

关于 Fizeau 干涉仪

向 才 新

提要 根据初级波面像差理论和波面变形传播观点,建立了 Fizeau 干涉仪的干涉方程,讨论了干涉仪的误差。提出了一个改良的简单 Fizeau 干涉仪方案。

近年来,由于使用激光源,Fizeau 干涉仪已成为检测光学系统,元件和材料的重要工具^{[1],[2],[3],[4],[5]}。W. G. Taylor^[6], P. P. Yoder 和 W. W. Hollis^[7], B. J. Biddles^[8]分别讨论了 Fizeau 平面干涉仪和球面干涉仪中物镜像差的影响,他们的结果都没有直接与物镜的常用性能参数相联系,因而而不便使用。我们根据初级波面像差理论和波面变形传播概念,建立 Fizeau 干涉仪的干涉方程,讨论干涉仪的误差,并提出一个 Fizeau 球面干涉仪的改良与简化方案。

球面干涉仪的光路图如下:

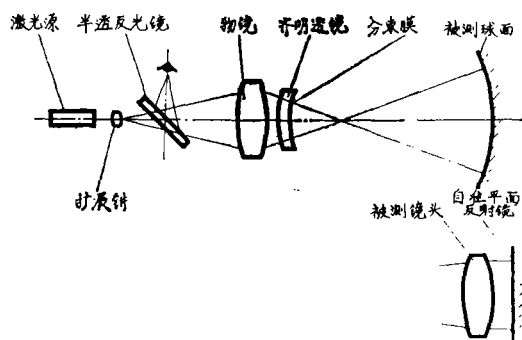


图 1

来自物镜的波面,入射在齐明透镜标准面分束膜上某一点处,部份反射(作为参考波面),部份折射。该折射波面经过被测件后,自准返回,(此波面即被测波面),通过物镜,与参考波面相干。

设: (1) 物镜的波面像差为 W_0 ; (2) 齐明透镜对反射与折射波所造成的波面像差分别为 ${}_R W_{反}$ 、 ${}_R W_{折}$; (3) 由于齐明透镜材料的不均匀性和其标准面的面形误差,在反射与

折射方向所产生的局部误差分别为 $2N \cdot {}_R W$ 和 $(N-1) \cdot {}_R W$, N 和 ${}_R W$ 分别为齐明透镜的折射率和几何程差; (4) 被测件的波面像差或面形误差等为 $W_{测}$; (5) 由于被测波面与参考波面的法线间有 α'' 夹角,而在两者之间有程差 $a\alpha''$, a 为常数^[备注 I]。以及考虑到: (6) 折射波面因波面变形传播而产生的波差增量^[9], 则反射波与经自准返回后的折射波,即参考波面与被测波面两者在标准面邻近处的波面像差表示式分别为:

$$W_{反} = W_0 + {}_R W_{反} + 2N \cdot {}_R W \cdot \cos \alpha_0; \quad \dots\dots(1)$$

$$W_{折} = W_0 + {}_R W_{折} + {}_R W^*_{折} + (N-1)({}_R W \cdot \cos \alpha_0 + {}_R W^* \cdot \cos \alpha_0^*) + 2 \cdot W_{测} \cdot \cos \alpha' + \left(\frac{\partial W_{测} \cdot \cos \alpha'}{\partial \rho_2} \right)^2 \cdot S + \left(\frac{\partial W_{折}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S + a\alpha'' \dots\dots(2)$$

(1)、(2)式中, α_0 、 α_0^* 分别为光线和该光线返回时在齐明透镜上的入射角; α' 为光线在被测件上某处的入射角; ${}_R W_{折}^*$ 、 ${}_R W^*$ 分别为被测波面自准返回时在齐明透镜处所产生的波面像差与局部误差; S 为标准面与被测件的间距^{<*>}; ρ_1 、 ρ_2 分别为光线

