

光学和全息术中的空间和时间变量： 目前试验情况

假设了空间和时间变量之间的某些对应关系，即，在频率域中，光学信号可以用空间或空间和时间的函数描述，这样阿贝理论可应用于时间分布。可以引出空间不变，以时间频率 $\nu = c/\lambda$ 工作的任何光学系统的时间响应概念。同时也报告了光学信息时间编码的方法，导致分光器可用瞬时付里叶全息图作输出的考虑。这可通过瞬时全息摄影术应用于计量（以白光干涉计量，表面检验，粗糙度的测量）和图像处理。扩展的自照明物体可以以白光全息图来记录，而且重建了图像。

绪 言

基于空间和时间变量可以很容易以光学方式转换，所以近年来，在空间——时间光学方面作了大量实验工作。一方面，空间和时间脉冲响应之间关系以及另一方面空间和时间传递函数之间关系已经确立。依据这种方法表明，任何几何光瞳作为一个滤光器来说在普通的衍射方法中不仅仅是对空间分布而言，而且对于时间分布来说也可作为一个滤光器。这种说明可以扩展到干涉仪，光栅和其它色散装置中。在一个报告中提到这样试验，在试验中考虑记录一个宽的，辐射白光的自照明物体的全息图，就图像再现而言好像一个付里叶全息图。所谓的瞬时付里叶全息图是由物体的空间频率谱调制的时间频率谱的结果。精确的以串联方式分析了二种光谱，一个是纯空间的，另一个是彩色的（藉助于二个连续的色散器）。作为波数 σ 的函

数谱图是一个付里叶全息图，图像通常以单色光再现。

为了进一步认识空间和时间的某些对应概念，回想一下光学系统空间特性如何移到时间域是必要的。下文所述并不与 Duffienx 早期工作所矛盾；花了几年的研究从而使物理学家承认：光学中的主要变量是由于付里叶转换使空间频率 u, ν 转换为几何座标 x, y 。而借助于一束光编码第三量纲时，在整个光学信号描述中避免引入时间是困难，纵向域（沿 z 轴）由于 $z = ct$ 则自然地涉及的是时间 t ，式中 c 是光速，它的互换是时间频率 ν ，由 $\delta = \nu/c$ 公式把波数 δ 联系起来。这样纵向座标 z 和 δ 在一方面，横向座标 x 和空间（或角度）频率 $u = \sin\theta/\lambda$ 在另一方面，这两方面是互换的（ θ 指的是相对于主 z 轴的传播方向）。 x 投影在 θ 方向是 $x \cdot \sin\theta$ ，付里叶转换是等效的。

$$g(x) \rightleftharpoons G(u) \text{ 在横向域} \quad (1)$$

$$g\left(\frac{ct}{\sin\theta}\right) \rightleftharpoons G\left(\frac{\nu \sin\theta}{c}\right) \text{ 在纵向域} \quad (2)$$

阿贝理论和应用于时间 信号的光学成像

传递系统假设是线性的，空间不变的（在空间域是等晕的），而时间不变的（在时间域是稳定的）。阿贝理论叙述为：物体——或输入信号可以看作它的频谱的付量时变换，这样人们必须考察从入射到出射信息的付里叶变换的传递，而不管频率变量（空间

或时间的)的性质。如果 $H(u)$ 和 $H(v)$ 分别代表导纳或是在空间和时间域系统(s)的传递函数,则对狄喇克脉冲 δ 的响应 h 和图像形成可以写出来:

$$\delta\left(\begin{matrix} x \\ t \end{matrix}\right) \rightarrow F_{\infty}\left(\begin{matrix} u \\ v \end{matrix}\right) \xrightarrow{(s)} H\left(\begin{matrix} u \\ v \end{matrix}\right) \rightarrow h\left(\begin{matrix} x' \\ t' \end{matrix}\right) \quad (3)$$

$$f\left(\begin{matrix} x \\ t \end{matrix}\right) \rightarrow F\left(\begin{matrix} u \\ v \end{matrix}\right) \xrightarrow{(s)} F' = F \cdot H \rightarrow f' = (f \otimes h)\left(\begin{matrix} x' \\ t' \end{matrix}\right) \quad (4)$$

对于入射脉冲的频谱我们使用了符号 F_{∞} ,因为存在 $]-\infty, +\infty[$ 的所有频率。 F_{∞} 是常数, \otimes 代表褶积运算。

即使不考虑因果原理所引起的限制,对于必须完成包括有信号记录的有效试验的物理学家来说,空间和时间域也不是完全同一的。下面在处理直角函数 x 和 t 的过程中分别给予说明。

