

波面误差的计算机干涉图补偿

潘君骅

要检查一个具有一定变形量的波面，在工艺过程中“零位”法被认为是最好的办法。即利用某些无象差点构成一能得到理想球面波的光路，或专门设计一个光路使一定的变形波面最后转变成理想球面波。无象差点的利用受限制很多，不能普遍适用。补偿光路适用性较好。但是过去一般用透镜或反射镜作补偿的光路，总因有残余象差存在而造成很大限制。在大的天文光学镜面检验中。随着相对口径的加大及非球面参数 σ^2 的增大、在有些补偿光路中剩余象差已不能不认真对待了。从另外的角度看，为了检验一个镜面而专门设计并制造一个或几个口径相当大的光学元件，在经济上也是很浪费的。如何尽量避免使用昂贵的高精度的光学元件来作为辅助手段也是光学工程中应该考虑的问题。

计算机干涉图为光学检验提供了新的手段，实质上也是一种“零位”补偿。在一定光路中，变形的波与参考球面波所应产生的干涉条纹可以事先用电子计算机将它算出，并制成一张干涉条纹底板。将它插入检验光路的适当位置中，则实际光路产生的干涉场和这张干涉条纹底板所产生的二次干涉条纹，把共同的变形了的波面补偿掉，剩下的只是参考波与变形波的倾斜所产生的附加直条纹组所产生的二次干涉条纹。这应是一组直的条纹。如果在这个光路中有一个面是我们正在加工的，则当它没有达到规定的形状时，补偿后得到的条纹将不是直的，而是变形了的。并代表偏离规定形状的部分。

方法的证明

假定波面前进的方向为 Δ 轴我们向着 X

轴在 (y, z) 平面上观察干涉场(图1)则一个变了形的波面与某一参考球面波在规定范围内各点上的波差可写为。

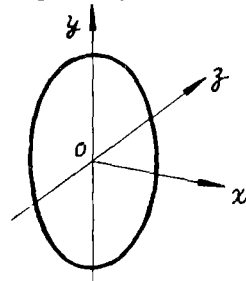


图 1

$$W_{y,z} = f(y, z) \quad (1)$$

如果将参考波在变形波以平行于 z 轴的某直为轴倾斜一个小角度，则将附加产生一组平行于 z 轴的干涉条纹。于是波面差表达式变成

$$W_{y,z} = f(y, z) + \phi(y) \quad (2)$$

根据(2)式我们计算出并制出干涉条纹极。

再看实际干涉场的情况。我们这里先假定波差是轴对称的，故坐标系转轴对方程式不产生影响，变形的波面还是 $f(y, z)$ 附加的一组直的干涉条纹此时不是平行于 z 轴，而是平行于绕原点 O 转动了一个 θ 角的 z' 轴(图2)。但假定所产生的直的条纹数与前者一样，就是说，附加的波面差是 $\phi(y')$ 。则总的波面差为：

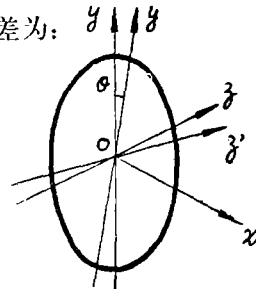


图 2

$$W_{y,z} = f(y, z) + \phi(y') \quad (3)$$

如果设法使(2)、(3)所代表的波差相减, 则合成后的波面变形部份互相抵消, 于是

$$\overline{W}_{y,z} = W_{y,z} - W'_{y,z} = \phi(y) - \phi(y') \quad (4)$$

$\phi(y)$ 的一般形式可写为:

$$\phi(y) = \frac{n\lambda}{S} [(y + (S - H))] \quad (5)$$

其中 S 为光瞳上界到两波面倾斜交轴距离。(5)式表示两波面倾斜后在 y 方向的 S 界限内产生 n 个干涉条纹, 而两波面的交轴在离 z 轴 $S-H$ 处。即将座标原点平移到 z 轴下 $(S-H)$ 处。利用座标转换公式可得

$$\phi(y') = -\frac{n\lambda}{S} [(y + S - H)\cos\theta + z\sin\theta]$$

于是 $\phi(y) - \phi(y') = \frac{n\lambda}{S} [(y + S - H)(1 - \cos\theta) - z\sin\theta]$

经变化最后可得

$$\phi(y) - \phi(y') = -2\sin\frac{\theta}{2} \cdot \frac{n\lambda}{S} \left[(y + S - H)\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}\right) + z\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (6)$$

(6)式表示合成后的最后结果仍是一组直的干涉条纹, 但方向与原来的差了 $\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}$ (或 $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$), 当 θ 很小时差不多转了 90° , 而干涉条纹数则从 n 条变成 $n \cdot 2\sin\frac{\theta}{2}$ 条。(6)式的负号则表示干涉条纹的级次与原来的反了方向。