<*> 自准法检测镜头时, S 为标准面与自准反射镜之间的间距。

在齐明透镜与被测件处的高度。当 W_0 、 ${}_R W_{折}$ (${}_R W_{折}^*$)、 ${}_R W_{反}$ 、 α_0 、 α' 、 α'' 以及 S 不太大的情况下，有 ${}_R W_{折}^* \approx {}_R W_{折}$ 、 ${}_R W_{反} \approx {}_R W_{折}^*$ 、 $\cos \alpha_0 \approx \cos \alpha_0^* \approx \cos \alpha' \approx \cos \alpha'' \approx 1$ 。这时，由(1)、(2)式得到参考波面与被测波面间的程差方程为：

$$\begin{aligned} \Delta W &= W_{折} - W_{反} \\ &= (2 \cdot {}_R W_{折} - {}_R W_{反}) \\ &\quad - 2 \cdot ({}_R W - W_{测}) \\ &\quad + \left[\left(\frac{\partial W_{折}}{\partial \rho_1} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial W_{测}}{\partial \rho_2} \right)^2 \right] \cdot S \\ &\quad + a\alpha'' \dots\dots(3) \end{aligned}$$

$2 \cdot {}_R W_{折}$ 、 ${}_R W_{反}$ 产生于光束会聚点与齐明透镜的两个曲率中心三者互不重合。实际上， $(2 \cdot {}_R W_{折} - {}_R W_{反})$ 只取决于波面在标准球面上的反射与折射的波面像差 $2 \cdot {}_R W'_{折}$ 、 ${}_R W'_{反}$ ，即：

$$\begin{aligned} 2 \cdot {}_R W_{折} - {}_R W_{反} &= 2 \cdot {}_R W'_{折} \\ - {}_R W_{反}' &\dots\dots(4) \end{aligned}$$

我们称此项为离焦误差^{<*>}。Biddles 讨论 Fizeau 球面干涉仪的系统误差时，假定此项为零^[8]，实际上这是不可能完全实现的。

通常情况下：

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_{测}}{\partial \rho_2} \right)^2 \cdot S \ll 2 \cdot W_{测} \dots\dots(5)$$

考虑到(4)、(5)式，(3)式可写为：

$$\begin{aligned} \Delta W_{球} &= (2 \cdot {}_R W'_{折} - {}_R W'_{反}) \\ &\quad + 2 \cdot (W_{测} - {}_R W) \\ &\quad + \left(\frac{\partial W_{折}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S + a\alpha'' \dots\dots(6) \end{aligned}$$

(3)、(6)式即是 Fizeau 球面干涉仪的干涉方程。

命(3)、(6)式中的 ${}_R W'_{折} = {}_R W'_{反} = 0$ ，则得 Fizeau 平面干涉仪的干涉方程

为：

$$\begin{aligned} \Delta W_{平} &= 2 \cdot (W_{测} - {}_R W) + \left(\frac{\partial W_{折}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot \\ &\quad S + a\alpha'' \dots\dots(7) \end{aligned}$$

(7) 式中，除 $W_{测}$ 外，其余各项为调校与系统误差。P.R. Yoder 和 W. W. Hollis^[7]、G.A. Taylor^[6] 曾讨论了 Fizeau 平面干涉仪中 $\left(\frac{\partial W_{折}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S = \theta^2_{折} \cdot S$ 项的影响。

上述讨论表明：(1) 只有在特定条件下，Fizeau 干涉仪的干涉方程才具备有较简单的形式。否则，比如若 α' 过大，则必须以 $\cos \alpha'$ 修正所测数；(2) 系统误差 $\left(\frac{\partial W_{折}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S$ 与 S 成正比，因此利用 Fizeau 球面干涉仪精密测量大相对孔径的大曲率半径或长后截距的元件和系统，困难较大。对于 Fizeau 平面干涉仪，被测件与标准面的间距可以很小，因而准直物镜的质量要求可大为降低。

* * *

下面较详细地讨论上述几种系统误差。

(一) 离焦误差

前面的讨论指出：Fizeau 球面干涉仪中的齐明透镜标准面的离焦误差 $(2 \cdot {}_R W'_{折} - {}_R W'_{反})$ 产生于光束会聚点不与标准面曲率中心相重合。根据初级波面像差理论，当入射光束会聚点与标准球面的曲率中心的纵向与垂轴距离分别为 Δr 、 ΔT 时，入射波面在标准球面上的反射与折射波面的波像差