A 空间域

为了简化的缘故,采用了一个由方孔限制的无像差系统,在出瞳新的频谱分布是:

$$F'(u) = F_{\infty}(u) \cdot \text{rect}\left(\frac{u - u_0}{\Delta u}\right) = F_{\infty}(u) \cdot H(u),$$

因宽度为 Δu 的开口,中心位在 u_0 (沿着主轴 $u_0 = 0$)。在像面,响应由 $F'(u)$ 付里叶变换给出,即:

$$h(x', 0) = FT[F_{\infty}(u)] \otimes \frac{\sin \pi \Delta u x'}{\pi \Delta u x'} \cdot \exp(j2\pi u_0 x')$$

物体是一个点 $\delta(x)$, $F_{\infty}(u)$ 是一个常数,它的再一次转换是一个狄喇克函数。指数项代表了与其入瞳中的最后移动相关的相位因子。任何位于像面的二次探测器,除常数因子外,记录了 $|\sin \pi \Delta u x'|^2$,在空间光学中实际的脉冲响应是借助于二次接收器观察到的;这样指数项不会出现,并且光度曲线是 $|\text{sinc}|^2$ 。换句话说,在式(3)输

出中人们可以有机会接触到的仅有量是 $|h(x')|$ 。〔事实上,全息图保持了 $\exp(j2\pi u_0 x')$ 项〕。

B 时间域: 滤波特性和时间传递

同样的推理在时间域成立,让我们考虑一个沿着主轴或我们光学系统的时间脉冲 $\delta(t)$ 的传播。我们可以说光学系统可以观察到时间物体 $\delta(t)$ 的时间频谱 $F_{\infty}(v)$ 。这样,对于时间频率 v 来说,为什么我们不可以考虑这个系统作为一个滤波器呢?滤波函数 $H(u)$ 是一个(s)的导纳或传递函数,恰如我们在空间域的 $H(u)$ 一样。我们十分熟悉(至少对于空间频率来说)传递函数是脉冲响应的付里叶变换这样一个事实。这样, $h(x)$ 和 $H(u)$, $h(t)$ 和 $H(v)$ 构成了一对付里叶变换。

回到实际情况,我们假设一个瞬间,这时只对可见范围感兴趣,或同样,这时系统(s)只传递可见范围。这意味着频谱 $F_{\infty}(v)$ 由宽度为 Δv 定心在 v_0 的方波函数粗略限制

$$H(v) = \text{rect}\left(\frac{v - v_0}{\Delta v}\right)$$

在出口频谱分布是

$$F'(v) = F_{\infty}(v) \cdot H(v) \quad (4)$$

时间脉冲响应依然是 $F'(v)$ 的付里叶变换,即:

$$h(t') = FT[F_{\infty}(v)] \otimes \frac{\sin \pi \Delta v t'}{\pi \Delta v t'} \cdot \exp(j2\pi v_0 t')$$

$F_{\infty}(v)$ 是一个常数,它的再一次变换是狄喇克函数,指数项相当于中心频率 v_0 。

这些简单考虑表明,任何光学系统好像是一个类似于空间滤波器的时间滤波器,因而不管理描述它的词——在电工程语言中是一个“门”,对于天文或光学家来说是一个“窗口”。然而,在时间光学系统中脉冲响应不能直接观察,这表明仅可获得的量是函数 $h(t')$ 的自相关。(在简单情况下,由空气楔条纹给出一个图像。)在某些条件下,或以后

将通过它的付里叶转换 $|H(\nu)|^2$ 的平方调制定义它。这样，运算借助于试验时入瞳调节在系统的输出光谱仪器可以实现。

图1和图2表明了上述的结果：首先是一个白光波列经典模型的再现，这样，在调准的分离为 D 的二个平行反射镜提供的双光束干涉仪中观察到了这种输出。在图2(a)，本征的响应 $h(t)$ 是一个狭喇克对，沿着时间轴的分离是 $\Delta t = 2D/c$ ，式中 c 是光速。在图(2)b中，例如白光波列 $f(t)$ 引出输出 f' 。这个光路图允许人们引出迈克尔逊干涉仪的时间传递函数 $H(\nu)$ ——见图2(a)，和以白光照明的同一干涉仪的频率响应 $H(\nu) F(\nu)$ 。光谱仪器的输出面与干涉仪联在一起，人们观察到先前量的平方调制，这是由一波道光谱面表示的，即余弦调制的入射波 $f(t)$ 的光谱。

