

大型光学测试设备用空气弹簧 支承的减振性能分析

陶 成 玉

我所正在研制的近距离光学传递函数测量装置，其大型光学测试台长9.4米，最宽处为3.6米。一些高精度光学测试仪器在这个光学台上工作，因此，对支承的减振性能有较高的要求。我们将大型光学测试台安装在一个具有较高刚度，钢筋混凝土结构的“T”形梁上，再用14个空气弹簧，将两者作为一个整体支承起来，负荷总重量约36吨。

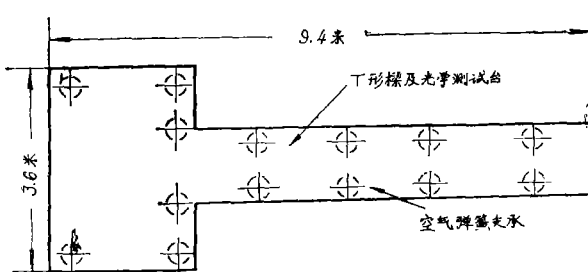


图1 空气弹簧支承分布位置

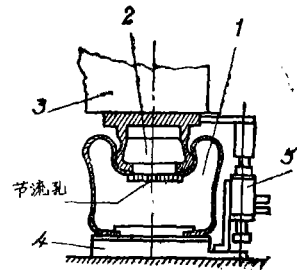


图2 空气弹簧支承结构

14个空气弹簧的分布位置如图1所示。它与整体重心位置相匹配，使每个空气弹簧承受的载荷尽可能的一致。对光学测试设备使用空气弹簧支承来讲，此要求是很重要的。当每个空气弹簧承受的载荷有变化时，为了保证整个装置的工作高度保持一定，每个空气弹簧都带有一个高度控制阀。实践证明，这样的设计能够保持整个光学测试装置的工作稳定性。我们采用的空气弹簧支承结构如图2所示。1是气囊气室、2是上活塞（其内容积可称作附加气室）、3是载荷、4是底座和地基、5是高度控制阀和管路系统。

一、对减振性能的要求

从防振观点来看，大型光学测试设备的工作环境还是比较好的。例如：与安放近距离光学传递函数测量装置相类似的房间，其地表振动频率通常为5赫，振幅为0.4微米；当受到通风设备、空压机等振源影响时，地表振动频率仍为5赫，而振幅接近1微米，并叠加有频率为20赫，振幅较小的振动。因此，我们对采用的空气弹簧支承系统的减振性能提出如下要求：

1. 自振频率应低于2赫；
2. 对高于5赫的强迫振动，振幅传递率应不大于1/10，从而使地基传递来的、高于5赫的振动基本被完全隔离滤掉；对高于2赫、低于5赫的强迫振动，支承系统也要起到减振作用，即振幅传递率应小于1；在共振状态下，光学测试设备应停止工作。当然，对大型光学设备来讲，共振状态通常是不会出现的。即使出现，也是短暂瞬间共振。而且，由于阻尼

的存在，共振状态的振幅幅值会被限制在允许的范围之内。

二、空气弹簧支承的力学模型

空气弹簧是在一个密闭的胶囊容器中充入较高压力的空气，利用空气的可压缩性来实现弹簧的作用。通常在胶囊气室和附气室之间设有一个节流孔。当空气流过节流孔时，由于阻力的存在而吸收一部分振动能量，从而起到减振阻尼的作用。在这种情况下，空气弹簧支承可用图3所示的力学模型^[1]来表示。以此作为我们对空气弹簧支承的减振性能进行分析计算的基础和依据。

图3表明：空气弹簧支承相当于一个弹性支承的减振器系统；即刚度为 KC_1 的弹簧和阻尼系数为 d_1 的阻尼器并联，两者又与刚度为 C_1 的弹簧串联，然后再将它们和刚度为 C_2 的弹簧并

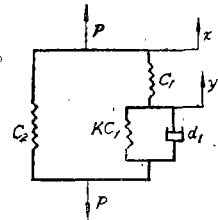


图3 空气弹簧支承力学模型

联。在图3中，所示各元素的数学表达式^{[1][2]}为：

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= [m(p + p_0)F^2]/V_1 \\ C_2 &= p(dF/dx) \\ d_1 &= R\gamma F^2, \quad \gamma = [1.2(p + p_0)/100^8] \\ K &= V_1/V_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$P = pF$$