<*> 由于光源不处于理论位置时所产生的离焦位置像差，可查阅[13]。

值，——离焦误差为[附录]·[备注1]：

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{离}} &= 2 \cdot {}_R W'_{\text{折}} - {}_R W'_{\text{反}} \\ &= \frac{\Delta r}{r} \cdot N^2 \cdot u^3 \cdot \left(\frac{1}{4} \Delta r \cdot u + \Delta T \right). \end{aligned} \quad \dots\dots(8)$$

(表 1)

		N = 1.5			r = 20					
u		0.1			0.3			0.5		
$\Delta r = \Delta T$ (mm)		0.01	0.05	0.1	0.01	0.05	0.1	0.01	0.05	0.1
$\Delta W_{\text{离}}(\lambda)$		2×10^{-6}	6×10^{-4}	2×10^{-3}	7×10^{-4}	2×10^{-2}	7×10^{-2}	3×10^{-3}	7×10^{-2}	0.3

(4) 式和(表 1)表明：随着 Δr 、 ΔT 的减小， $\Delta W_{\text{离}}$ 的减小是比较快的。当 $\Delta r, \Delta T < 0.01\text{mm} \sim 0.05\text{mm}$ 时， $\Delta W_{\text{离}}$ 可以略去不计，满足通常大相对孔径系统的精密量测。装配 Fizeau 球面干涉仪时，可用刀口仪检测光束会聚点是否在标准球面的曲率中心附近处的限制范围内。

(二) 衍生系统误差

当离焦误差 $\Delta W_{\text{离}}$ ，即 ${}_R W'_{\text{折}}$ 与 ${}_R W'_{\text{反}}$ 可以略去不计时，又设 ${}_R W'_{\text{反}}$ 为齐明透镜的非标准面所产生的波像差，则衍生系统误差

$\left(\frac{\partial W_{\text{折}}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S$ 可表为：

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial W_{\text{折}}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S &= \left[\left(\frac{\partial W_0}{\partial \rho_1} \right)^2 \right. \\ &+ \left. \left(\frac{\partial {}_R W'_{\text{折}}}{\partial \rho_1} \right)^2 \right] \cdot S \\ &= \left[\left(\frac{1}{R} \frac{\partial W_0}{\partial u} \right)^2 \right. \\ &+ \left. \left(\frac{1}{R'} \frac{\partial {}_R W'_0}{\partial u} \right)^2 \right] \cdot S_0. \end{aligned} \quad \dots\dots(9) \langle \text{***} \rangle$$

(9) 式中， R, R' 分别为物镜的像(或物)距和齐明透镜第一面的曲率半径。又设齐明透镜的两个球面的曲率中心的纵、横向间距分别为 $\overline{\Delta r}$ 、 $\overline{\Delta T}$ ，仅考虑初级波像差，并略去 u^0 以上的项，(9) 式可写

(8) 式中， r 为标准球面的曲率半径； u 是光束的孔径角。(表 1) 是根据 (8) 式、对不同的 Δr 、 ΔT 值算得的 $\Delta W_{\text{离}}$ 值。

为： $\langle \text{***} \rangle$

$\rho = Ru$ 为光线在物镜(或齐明透镜)出瞳面上的规化高度，当 $\rho = 1$ 时，则(9)

$\langle \text{***} \rangle$ 式右侧第一、二项分别简化为：

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial W_0}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S &= 16(W_0)^2 \cdot S \\ \left(\frac{\partial {}_R W'_{\text{折}}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S &\approx 16({}_R W'_0)^2 \cdot S \\ \left(\frac{\partial W_{\text{折}}}{\partial \rho_1} \right)^2 \cdot S &\approx 16S \cdot \left[\frac{1}{R} \left(\frac{W_0}{u} \right)^2 \right. \\ &+ \left. \frac{1}{R'} \left(\frac{{}_R W'_0}{u} \right)^2 \right] \\ &\approx \frac{16}{R^2} \left(\frac{W_0}{u} \right)^2 \cdot S \\ &+ \left[\frac{1}{2} \frac{\Delta r_1}{R'^2} (1-N)u^2 \right] \\ &\quad \left(\frac{2\Delta r_1 \cdot \overline{\Delta T}}{N} \right. \\ &\quad \left. + 3 \overline{\Delta T}^2 \right) \cdot 3 S_0. \end{aligned} \quad \dots\dots(10)$$

$$\text{其中：} \Delta r_1 = R' - \frac{(R' - \overline{\Delta r}) \cdot R'}{R' + (N-1) \cdot \Delta r}. \quad \dots\dots(11)$$