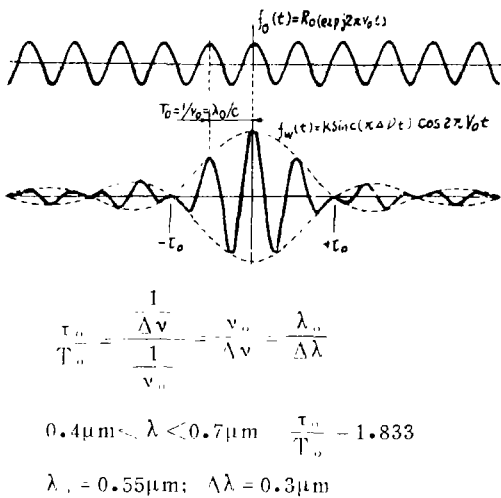


图1 白光表示法：波组形式。

对于某些其它光学系统来说，所有的频率响应 $|H(\nu) \cdot F(\nu)|^2$ 或正比于它的量的频率调制在光谱仪的输出也被观察到(见图3)。衍射孔径情况中所包络的抛物线形状既不是直观，也不是能直接解释的。关于扰动与透射瞳相互作用的进一步了解是必要的，现在将进一步研究一种简单理论。

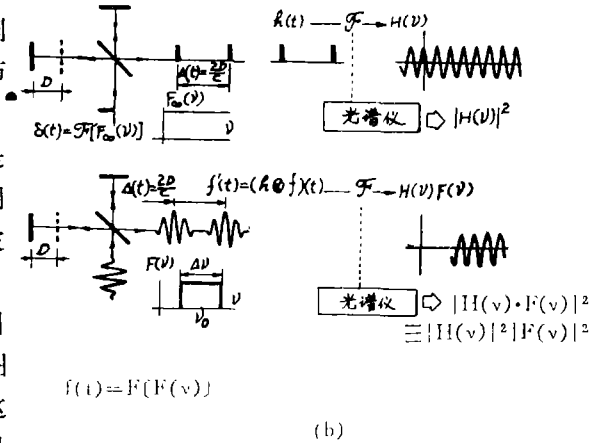


图2 双光束干涉仪响应于(a)一个狄喇克脉冲 $\delta(t)$ ；(b)代表白光函数 $f(t)$ 。频率响应 $H(\nu)$ ，右边的是 $H(\nu) \cdot F(\nu)$ 。

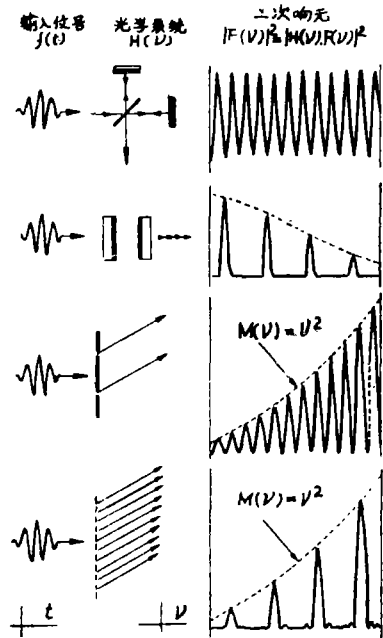


图3 对于各种光谱仪器的响应。(Michelson, Fabry-Perot, young's slits, regular grating); 矩形模量。

几种光瞳时间信号的衍射

图(4)中的扰动是：

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu) \exp(j2\pi\nu t) d\nu \quad (5)$$

以平面波的形式，入射在由 $g(x)$ 的确定的

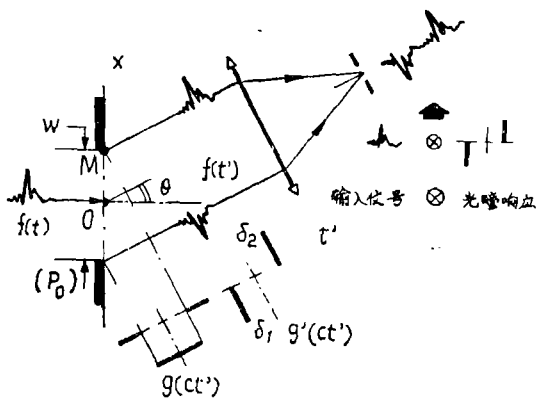


图4 几何光瞳时间信号的衍射。

光瞳(P_0)上。 $F(\nu)$ 是时间光谱密度振幅；在 θ 方向上衍射的相应量(空间和时间两者)可从 Fresnel—Kirchhoff 公式中推导出来。

$$F'(\nu, u) = -\frac{j}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu) g(x) \exp(-j2\pi u x) dx \quad (6)$$

式中, $u = \sin\theta/\lambda$, 即: 角度或空间标准频率。现在, x 和 ν 是不相干的, 并且 $1/\lambda = \nu/c$ 。

$$F'(\nu, u) = -j \frac{\nu}{c} F(\nu) \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \exp(-j2\pi u x) dx \quad (7)$$

