

采用余弦因子卷积镶边的数字 滤波器原理及应用

钱神恩

摘要: 实现对离散信号数字处理的卷积滤波关键是设计期望的滤波器频谱。理论上理想低通滤波器能抑制噪声,改善系统传递信号的信噪比,但它对应的时间函数是一无限长的卷积因子序列,为方便实践必须做截断处理,这将产生吉布斯现象而导致频谱变坏,不能有效地抑制噪声,增强有用信号。本文给出了一种在做截断处理后具有最小吉布斯现象的滤波器频谱。并对选择不同截取时窗长度的截取误差进行了分析,对该滤波器的噪声抑制能力也进行了讨论。最后通过实验对系统进行了验证,给出了系统的实现框图。

一、引言

对离散信号进行数字化处理,进一步提高信噪比,卷积滤波是一种有效的方法。卷积滤波在频率域是滤波器频谱与输入信号频谱的乘积^[1],即

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \quad (1)$$

式中: $H(f)$ 为滤波器频谱函数,对应的时间函数为 $h(t)$;

$Y(f)$ 为滤波后信号频谱,对应的时间函数为 $y(t)$;

$X(f)$ 为输入信号频谱,对应的时间函数为 $x(t)$ 。

这种频域函数的相乘在时间域表现为卷积关系,即

$$y(t) = h(t) * x(t) \quad (2)$$

由于噪声或干扰信号 $n(t)$ 的频谱 $N(f)$ 与信号 $s(t)$ 的频谱 $S(f)$ 是不同的,我们可根据它们的不同设计滤波器频谱函数 $H(f)$,让信号频谱 $S(f)$ 通过滤波器的频谱“窗”,而干扰和噪声拒之“窗”外,达到削弱干扰和噪声,保留和增强有效信号的目的。

我们知道低通滤波器在理论上能够抑制高于截止频率 f_c 的干扰和噪声,改善信噪比,其频谱函数为:

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_c \\ 0 & f_c < |f| \leq \frac{1}{2\Delta} \end{cases} \quad (3)$$

信号处理过程中信号的解调可能使系统信号产生频谱转移,这在调幅、调频信号的解调是这样,相关检测(锁相放大)也是如此。作为观测对象的信号,解调处理后的有用信号频谱布分在一个有限的区域上,并混有系统噪声或特定的干扰。转移后的频谱可以由测量对象和处理要求上做出估计。为提高系统测量精度,采用这种理想频谱特性的滤波器是既能最有

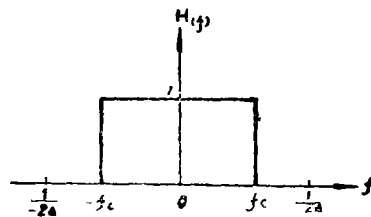


图1 理想低通滤波器频谱

效地抑制噪声，又能防止畸变的好方法。理想低通滤波器对应的时间函数为：

$$h(n) = \int_{-\frac{1}{2\Delta}}^{\frac{1}{2\Delta}} H(f) e^{j2\pi n \Delta f} df$$

$$= \frac{\sin 2\pi f_c n \Delta}{\pi n \Delta} \quad (-\infty < n < +\infty) \quad (4)$$

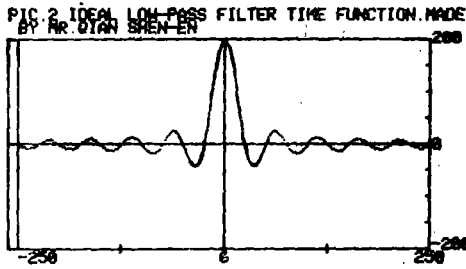


图2 理想低通滤波器时间函数

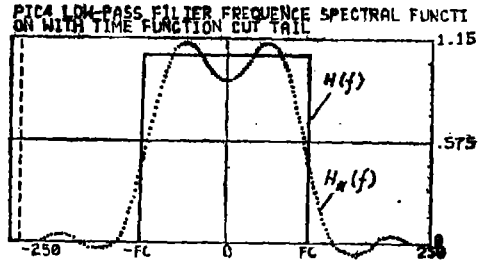


图3 截尾函数频谱与理想滤波器频谱

当 n 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 变化时是一无限长因子列，见图2。显然这是难以实现的，实用上通常以截取一有限的长度为 N 的时窗函数，做成卷积滤波器：

$$h_N(n) = \begin{cases} h(n) & -N \leq n \leq N \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (5)$$

截取方法处理的时间 $h_N(n)$ ，对应的频谱不再是锐截止型了，而是 $H_N(f)$ ，见图3。由图可见 $H_N(f)$ 与原始频谱不同，在点 f_c 、 $-f_c$ 处变化不象 $H(f)$ 发生跳变，而是以斜线形式单调上升或下降，且曲线产生了较严重的振动现象，即所谓的吉布斯现象。滤波器产生吉布斯现象造成滤波效果变坏，不仅不能有效地抑制噪声和干扰，突出有效信号，而且还可能使有用信号的频谱产生畸变。

吉布斯现象是由于 $h(n)$ 频谱在 f_c 、 $-f_c$ 处产生跳变和截尾引起的^[2]。为克服这吉布斯现象可能导致的不良后果，可以设想在时间域，对截断函数 $h_N(n)$ 进行改造，选择较为合适的时窗；或在频率域，避开理想滤波器的频谱跳变，把它改造成一条连续乃至几阶光滑的曲线。下面我们来研讨一下如何以有限的截取方法构造一个数字滤波器，同时使吉布斯现象受到最大程度的抑制，以获得适宜的滤波器频谱特性。