(表 2) 是根据(10)式右侧第一项对几种已知波像差的物镜在不同测试条件下所产生的衍生系统误差的计算值。(表 3) 是根据(10)式右侧第二项对某种情况下的衍生系

(表 2)

u	0.12		0.3			0.65		
R (mm)	20		8			6.6		
$W_0(\lambda)$	1	0.5	1	0.5	0.25	1	0.5	
$S(\text{mm})$	$\Delta W(\lambda)$							
1	0.001	0.0004	0.001	0.0004	0.0001	0.0005	0.0001	
5	0.005	0.002	0.005	0.002	0.0005	0.0025	0.0006	
10	0.01	0.004	0.01	0.004	0.001	0.005	0.001	
20	0.02	0.008	0.02	0.008	0.002	0.01	0.002	
50	0.05	0.02	0.05	0.02	0.005	0.02	0.005	
80	0.08	0.03	0.08	0.03	0.007	0.04	0.01	
100	0.1	0.04	0.1	0.04	0.01	0.05	0.01	

(表 3)

u	0.3				0.5			
$\Delta r = \Delta T(\text{mm})$	0.05	0.1	0.5	1	0.05	0.1	0.5	1
$\left(\frac{\partial_R W_{折}}{\partial \rho_1}\right)^2 \cdot S(\lambda)$	2×10^{-7}	2×10^{-6}	1×10^{-3}	2×10^{-2}	1×10^{-6}	2×10^{-5}	1×10^{-2}	2×10^{-1}

统误差计算值。

(10) 式及 (表 2)、(表 3) 指出:

(1) 当 $S < 100$ 时, 要使衍生系统误差小于 $\lambda/100$, 齐明透镜的加工误差 Δr 、 ΔT 不是很苛求的, 只需一个优质的物镜, 其波面像差小于 $(\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4})\lambda$; (2) 长工作距离的物镜或大曲率半径的齐明透镜有利于减小系统误差。

对于平面干涉仪, 仅需考虑 $\left(\frac{\partial W_0}{\partial \rho_1}\right)^2 \cdot S$

这一项。

(三) 局部误差

(6)、(7) 式指出: 标准面的局部误差 ($2 \cdot r \cdot W$) 的影响与被测波面像差 $W_{测}$ 的相等。因此必须精磨标准面, 以消除其影响。激

光球面干涉仪的标准面的面积较小, 其局部误差不难克服。

Fizeau 干涉仪的结构比较简单。从上面的系统误差分析中看到, 其系统误差也是不难减小的。采用全息术消除系统误差^[10]^[9], 并不一定是绝对必要的。因之, 对大相对孔径的、大口径的系统 and 元件的精密测量, 比之其他干涉仪, Fizeau 干涉仪比较易于实现。

* * *

目前的 Fizeau 球面干涉仪有三类缺点: (1) 物镜结构复杂, 使用激光光源时, 各镜面间的干涉条纹也出现在视场中, 影响干涉条纹的对比和观测; 如 [4]; (2) 标准面的曲率半径太大, 不能检测短后截距的系统,