积分是 $g(x)$ 的付量叶交换, 这样

$$F'(\nu, u) = -j \frac{\nu}{c} F(\nu) G\left(\frac{\nu}{c} \sin\theta\right) \quad (8)$$

该式表达了在 θ 方向的 $F(\nu)$ 转换, 并且相当于给出的 $F'(\nu)$ 关系 (输入 $F(\nu)$ 与导纳 $H(\nu)$ 之积), 其仅是时间频率函数。函数 $F'(\nu, \theta)$ 通过一个位于 θ 方向的光谱仪器, 从它的输出人们获得了能量分布, 该输出正比于平方调制 $|F'(\nu, \theta)|^2$, 分光仪器提供的传输并不引入任何限制 (对每个频率同样的响应)。第一个结果是观察到的平方调制乘以 ν^2 (相当于图3所包络的抛物线形状):

$$|F'(\nu, \theta)|^2 = \nu^2 |F(\nu)|^2 G\left(\frac{\nu}{c} \text{sinc}\theta\right)^2 \quad (9)$$

下一个问题是: 什么是相应的时间响应? $F'(\nu, \theta)$ 相对于 ν 逆付里叶变换是很明显的, 这样,

$$FT^{-1}[F'] = FT^{-1}[-j \frac{\nu}{c} F \cdot G] = FT^{-1}[F] \otimes FT^{-1}[-j \frac{\nu}{c} G] \quad (10)$$

微分公式之后

$$-j2\pi \frac{\nu}{c} G(\nu) = FT\left[\frac{d}{dt} g(t)\right],$$

$$f' = f \otimes \frac{d}{dt} g \quad (\text{除系数 } \frac{1}{2\pi} \text{ 以外}) \quad (11)$$

在O和M给出的振动之间的任何延迟可以给出 x 和 t' 之间的关系 (t' 轴延 θ 方向):

$$t' = \frac{x \sin\theta}{c} \quad x = \frac{ct'}{\sin\theta}$$

这样人们应该考虑沿 θ 方向横向变量 x 投射在纵向时间轴的量以及 $g(x)$ 投影:

$$f'(t) = f(t) \otimes \frac{d}{dt} [\text{proj}_\theta g(x)] \quad (12)$$

这种关系是很重要的并且是普通的, 可以概括如下: 附加到几何光瞳上的时间响应是时间输入函数与接衍射要求方向投影的第一次时间导数的褶积。

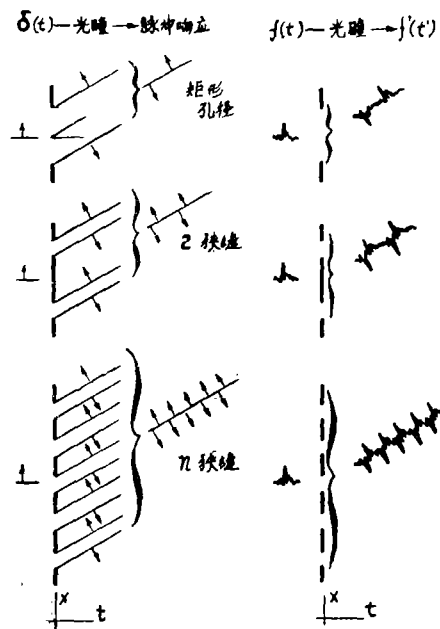


图5 各种孔径给出的时间响应。

上述的结果应用到 Fraunhofer 衍射, 例如, 在矩形光瞳的简单情况下,

$$\text{rect} \frac{x}{\omega} \rightarrow g\left(\frac{ct'}{\sin\theta}\right) = \text{rect}\left(\frac{ct'}{\omega \sin\theta}\right)$$

以及我们以前涉及的更复杂情况。图 5 中所给出的概念图解说明了我们已经研究过的概念。第一组的应用主要涉及计量学和白光干涉计量, 第二组涉及的是光学图像处理。

白光干涉度量

在干涉测量中使用了单色光, 大家知道, 这种测量条纹超出部份要比以波长光程差近似测量的计算条纹总数容易。换句话说, 一旦后者超出了几微米, 则像位的变动是 $2k\pi$ 。