在公式组(1)中：

p ——空气弹簧的内压力

p_0 ——大气压力

F ——空气弹簧的有效面积

dF/dx ——空气弹簧的有效面积变化率

R ——流量阻尼系数

γ ——空气比重

V_1 ——胶囊气室容积

V_2 ——附加气室的容积

K ——容积比

m ——多变指数。在等温过程 $m = 1$ ，在绝热过程 $m = 1.4$ ，在一般动态过程 $1 < m < 1.4$ 。

P ——载荷重量。

三、刚度和自振频率计算

当不考虑空气弹簧支承的阻尼因素时，参照力学模型(图3)，再根据并联和串联弹簧的刚度计算公式，便可给出空气弹簧支承刚度 C 的计算式为：

$$C = \frac{1}{[1/(KC_1)] + (1/C_1)} + C_2$$

$$= \frac{KC_1}{1+K} + C_2$$

将公式组 (1) 中的 C_1 、 C_2 算式代入上式, 得:

$$C = m(p + p_0) \frac{F^2}{V} + p \frac{dF}{dx} \quad (2)$$

式中, $V = V_1 + V_2$ 。

我们采用的空气弹簧支承各参数为:

$$p = 4.5 \text{ 公斤/厘米}^2 \quad p_0 = 1 \text{ 公斤/厘米}^2$$

$$V = 20650 \text{ 厘米}^3 \quad V_1 = 17150 \text{ 厘米}^3$$

$$V_2 = 3500 \text{ 厘米}^3 \quad K = 4.9$$

$$dF/dx = (0.005/\text{厘米})F \quad F = 590 \text{ 厘米}^2$$

将 $m = 1$ 及上述各参数代入 (2), 得静刚度 C_j 为:

$$C_j = 92.7 + 13.3 = 106.0 \text{ 公斤/厘米}$$

实测静刚度值为 99.5 公斤/厘米

将 $m = 1.4$ 及各参数值代入公式 (2), 得动刚度 C 为:

$$C = 129.8 + 13.3 = 143.1 \text{ 公斤/厘米}$$

当阻尼系数 $d_1 \rightarrow 0$ 时, 空气弹簧支承的自振频率 f_0 为:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Cg}{P}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Cg}{pF}} \quad (3)$$

在 (3) 式中, g 是重力加速度。

由 (3) 式得: $f_0 = 1.16$ 赫

参照公式 (2), 将 (3) 式可写成:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{m \left(\frac{p+p_0}{p} \right) \frac{Fg}{V} + \frac{g}{F} \cdot \frac{dF}{dx}} \quad (4)$$

(4) 式是通常采用的空气弹簧支承的自振频率计算公式^[3]。而实际上它是无阻尼自振频率计算公式。

实测自振频率为 1.4~1.5 赫, 与 (4) 式的计算值比较接近。这是因为我们使用的空气弹簧支承在动态过程工作时, 其阻尼比较小的缘故。然而, 在阻尼比较大时, 实测值就会与公式 (4) 的计算值差别比较大, 而且在正常情况下实测值偏高。对此, 可作如下分析:

根据空气弹簧支承的力学模型, 令其载荷 $P = Mg$, 则自由振动方程为:

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{x} + (c_1 + c_2)x - c_1 y &= 0 \\ d_1 \dot{y} + (1+K)c_1 y - c_1 x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

将微分方程组 (5) 的函数 y 消去, 则得一个三阶微分方程:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + (1+K) \frac{\omega_1}{2\mu} \ddot{x} + (\omega_1^2 + \omega_2^2) \dot{x} \\ + \frac{\omega_1}{2\mu} [K\omega_1^2 + (1+K)\omega_2^2] = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\omega_1^2 = C_1/M$, $\omega_2^2 = C_2/M$,

$$\mu = d_1 / (2M\omega_1)$$

该微分方程为线性齐次常系数微分方程，其特征方程为一元三次代数方程：

$$\lambda^3 + (1+K) \frac{\omega_1}{2\mu} \lambda^2 + (\omega_1^2 + \omega_2^2) \lambda + \frac{\omega_1}{2\mu} [K\omega_1^2 + (1+K)\omega_2^2] = 0 \quad (7)$$

通常，方程(7)有一个实数根 $-\alpha$ 和两个复数根 $-\beta \pm \nu i$ ， $i = \sqrt{-1}$ ；显然， ν 为系统的自由振动圆频率， β 是表征阻尼的参数。则空气弹簧支承的有阻尼自振频率为：

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\beta^2 + \nu^2} \quad (8)$$