干涉图的计算

计算干涉图就是计算变形了的波面与参考球面波的波差。假如我们找出波差方 $W_{y,z} = f(y, z)$, 就可在 (y, z) 平面上, 光瞳范围内逐点计算这个方程。对于画干涉图来说实际上最后只要判定两种状态之一。我们令算出的某点的波差除以 λ , 若余数 $> 0.5\lambda$, 给以“·”, 若 $< 0.5\lambda$ 则给空位。如计算机可直接绘图, 可直接作出干涉图, 不能自动绘图则根据打印出的结果, 由人工点在

方格纸上。因此问题就是要找出代表变了形的波面的波差方程, 并处理到我们期望的最便利的状态。

对实际工作来讲, 最常迁的是轴上点的轴对称象差, 我们深入讨论一下这种象差的计算问题。

先规定两个量的正负: 定义轴为波的前进方向, 定义轴向球差是边光截距减去傍轴光截距。则在子午面内的波差方程为:

$$W_y = -\frac{1}{f^2} \int_0^H y \cdot \Delta s'_y \cdot dy \quad (7)$$

其中 f 为焦距, $\Delta s'_y$ 为轴向球差, H 为光瞳半径。 Δs_y 的表达式一般是

$$\Delta s'_y = ay^2 + by^4 + cy^6 + \dots \quad (8)$$

以(8)式代入(7)式积分之便可得到波差方程, 但这样得出的波差是随着 y 增加而很快增加, 波差的极大值在 $\pm H$ 处, 如果我们作一次调焦。就是在轴向球差中加进一项调焦量 δ , (8)式变为:

$$\Delta s'_y = -\delta + y^2 + by^4 + cy^6 + \dots \quad (9)$$

根据某一边界条件, 例如令 $y = H$ 时 $W_y = 0$ (这并不一定是最理想的) 求出 δ , 再将(9)式代入(7)式求波差, 则波差的极大值可减少很多。

我们现在来求两种最简而常迁到的情况下的波差:

$$(1) \text{ 纯初级球差 } \Delta s'_y, \infty y^2$$

$$\text{取规格化形式: } \Delta s'_y = a \left(\frac{y}{H}\right)^2 \quad (10)$$

给以调焦量 δ , 则

$$\Delta s'_y = -\delta + a \left(\frac{y}{H}\right)^2$$

故

$$W_y = -\frac{1}{f^2} \int_0^H y \left[-\delta + a \left(\frac{y}{H}\right)^2 \right] dy \\ = -\frac{1}{f^2} \left[-\delta \frac{H^2}{2} \left(\frac{y}{H}\right)^2 + a \frac{H^2}{4} \left(\frac{y}{H}\right)^4 \right]$$

令 $W_H = 0$:

$$-\delta \frac{H^2}{2} \left(\frac{y}{H}\right)^2 + a \frac{H^2}{4} \left(\frac{y}{H}\right)^4 = 0$$

得 $\delta = \frac{a}{2}$

$$\text{故: } W_y = \frac{1}{16} \Delta s'_{0.707} A^2 \left[\left(\frac{y}{H} \right)^2 - \left(\frac{y}{H} \right)^4 \right] \quad (11)$$

其中 $\Delta s'_{0.707}$ 为 $y = H$ 时的球差。 $A = \frac{2H}{f}$ (相对孔径)。

(2) 边缘光球差校正, 剩余到 Y^4 为止。这时球差可写成

$$\Delta s'_y = a \left[\left(\frac{y}{H} \right)^2 - \left(\frac{y}{H} \right)^4 \right]$$

$$\text{其中 } \Delta s'_{0.707} = \frac{a}{4}$$

给以调焦量 δ , 则

$$\Delta s'_y = -\delta + a \left[\left(\frac{y}{H} \right)^2 - \left(\frac{y}{H} \right)^4 \right]$$

代入 (7) 式积分得

$$W_y = -\frac{H^2}{f^2} \left[-\frac{\delta}{2} \left(\frac{y}{H} \right)^2 + \frac{a}{4} \left(\frac{y}{H} \right)^4 - \frac{a}{6} \left(\frac{y}{H} \right)^6 \right] \quad (12)$$

求极值条件, 令 $dW_y/d\left(\frac{y}{H}\right) = 0$ 并解之得

$$\left(\frac{y}{H} \right)^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\delta/a}}{2} \quad (13)$$

令边缘带与某中间带波差相等。则

$$-\frac{\delta}{2} + \frac{a}{4} - \frac{a}{6} = -\frac{\delta}{2} \left(\frac{y}{H} \right)^2 + \frac{a}{4} \left(\frac{y}{H} \right)^4 - \frac{a}{6} \left(\frac{y}{H} \right)^6 \quad (14)$$

