除普通消色差简单齐明双合透镜的二级光谱。为了避免具有不同相对部份色散玻璃对的校正器和双合透镜校正的不精确性，正个系统都是使用了同样的玻璃对，Schott 玻璃表的 La K_{24}和 SF 8。组合系统的数据在表 1 中绘出，等效焦距3.25，所绘出的数据以及图一所示系统截面图是相对一个相对孔径 f/4 的系统而言的，当然所讨论的影响是近轴的结果。

表 1 焦距为 3.254 系统，表面 1～10 是关于校正器的。很明显，在波长 480 毫微米处焦距是无穷大。表面 11～14 是关于普通消色差的齐明的双合透镜。

半　径	轴向分离	材　料 (Schott玻璃型)	净直径
∞		空　气	
0.6596	0.1	La　k24	0.8
∞	0.2	SF 8	0.8
∞	1.14	空　气	
0.6596	0.1	SF 8	0.9
-0.6596	0.4	Lak 24	0.9
∞	0.1	SF 8	0.9
∞	1.14	空　气	
-0.6596	0.2	SF 8	0.8
∞	0.1	Lak 24	0.8
2.2558	0.1	空　气	
-1.970	0.1	Lak24	0.8
-1.8836	0.002	空　气	
-69.93	0.05	SF 8	0.8
	3.162 到焦点	空　气	

图2中上图表示单个齐明双胶合透镜的后焦距随波长的变化，曲线是相对波长而画出的，显示出了典型的二级光谱形式。下面曲线表示的是校正器和齐明双合透镜组合在一起所产生的三级光谱残余。

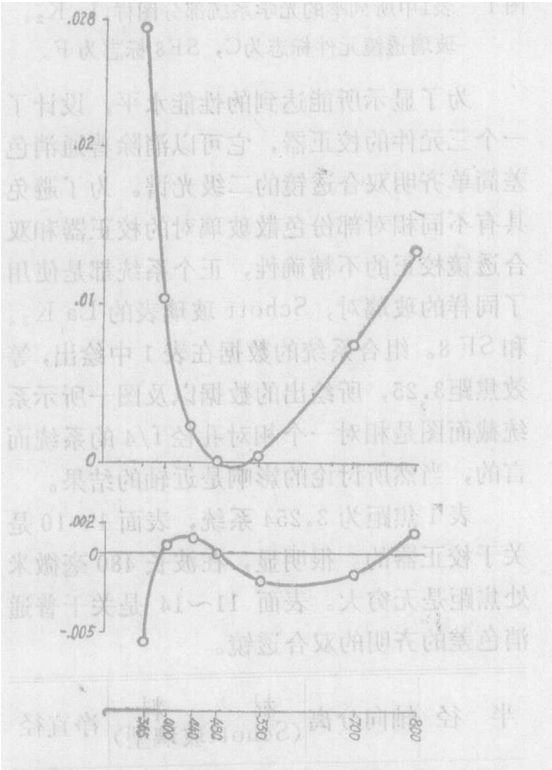

图2　图中用垂直轴代表近轴焦距位置，水平轴代表对应的毫微米波长；上图是普通消色差双合透镜，下图是校正器透镜系统和双合透镜。两者在表1中有详细说明。

由公认理论看，上述结果是不可能的。而且，二次光谱校正比在三单元结构中利用局部异常部份色散所获得的光谱范围要宽得多。齐焦的三个波长的间隔通过选择校正器“误差项”可以调节。例如，在较小的波长范围内，使三个较小宽度的空间波长齐焦，可以使图2中所示的残余误差减小。

对于上述所讨论的两个双合透镜校正器（以及从它们而得出来的三个元件的校正器），在相当大的结构变化范围内，即，使长度d随着胶合面曲率（这里是 k_a）的减少而相应增加，显然都能达到所要求的“误差一项”。dk_a^2。这可得到类似于图2的近轴焦距曲线，但显示了不同的色球差，但这高次的影响超过了这篇报告的范围。

对于上述的三双合透镜校正器，上边讨论的组合近轴焦距包含了一个立方项 $d^2k_a^3$ 以及一个上面讨论过的平方项。这立方项跟图2所示的三级光谱曲线同相或不同相，这取决于三个组元结构的次序。因此一个更高的色差校正是可以获得的。

结　　论

为了论证二次光谱校正的可能性，上述所讨论的特殊模型选择了一个单色远焦和无象差的分离校正器，目的是把二级光谱校正毫不含糊地从其它影响中分离出来。如果这种方法在实践中应用可以不这样做。本质的要求是光学系统的组元适当大的分离，并且各组元单独聚焦色差充分大。在平像场消色散齐明物镜这样一个系统中，需要由分得很开的分离元件来组成，从而可以不用增加或增加不大的复杂程度就可达到二级光谱的消除。在另一种情况必须用附加的元件来校正二级光谱，这时几乎不必是远焦的和无像差的，然而，它们的存在可以用来在除改进色差外还改进系统的其它性能。

〔杨志中　译
翁志成　校〕