在多彩色的情况下, 所谓的零条纹可以作为参考并且克服了任何的模糊, 这反过来提出使用白光, 但是当光程差增加的时候, 图样的可见性是如此迅速的下降, 以致于测量范围被严格限制。光学系统的瞬时情况提供了一个解, 一个双光束干涉仪由任何入射在它的入瞳的某些波组的消重迭产生了。 $\Delta(x) = c \cdot \Delta(t)$ 。对于米范围的非常大的光程差, 激光脉冲允许人们采用遥测技术实现线性测量。(当激光的光脉冲变短的时候, 损失了它的单色性, 这是依据 $\Delta v \cdot \Delta t = 1$, 即 $\Delta t = 0.1$ 微微秒变成 $\Delta \lambda \approx 80$ 埃。) 但这并没有使几厘米或更少的光程差得以保持, 因为相应的时间延迟少于 1 微秒, 这儿没有直接的方法来探测这样的信号。

$\Delta(t)$ 的实际评价借助于能实现光谱分析的光学装置是可以解决的。

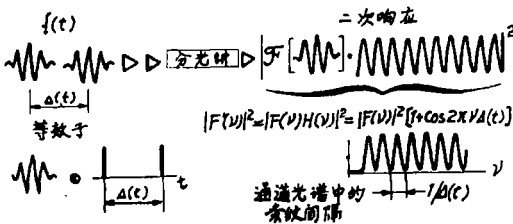


图 6 理想的光谱仪对一对白光脉冲的二次响应, 通道光谱。

令来自于干涉仪的二列波组直接进入光谱仪的入射狭缝 (图 6), 在输出端, 人们获得了二次响应, 这就是带有一对分开 $\Delta(t)$ 的狄拉克脉冲和波群褶积的付里叶变换的平方调制, 根据第三节对白光做的假设, 结果是一个由方波函数限制的余弦通道光谱, 条纹间隔沿一时间频率轴是 $\Delta(t)$ 的倒数, 它的图像示于图 7。

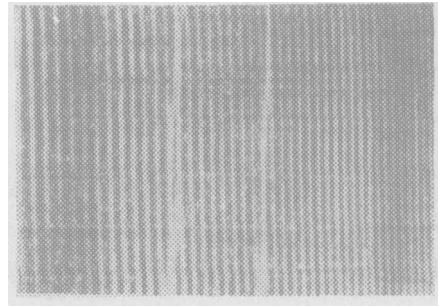


图 7 通道光谱图片。

关于 $\Delta(t)$ 或 $\Delta(z)$ 测量问题, 强调这样一个事实是要重的, 即, 分光仪使从不能通过的纵向域到横向域的通过成为可能, 而横向域是时间频率。这样 $\Delta(t)$ 既可通过暗带周期来测量, 又可通过图形类似于余弦光栅的通道光谱所记录的衍射来计量。

现在, 让我们来描述一下表面检验中的某些现代化试验的发展。

设备情况如图 8 所示, 其包括有一个白光照明的 Michelson 干涉仪, 一个反射镜放在要检验的 S_1 下的表面处。

从这个表面到参考 S_2 的纵向偏差 $z(x)$ 导致光程差。

$$\Delta z = 2z(x) \quad (13)$$

当波列通过该系统时产生。这些波列达到分光仪入口狭缝 F 是沿 x' 轴排列的, 对于图像系统 L_2 来说轴 x 和 x' 是共轭的。在分光仪输出面 (σ, x'') 可以观察到通道光谱。由下面公式:

$$\Delta \sigma(x'') = 1/\Delta(z) = 1/2z(x) \quad (14)$$

间距可以连系到 $z(x)$ 上, 这样暗带的形状并不是规则的。

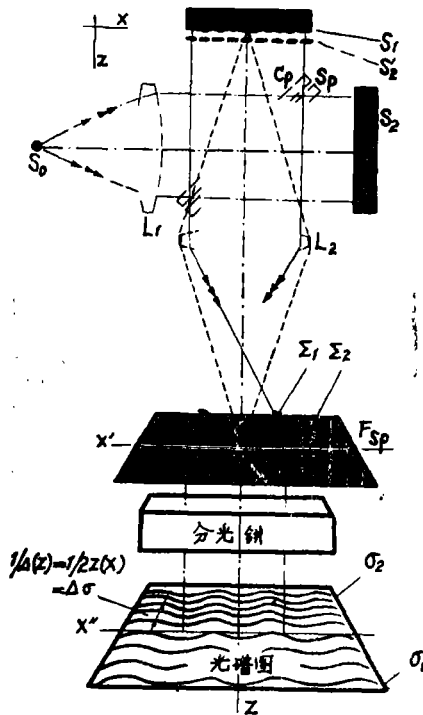
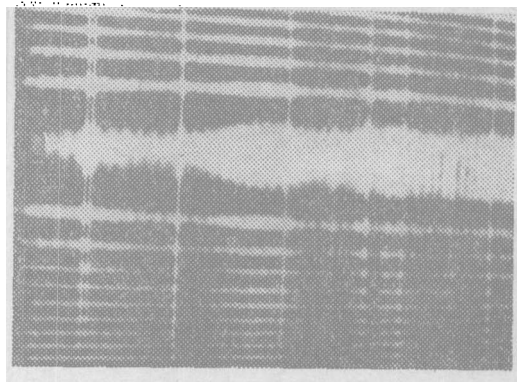
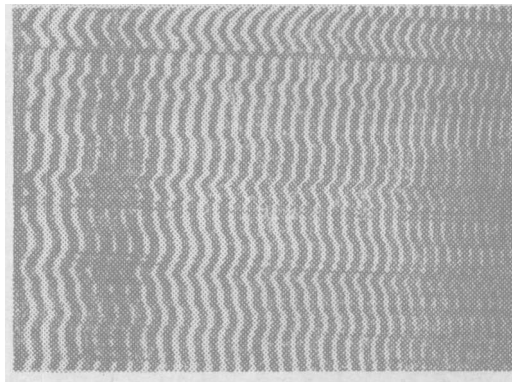