将 (13) 代入 (14) 即令边缘波差与某具极大值的带的波差相等, 得

$$\delta = \frac{3}{16} a = \frac{3}{4} \Delta s'_{0.707}$$

代入 (13) 式得

$$\left(\frac{y}{H} \right)^2 = \frac{3}{4}, \quad \left(\frac{y}{H} \right) = \pm 0.865 \quad \text{极小}$$

$$\left(\frac{y}{H} \right)^2 = \frac{1}{4}, \quad \left(\frac{y}{H} \right) = \pm 0.5 \quad \text{极大}$$

这样求出的调焦量可使波差的极大值为最小。

将 $\delta = \frac{3}{16} a$ 代入 (12) 得

$$W_y = A^2 \Delta s'_{0.707} \left[\frac{3}{32} \left(\frac{y}{H} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{y}{H} \right)^4 + \frac{1}{6} \left(\frac{y}{H} \right)^6 \right] \quad (15)$$

将 (11) 式与 (15) 式从子午面推广到 (y, z) 平面, 并加上倾斜项分别可得:

$$W_{y,z} = \frac{(y+S-H)}{S} n\lambda + \frac{1}{16} A^2 \Delta s'_{0.707} \left[\frac{(y^2+z^2)}{H^2} - \frac{(y^2+z^2)^2}{H^4} \right] \quad (16)$$

$$W_{y,z} = \frac{(y+S-H)}{S} n\lambda + A^2 \Delta s_{0.707} \left[\frac{3}{32} \frac{(y^2+z^2)}{H^2} - \frac{1}{4} \frac{(y^2+z^2)^2}{H^4} + \frac{1}{6} \frac{(y^2+z^2)^3}{H^6} \right] \quad (17)$$

这是变了形的波面得出的结果。

在实际中, 我们常迁到在反射面的曲率中心处进行检验, 这时镜面的次法距差即相当于以上的轴向球差。工作时的相对孔径是口径与曲率半径之比。但一般表徵一个镜面习惯以口径与焦距之比作为相对孔径。再考虑到我们按以上步骤求出的应是镜面误差, 实际波在其上反射一次波差就加倍。综合以上的考虑, 这样的镜面反射一次的波差计算式应分别为:

$$W_{y,z} = \frac{(y+S-H)}{S} n\lambda + \frac{1}{32} A^2 \Delta R_{0.707} \left[\frac{(y^2+z^2)}{H^2} - \frac{(y^2+z^2)^2}{H^4} \right] \dots\dots\dots (18)$$

$$W_{y,z} = \frac{(y+S-H)}{S} n\lambda + \frac{1}{2} A^2 \Delta R'_{0.707} \left[\frac{3}{32} \frac{(y^2+z^2)^2}{H^2} - \frac{1}{4} \frac{(y^2+z^2)^2}{H^4} + \frac{1}{6} \frac{(y^2+z^2)^3}{H^6} \right] \quad (19)$$

这里 $\Delta R'_{0.707}$ 是没有高级量时与存在高级量时 $\Delta R_{0.707}$ 之差。

由 (18), (19) 式可看到, 如两个镜面参数不一样, 但其相对孔径平方与次法距差的乘积相等, 则这两个镜面的干涉图是一样的。

两个实例

1. 2.16米卡氏付镜补偿检验的剩余球差干涉图。卡氏付镜参数

$$D = 720 \text{ mm}, R = 5797.5, e^2 = 5.077526$$

补偿检验取 $\alpha = 1.6$, 追踪光线校正边缘带 $\Delta R_{0.707} = 0$ 后得

$$\Delta R'_{0.707} = 0.5697, \quad A = 0.1235265$$

最佳调焦后的镜面差

$$W_{max} = 0.0026041 \times 0.1235265^2 \\ \times 0.5697 = 2.2637 \times 10^{-5} \text{ mm} \\ \approx \frac{1}{28} \lambda$$

取 $S = 2H$, 令 $n = 5.4$, $H = 80$, $\lambda = 0.6328 \mu$ 得

$$W_{y,z} = \frac{(y+80)}{160} \times 5.4\lambda + \frac{1}{2} \\ \times 0.1235265^2 \times 0.5697 \\ \times \left[\frac{3}{32} \frac{(y^2+z^2)}{80^2} - \frac{1}{4} \frac{(y^2+z^2)}{80^4} \right. \\ \left. + \frac{1}{6} \frac{(y^2+z^2)^3}{80^6} \right]$$

算出后点在方格纸上的干涉图如图 3a 及 b, 其中 a 是令波差数的波长小数部份 $> 0.9\lambda$ 时有“点”。b 是 $> 0.5\lambda$ 有“点”。前者相当于多光束干涉的效果。