如[5]，⁽⁸⁾物镜的系统误差不很小。为此，我们采用下图方案^(****)。

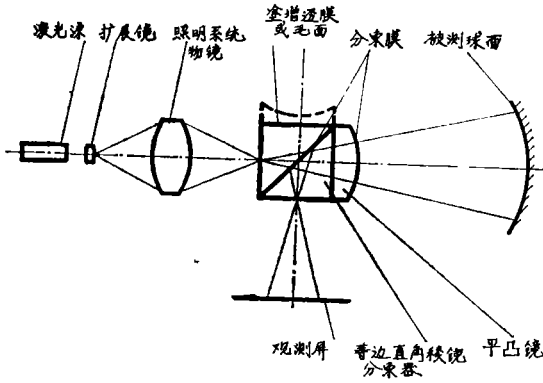


图 2

干涉仪为一等边直角棱镜分束器与一平凸镜所组成。球面的曲率半径与组合件的厚度相同，其上涂有折光膜、作为标准球面。照明系统的聚光点与球面的曲率中心相重合，组合件可以作得很小，比如10~20mm，以适于检测短后截距的工件。

这种干涉仪结构简单，元件的面数少，没有空气间隙。被测波面干涉图的观测不在照明系统的像方，照明系统镜头各镜面间的干涉条纹不能进入被测波面的干涉场中，于是消除了一个影响其对比的重要因素。

为了确保消除激光衍射斑，完全去掉照明系统的系统误差 $\left(\frac{\partial W_0}{\partial \rho_1}\right)^2 \cdot S$ ，可以采用

(图3)装置。干涉仪是由平凹透镜、等边直角棱镜分束器、平凸透镜三者所组成。两球面的曲率中心相重合，在该处置一针孔光栏，使照明光束聚焦于针孔上，而形成一无像差的点光源。

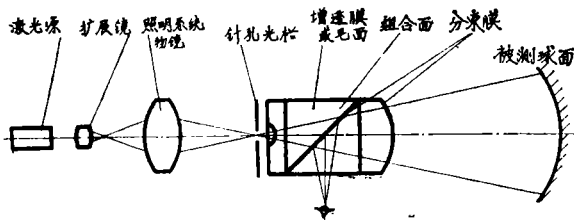


图 3

(图2)、(图3)所示干涉仪，是目前系统误差最小，而易于加工的 Fizeau 球面干涉仪。该干涉仪的元件加工公差可参考本文及〔附录〕中的诸公式。

(图2)、(图3)所示装置，由于采用等边直角棱镜分束器，因此被测系统的最大孔径角不得大于 f_{1f1} 。

上述形式的干涉仪用作显微物镜的波差检测，比之 Twyman 型干涉仪⁽⁸⁾，易于加工实现，如(图4)所示

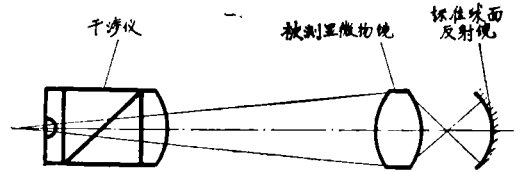


图 4

〔附录〕

为简单计，设 λ 射光束焦点离轴很近，折、反射波面仅有球、彗差产生。设 u 、 $u_{反}$ 、 $u_{折}$ 分别为入射、反射和折射光线的孔径角， $S^I_{反}$ 、 $S^II_{反}$ 、 $S^I_{折}$ 、 $S^II_{折}$ 分别为反射、折射波面的球、彗差系数。根据初级波面像差理论，折、反射波面的波面像差分别为：

$$2 \cdot R \cdot W'_{折} = 2 \cdot \left(\frac{1}{8} S^I_{折} + \frac{1}{2} S^{II}_{折} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{4} \Lambda^2 y + \Lambda \cdot B \cdot y \right)$$

$$\left(\frac{u_{折}}{N_{折}} - \frac{u}{N} \right);$$

.....(B1)

<.....>

本文于77年9月写成。干涉仪光学件于78年10月加工完毕。79年准备发表本文时，在 Optical engineering, 1979(18)226上看到 R. V. Shack and G. W. Hopkins 的干涉仪，其结构与我们的基本相同。

$$\begin{aligned} {}_R W'_{反} &= \frac{1}{8} S^I_{反} + \frac{1}{2} S^II_{反} \\ &= \left(\frac{1}{8} A^2 \cdot y + \frac{1}{2} A \cdot B \cdot y \right) \\ &\quad \left(\frac{u_{反}}{N_{反}} - \frac{u}{N} \right). \end{aligned} \quad \dots\dots(B2)$$