求解出方程(7)的根，若只考虑周期振动项，则空气弹簧支承的自由衰减振动之数学表达式为：

$$x = e^{-\beta t} (B_1 \sin \nu t + B_2 \cos \nu t)$$

或 $x = A_1 e^{-\beta t} \sin(\nu t + \phi_1) \quad (9)$

其振动曲线如图4所示。

当 $d_1 \rightarrow 0$ ，即 $\mu \rightarrow 0$ 时，由方程(7)可得：

$$\begin{aligned} \beta_0 &= 0 \\ \nu_0 &= \sqrt{[(K\omega_1^2)/(1+K)] + \omega_2^2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$f_0 = \nu_0 / (2\pi) \quad (11)$$

f_0 即为无阻尼自振频率，(4)式为其数学表达式。

当 $d_1 \rightarrow \infty$ ，即 $\mu \rightarrow \infty$ 时，由方程(7)可得：

$$\begin{aligned} \beta_\infty &= 0 \\ \nu_\infty &= \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} \end{aligned} \quad (12)$$

此时的自振频率 f_∞ 为：

$$f_\infty = \nu_\infty / (2\pi) \quad (13)$$

由上述分析和求解方程(7)可知：当 $d_1 \rightarrow 0$ 时，支承系统的自振圆频率为 ν_0 ，此时系统自振频率最低，为 f_0 ；当 $d_1 \rightarrow \infty$ ，即阻尼无限大时，支承系统的自振圆频率为 ν_∞ ，而这时系统自振频率最高，为 f_∞ 。系统的自振频率 f_n 是随着阻尼系数 d_1 增减而增减的；对系统的自由振动频率 ν 来讲，情况依然如此。这就是空气弹簧支承的自振频率实测值比公式(4)计算值偏高的原因所在。

当采用自由振动状态来测量空气弹簧支承系统的自振频率时，由于我们设计的空气弹簧支承等效于小阻尼系统，故可将自由振动圆频率 ν 视作自振圆频率 ω_n ，而 $\omega_n = 2\pi f_n$ 。这可以通过求解具体数值化的方程(7)来加以说明。为此，将下述参数，即： $K = 4.9$ 、 $\mu = 0.93$ 、 $\omega_1 = 7.59$ 、 $\omega_2 = 2.21$ 代入方程(7)，得：

$$\lambda^3 + 24.07\lambda^2 + 62.64\lambda + 1269.85 = 0$$

求解该方程，得： $\alpha = 23.7$ 、 $\beta = 0.19$ 、 $\nu = 7.32$ 。因此，自振圆频率为：

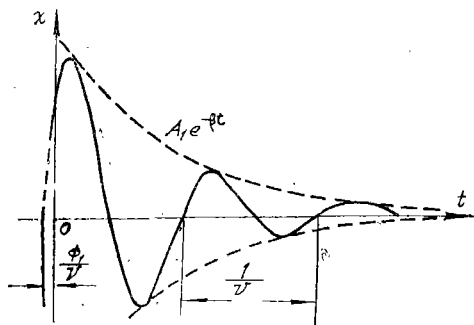


图4 自由振动曲线

$$\omega_n = \sqrt{\beta^2 + \nu^2} = \sqrt{0.19^2 + 7.32^2} \approx 7.32$$

而自振频率为:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = 1.17 \text{赫}$$

对于我们所设计的空气弹簧支承来讲,为了在满足减振性能要求的前提下简化设计结构,而没有设置较大容积的附加气室,故此时的 ν_0 与 ν_∞ 相差不大,即 $K=4.9$ 时,得:

$$\nu_\infty^2 - \nu_0^2 = 0.17 \omega_1^2$$

但是,当附加气室容积较大,即 K 值较小时,尽管总的容积 V 保持不变,这种情况的 ν_0 与 ν_∞ 就会相差较大。

四、振幅传递率的计算

通过上述分析可以看出:力学模型图3中的 C_2 项之影响是比较小的,空气弹簧支承系统的阻尼减振作用主要是决定于刚度 C_1 和容积比 K 。为使分析和计算简便起见,在计算振幅传递率时可略去 C_2 项的影响。对我们所设计的空气弹簧支承来讲,这样做基本上不会带来计算误差。因此,空气弹簧支承的力学模型可简化为图5所示的系统^{[1][2]}。

对于简化力学模型,通过求解方程:

$$\lambda^3 + \frac{(1+K)\omega_1}{2\mu} \lambda^2 + \omega_1^2 \lambda + \frac{K\omega_1^3}{2\mu} = 0 \quad (14)$$

可得相应的自振圆频率 $\omega_n = 6.99$, 自振频率为 $f_n = 1.11$ 赫。与未简化的力学模型相比较, ω_n 和 f_n 的数值变化是很小的,说明 C_2 项的影响可以忽略。