2. 在曲率中心检验椭球镜计算干涉图。给定

$$D = 213 \text{ mm}, \quad \overset{\circ}{R} = 976.76 \text{ mm}, \\ e^2 = 0.3795$$

可算得

$$A = 0.4361357, \quad \Delta R_H = x_H, \\ e^2 = 2.2074851$$

取 $S = 2H$, 令 $n = 50$, $H = 200$

$$\text{得 } W_{y,z} = \frac{(y+200)}{400} \times 50\lambda + \frac{1}{32} \\ \times 0.4361357^2 \times 2.2074851 \\ \times \left[\frac{(y^2+z^2)}{200^2} - \frac{(y^2+z^2)^2}{200^4} \right]$$

点出干涉图如图 4

算一下高级量:

求出实际镜面 $\Delta R_{0.707} = 2.9057211$, 而若不存

在高级量时应有 $\Delta R_{0.707} = \frac{1}{2} \Delta R_H = 2.908412$

故 $\Delta P'_{0.707} = -0.0026914$

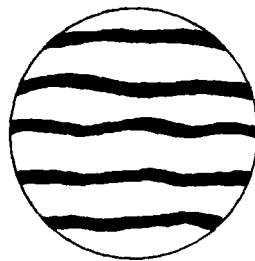
可求出由这个量引起的镜面差

$$W_{max} = 1.333 \times 10^{-6} \text{ mm} \approx 0.002\lambda$$

就是说, 这个椭球面按初级象差算出的干涉图与实际的偏差极小, 检验时应看不出来。

在计算中 H 可以任取的, 因已规格化, 现在是考虑宽行打印每行 80 符, 故 $2H$ 取 80 的倍数。

实际应用中可以用计算干涉图补偿全部象差, 也可以用简单的透镜或反射补偿掉初级量而用计算干涉图来补偿高级量, 初级量大时后者做法比较合理, 可以得到更高的精度。但若初级量本身不大, 则直接用计算干涉图补偿也是可以的。



示 意
a



示 意
b
图 3

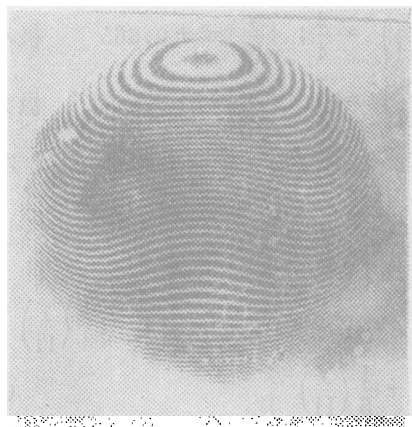


图 4

初步实验结果

第二个实例中的椭球镜是一个现成的镜子，用它，本来准备作一个完整的验证实验，但是由于实验条件的限制，只能做到证实计算结果。

实验是在南京天文仪器厂的球面波干涉仪上做的。将椭球镜放在被检查镜的位置，而在立方分光块的出射口放置干涉条纹底板。本来应该调整到得出直的干涉条纹，但由于这个装置原光的设计没有现在临时提出的调整运动。拼凑起来的東西很难保证精细

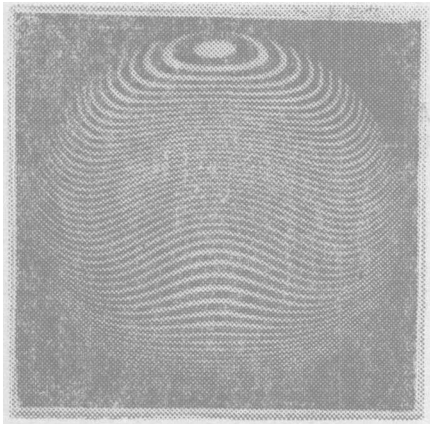


图 5

微调的稳定。所以后来决定只拍摄椭球镜的干涉条纹来与计算的干涉图比较。干涉图的形状与条纹数是靠目测判断，从多次拍摄中挑选。拍到的最接近于计算的一张如图 5 所示。经仔细比较，发现调焦状态还有一些差异。计算干涉图的调焦状态从照片插下中心条纹如图 6，而实拍的如图 7。但是把调焦的差别根据图上测出的量加以校正，则可以看到两种干涉图是完全一样的。这就证实了以上计算方法是正确的。

这个实验是在南京天文仪器厂李德培，何业文同志大力协同下在很短时间内完成的。

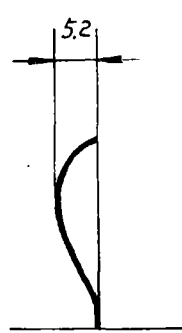


图 6

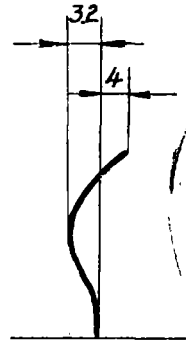


图 7