图8 借助于与双光束干涉仪串联的分光镜而形成的通道光谱形式。



(a)



(b)

图9 光谱图

(a)抛光的球表面。

(b)磨光的表面。

图9 (a)和9 (b)正是按我们所描述的条件记录的光谱图。所检验的表面相当于图9 (a)抛光的表面，它是一个球面（曲率半径为30厘米）。图9 (b)是一个研磨光的表面，其粗糙度是1微米数量级，观察区域是几毫米。

如我们已经说过的，假设的 $z(x)$ 是一直向前的，这样测量可以自动完成。参考表面与检验的表面的偏离可以数字来显示，并且仅仅是在探测器方向所反射的每条光束没有附加干扰的情况下，人们可以观察到由检查表面反射的波前有效地再现了后者的剖面。这种表面偶然斜度的假设在粗糙的表面情况下是十分小的。

下一步是通过纯光学方法检验如何获得 $z(x)$ 的可能性，即，通过衍射。光谱图的性质好像光栅。正弦光栅的 Fraunhofer 衍射引出三项，(+1)和(-1)图像是分隔一段距

离的，该距离反比光栅周期。这样我们借助于球面柱体系统L。(图10)成像光谱图。在光谱图中，沿着横坐标 x'' 的 σ 轴的暗带的伪周期是反比于 $z(x)$ 的，光谱图的衍射图样是沿 σ 轴。人们观察了两种剖面图，相对于零级对称。中心项和(± 1)项之间的距离正比于 $z(x)$ 。图11(a)是我们以前曾见到过的由光谱图衍射而获得的图像，相当于研磨光的表

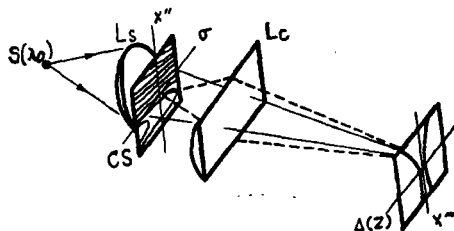
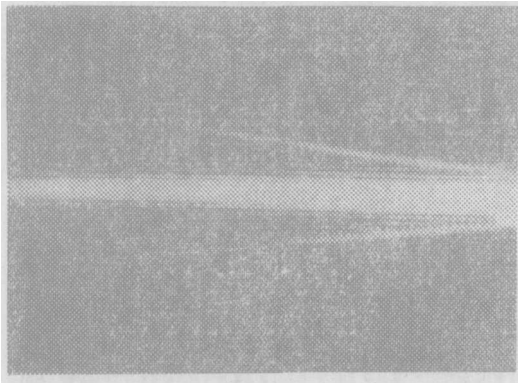
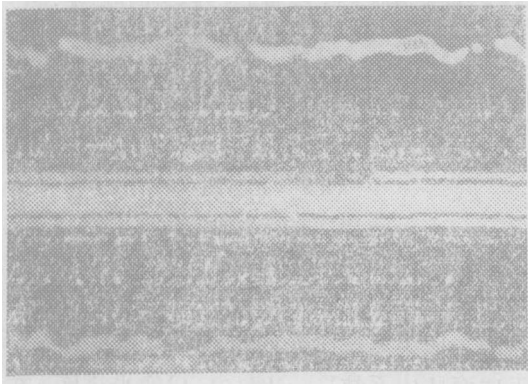


图10 光栅的通道光谱衍射。

面。它代表了一条实际的剖面图，即，由光学系统而放大的平均粗糙度（粒度的最大幅度是1微米数量级；照片上的宽度大约是1毫米。）



(a)