为了提高实际使用的可靠性,拟根据自振频率的实测值 f_n 来计算振幅传递率。令: $f_n = 1.40$ 赫,则 $\omega_n = 2\pi f_n = 8.80$ 赫,相应地 ω_{1n} 值为:

$$\omega_{1n} = \omega_1 \cdot \frac{f_n}{f_n} = 9.59 \text{赫}$$

令: ω_{1n} 所对应的刚度值为 C_{1n} 。

通过求解方程:

$$\lambda^3 + \frac{(1+K)\omega_{1n}}{2\mu} \lambda^2 + \omega_{1n}^2 \lambda + \frac{K\omega_{1n}^3}{2\mu} = 0 \quad (15)$$

可得知相应的自振圆频率就为 ω_n , 自振频率为 f_n 。

若图5所示的系统受到正弦干扰: $z = Be^{i\omega t}$ 的作用,这时系统要处于强迫振动状态,其运动方程式为:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + c_{1n}\dot{x} - c_{1n}y = 0 \\ d_1\dot{y} + (1+K)c_{1n}y - C_{1n}x = d_1\dot{z} + Kc_{1n}z \end{cases} \quad (16)$$

求解联立微分方程,得振幅传递率 T 为:

$$T = \frac{A}{B} = \left\{ \frac{K^2 + 4\mu^2 \eta^2}{[K - (1+K)\eta^2]^2 + 4\mu^2 \eta^2 (1-\eta^2)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

式中, $\eta = \omega / \omega_{1n}$, A 为质量 M 的强迫振动振幅。

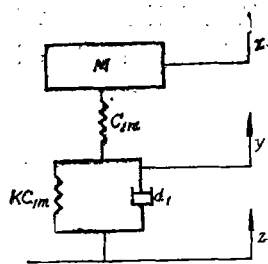


图5 简化系统的力学模型

令 $\omega = 2\pi f$ ，通过 (17) 式计算出对应各 ω 或 f 的振幅传递率 T 的数值，列表如下：

$\mu = 0.93$, $k = 4.9$, $\omega_{1n} = 9.59$, $\omega_n = 8.80$

ω	0	2	3	5	7	7.96	8.80	9.59	11	12.57	18.85	31.42	50
f	0	0.32	0.48	0.80	1.11	1.27	1.40	1.53	1.75	2	3	5	7.96
η	0	0.21	0.31	0.52	0.73	0.83	0.92	1	1.15	1.31	1.97	3.28	5.21
T	1	1.06	1.13	1.48	2.72	5.34	18.55	5.24	1.79	0.99	0.29	0.09	0.07

由上表可以看出：在共振状态下，振幅传递率值最大，为18.55；当干扰振动频率在2~5赫时，振幅传递率值小于1，支承系统在这种情况下具有减振作用；当干扰振动频率高于5赫时，振幅传递率值小于1/10；因此，支承系统能够将外界传递来的、高于5赫的振动基本隔离滤掉。振幅传递率 T 与频率比 η 的关系如图6的曲线所示。

综上所述，我们采用的空气弹簧支承的减振性能基本满足大型光学测试设备的使用要求。但是，尚有两个问题需要提出讨论。

1. 在结构安排允许的条件下，应增大附加气室的容积，减小容积比 K 。这样就可以通过选取适当的阻尼值 μ ，来较大程度地降低振幅传递率 T 的数值。

2. 对现采用的空气弹簧支承来讲，通过求解方程 (15)，得， $\beta_n = 0.24$ ， $\nu_n = 8.80$ ，其对数衰减率为：

$$\delta = \frac{2\pi\beta_n}{\nu_n} = 0.17$$

由于 δ 值比较小，故自由振动的振幅衰减时间较长。因此，应防止较大的瞬间扰动作用于支承系统。如果适当增大附加气室的容积，就可以增大表征系统自由振动阻尼的参数 β_n ，从而加快自由振动振幅衰减的时间。

参 考 文 献

- [1] 郭荣生，空气弹簧悬挂的设计与计算，四方机车车辆研究所，1973。
- [2] 机械工程设计手册，第30篇，机械工业出版社，1980。
- [3] 长春汽车研究所悬挂组，汽车技术，1980，No. 6。

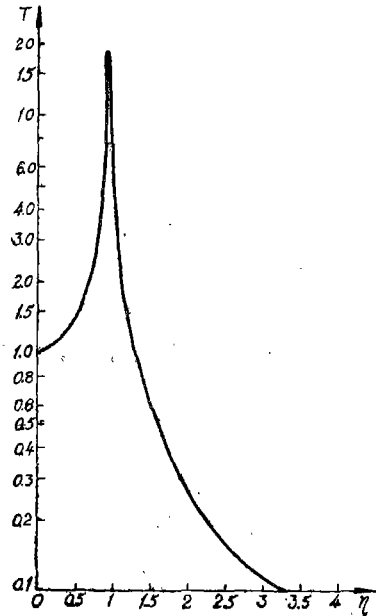


图6 振幅传递率数值曲线