由(B1)、(B2)式, 得到单一球面的折、反射波面像差差值为:

$$\begin{aligned} \nabla W_{离} &= 2 \cdot {}_R W'_{折} - {}_R W'_{反} \\ &= \left(\frac{1}{8} A^2 y + \frac{1}{2} A \cdot B \cdot y \right) \\ &\quad \left(\frac{u_{反}}{N_{反}} - \frac{2u_{折}}{N_{折}} + \frac{u}{N} \right). \end{aligned} \quad \dots\dots(B3)$$

已知 $N_{反} = -N$, $N_{折} = 1$ 。又若入射光束焦点距标准球面(其曲率半径为 r) 的曲率中心的纵向, 横向间距分别为 Δr 、 ΔT , 且

$\Delta r \ll r$, 又考虑到此时有 $A = \frac{\Delta r}{r} \cdot Nu$, $B = \frac{\Delta T}{r} \cdot N$, 以及 $y = (r + \Delta r)u$, 则(B3)式可写为:

$$\begin{aligned} \Delta W_{离} &\approx \frac{\Delta r}{r} \left(\frac{1}{4} \Delta r \cdot u + \Delta T \right) \cdot \\ &\quad N^2 \cdot u^3. \end{aligned} \quad \dots\dots(B4)$$

[备注 I]

一般说来, 两个球面不同心, 将有彗差等像差产生。此处我们假定这两个球面相互偏心很小, 且其纵向间距为零, 而忽略由此而产生的彗差等像差。当二者间的纵向间距不为零时而产生的离焦像差的消除问题, 将在另文中讨论。

[备注 II]

Fizeau 平面干涉仪的标准面因有误差而成球面时, 这时应有与 Fizeau 球面干涉

仪相同的离焦误差。根据初级波面像差理论, 平面波在球面上的折、反射波面球差分别为:

$$2 \cdot {}_R W'_{折} = \frac{1}{4} \frac{y^4}{r^3} (1 - N), \dots\dots(C1)$$

$${}_R W_{反} = -\frac{1}{4} N \left(\frac{y^4}{r^3} \right). \quad \dots\dots(C2)$$

设 δ 为“标准平面”的球面深度, 由(C1)、(C2)式得到离焦误差为:

$$\begin{aligned} \Delta W_{离} &= 2 \cdot {}_R W'_{折} - {}_R W'_{反} \\ &= 128 \cdot \frac{\delta^3}{y^2} \cdot N \\ &\quad [N(1 - N) + 1]. \end{aligned} \quad \dots\dots(C3)$$

由(C3)式, 尽管 $\delta \ll 1\lambda$, $y = 100\text{mm}$, $\Delta W_{离}$ 仍极小, 可以略去不计。然而有 $\delta \ll 1\lambda$ 的局部误差的标准平面是不允许的。

参 考 文 献

- [1] D.R.Herriot, J.O.S.A. 1966 (56) 719.
- [2] L.R.Heintze, H.D.Polster, & J. Vrable, App. Opt. 1967 (6) 1925
H. D. Polster, SPIE of the photo-optical system evaluation Seminar, 1967, I-1.
- [3] Н.Л. Лагарека, Г. Т. Пуряев, ОМН, 1976(No.1)23.
N.L.Lazarava and D.T.Puryaev, Sov.J.O.T., 1976(43)No.1, 20.
- [4] 潘君华, 光学机械, 1974(No.5)1.
- [5] 裴庆魁, 光学机械, 1976(No.5)1.
- [6] W.G.A.Taylor, J. S. Inst., 1957 (34)399.
- [7] P.R.Yoder and W.W.Hollis, J.O.S.A.1957.(47)858.
- [8] B.J.Biddles, Opt.Acta, 1969(16) 137.

- [9] 向才新, 光学机械, 1979(No.3)1。
[10] 宋从武, 光学工程, 1978(No.2)1。
[11] 杨力, 光学工程, 1978(No.2)5。
[12] Twymann, Trans. Opt. Soc. Lond.,
1923(24)189。

- [13] Handbuch der physik, Her. von
S. Flügge, Springer-Verlag Berlin,
Göttingen, Heidelberg, 1956, Band
24, S 141—142。