(b)

图11 在 x'' 面衍射的图像（见图8）。

(a)球表面。

(b)磨光的表面。

的确，这代表了到达分光仪入口狭缝波列对的自相关函数。垂直入射在干涉仪入瞳的二波前简略示于图12。

这些结果揭示了光谱图事实上是表面剖面图瞬时付里叶全息图。人们必须记住，当人们记录任何物体空间付里叶全息图时，由全息图获得的衍射图形实际上代表了作为一个正体的物体和参考的自相关函数。大家都知道这样的自相函数通过使用付里叶转换光

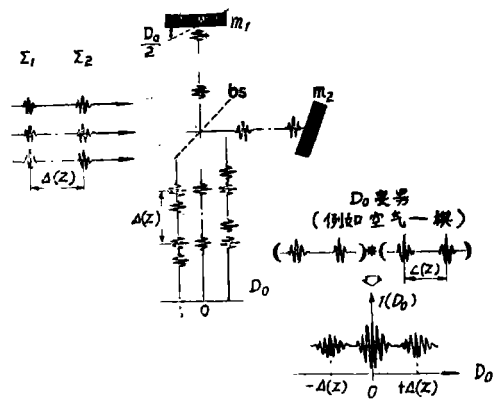


图12 一对波列所获得的自相关函数。

谱学技术也是可以达到的。图13就说明了这一点。图的横向对并不是精确的球表面剖面图像（因为弯曲波前被干涉仪参考反射镜反射回来），他们是自相关处理的结果，然而，观察到的图形可与由衍射所获得的比较。

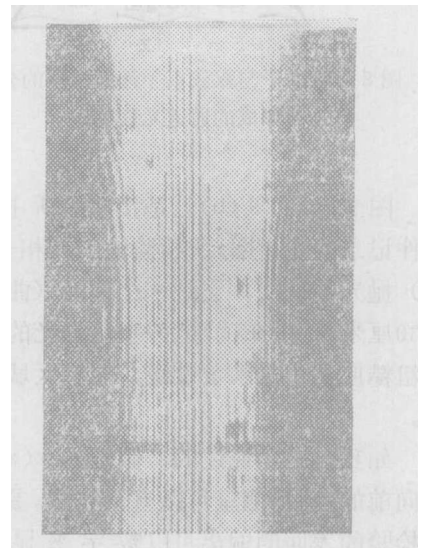


图13 借助于付里叶变换光谱学技术而获得的球面剖面。注意观察 $2\Delta z$ 量。

概要：二波列之间延迟的引入似乎可看作白光瞬时频率光谱的正弦滤波（通道光谱）。通道光谱的任何二次记录（即，照片）是一个延迟的付里叶全息图。

这样的概念适用于光学图像的全息图处理。在这种情况下，在图像中所获得的信息作为时间函数而编码。

时间全息图成像过程

先前我们已经看到几何衍射光瞳 $g(x)$ 的时间脉冲响应于光瞳透射分布的第一次导数。现在让我们来考虑图14，光瞳函数 $g(x)$ 是一个矩形函数（作为信息）和一个狭喇光脉冲（起参考作用）。光瞳由通过单一因次光栅的白光而照射。 $g(x)$ 所发生的振

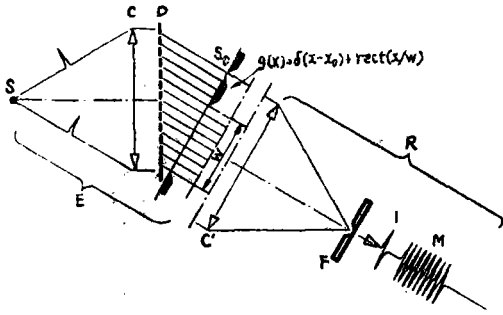
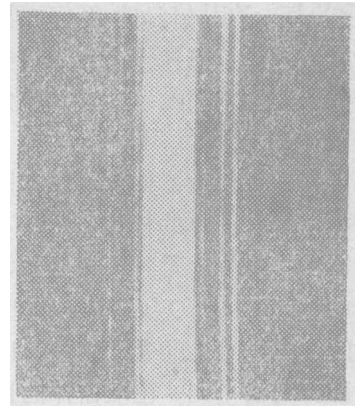


图14 信息的时域编码（几何矩形分布）。

动是时间的周期函数。其包括参考和信息，即，时间编码的矩形函数。这可通过一系列相当于白光的反射脉冲对来表示。当这样的一些脉冲用光谱仪来分析时 [15(a)] 人们观察到了由正弦所调制的正弦细条纹。（人们也看到，白光光谱，由正弦函数首次调制的是通过正弦函数二次滤波的。）这里是信息的瞬时付里叶全息图。全息图所衍射的图样 [15(b)] 代表了时间信息的自相关函数；在中心项的每一边是信息的 (± 1) 图像，其是一个矩形孔径。这是一个再现过程。但是一个重要的问题依然是：为什么我们需要用光栅进行脉冲采样？

事实上，任何色散器件都可以起同样的作用，例如，一个简单的棱镜作用。不用任何的色散器件，系统的瞬时传递函数，如先前所测出的 $j\Lambda G[(v\sin\theta)/c]$ 是以瞬时频率零为中心的。现在可见的光谱带是可以获得的，低频部份观察不到。色散器件的目的在于改变信息特性频率带趋向于可见范围，这可通过引入周期载波而实现，这种方法相当于外差法。



(a)



(b)

图15 (a)几何矩形分布瞬时全息图(由 $|\text{sinc}|$ 一函数调制的通道光谱)。(b)来自瞬时付里叶全息图的矩形孔径的时间再现

时间全息图成像过程

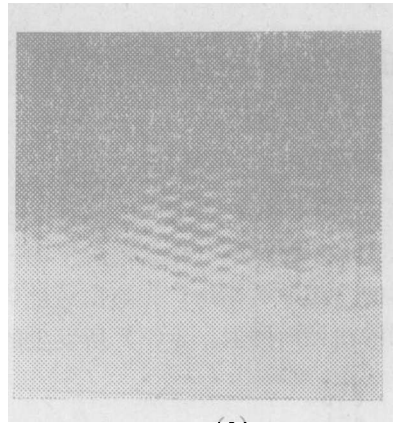
先前我们已经看到几何衍射光瞳 $g(x)$ 的时间脉冲响应正比于光瞳透射分布的第一次导数。现在让我们来考虑图14，光瞳函数 $g(x)$ 是一个矩形函数（作为信息）和一个狭喇光脉冲（起参考作用）。光瞳由通过单一因次光栅的白光而照射。 $g(x)$ 所发生的振动是时间的周期函数。其包括参考和信息，即，时间编码的矩形函数。这可通过一系列相当于白光的反转脉冲对来表示。当这样的一些脉冲用光谱仪来分析时 [15(a)] 人们观察到了由正弦函数所调制的正弦细条纹。（人们也看到，白光光谱，由正弦函数首次调制的是通过正弦函数二次滤波的。）这里是信息的瞬时付里叶全息图。全息图所衍射的图样

〔图15(b)〕代表了时间信息的自相关函数；在中心项的每一边是信息的 (± 1) 图像，其是一个矩形孔径。这是一个再现过程。但是一个重要的问题依然是：为什么我们需要用光栅进行动冲采样？

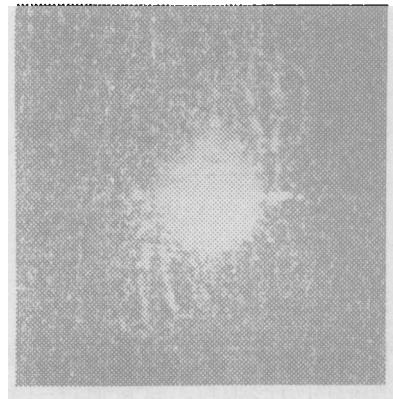
事实上，任何色散器件都可以起同样的作用，例如，一个简单的棱镜作用。不用任何的色散器件，系统的瞬时传递函数，如先前所测定的 $jvG[(v\sin\theta)/c]$ 是以瞬时频率零为中心的。现在可见的光谱带是可以获得的，低频部份观察不到。色散器件的目的在于改变信息特性频率带趋向于可见范围，这可通过引入周期载波而实现，这种方法相当于外差法。

扩展的自照明物体

空间的和时间的扩展自照明物体的情况要求使用一个形成双像物体的辅助干涉装置。对于每对相应的点，每一个对另一个都好像是一个参考。装置的瞬时响应在输出面的任何区域都可以联到物体的照明空间分布。如前，扩散器件传递瞬时信息的特性带，这样形成朝向可见频率区域。其次，要做的事情是进行瞬时信息的光谱分析，以便获得扩展的自照明物体〔图16(a)〕的瞬时付里叶全息图。这里是闪光灯碳丝通过衍射而发现的图像〔图16(b)〕。



(a)



(b)

图16 (a)辉光灯丝的付里传递函数。
(b)所观察的+1和-1级是来自付里叶函数的再现。

择自 Applied Optics
Vol 16 No 2 1977 p 454
杨志中 译
韩昌元 校