二、卷积镶边低通滤波器

卷积镶边滤波器是把理想低通滤波器频谱 $H(f)$ 与一系列选用的卷积因子频谱 $P(f)$ 进行卷积，得到一个期望的滤波器频谱。这种方法的优点是灵活，只需给出一个卷积因子频谱，便可得到一个镶边理想滤波器频谱 $H(f)$ ，并可根据卷积定理方便地求出对应的时间函数，避免了从频谱直接求时间函数的繁杂计算。

设理想低通滤波器频谱为：

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq \alpha \\ 0 & |f| > \alpha \end{cases} \quad (6)$$

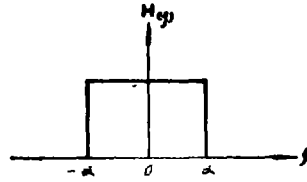


图4 理想低通滤波器频谱

卷积滤波因子频谱 $P(f)$ 为：

$$P(f) = \begin{cases} P(f) & |f| \leq \delta \\ 0 & |f| > \delta \end{cases} \quad (7)$$

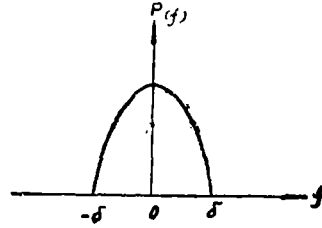


图5 卷积因子频谱

其中要求：

$$\begin{cases} P(f) \geq 0 & P(-f) = P(f) \quad \text{即 } P(f) \text{ 为偶函数} \\ \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df = \int_{-\delta}^{\delta} P(f) df = 1 & P(f) \text{ 在区间 } [-\delta, \delta] \text{ 上连续} \\ \alpha \geq \delta > 0 \end{cases}$$

卷积镶边低通滤波器频谱 $\overline{H}(f)$ 为：

$$\begin{aligned} \overline{H}(f) &= H(f) * P(f) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} P(\mu) H(f - \mu) d\mu \\ &= \int_{-\delta}^{\delta} P(\mu) H(f - \mu) d\mu \\ &= \int_{-\delta}^{\delta} P(\lambda) H(f + \lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (8)$$

计算 (8) 式只须考虑 λ 在 $[-\delta, \delta]$ 内取值，容易求得：

$$\overline{H}(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq \alpha - \delta \\ \int_{-a}^{a-f} P(\lambda) d\lambda & \alpha - \delta < |f| < f + \alpha \\ 0 & |f| \geq \alpha + \delta \end{cases} \quad (9)$$

$\overline{H}(f)$ 的图形如图 6 所示。如令 $\alpha - \delta = f_1$ ， $\alpha + \delta = f_2$ ，那么

$$\begin{cases} \alpha = \frac{f_1 + f_2}{2} \\ \delta = \frac{f_2 - f_1}{2} \end{cases} \quad (10)$$

称 f_1 为低通频率， f_2 为截止频率， 2δ 为过渡带宽度。对卷积镶边低通滤波器给定 f_1, f_2 之后

滤波器参数就确定了, 所以, 我们也可以记 $H(f)$ 为 $\overline{H(f, f_1, f_2)}$ 。

理想低通滤波器频谱 $H(f)$ 是呈锐截止形, 而卷积镶边滤波器频谱 $\overline{H(f)}$ 是一个连续函数, 边缘几阶光滑。理论证明滤波器频谱设计得越光滑, 其对应的时间函数因子列衰减越快, 截断处理后滤波器频谱与原设计所预期的频谱差异越小^[3]。而要设计一个具有理想频谱的数字滤波器, 如前所述由于相应的时间函数以 $\frac{1}{n}$ 形式衰减 (见 4 式), 对卷积滤波因子列

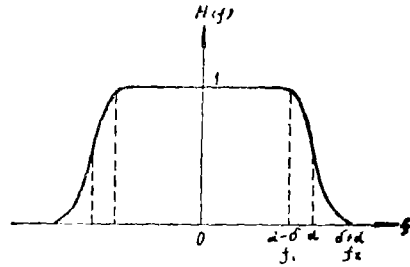


图6 镶边卷积滤波器频谱

做有限段截取处理, 谱分布改变, 且和预期的理想滤波器频谱特性之间差异较大。这其间在追求较适用的滤波器频谱特性前提下, 又要考虑到: 做为数字滤波器实施上的方便, 采取因子截断处理不致引起过度的频谱畸变。可行的办法是让设计期望中的滤波器频谱带边缘呈余弦函数式衰减——即余弦卷积镶边。这种类型的滤波器可望它对应的时域函数有更快的衰减。

试看一下, 基于这一设想的滤波器时域函数, 或因子列分布的状况, 它的特点和适用性。

设卷积因子 $P(f)$ 为余弦函数:

$$P(f) = \begin{cases} \frac{\pi}{4\delta} \cos \frac{\pi}{2\delta} f & |f| \leq \delta \\ 0 & |f| > \delta \end{cases} \quad (11)$$

不难看出其满足式 (7) 中的条件, 对应的时间函数为:

$$\begin{aligned} P(n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} P(f) e^{i2\pi n \Delta f} df = \int_{-\delta}^{+\delta} \frac{\pi}{4\delta} \cos \frac{\pi}{2\delta} f e^{i2\pi n \Delta f} df \\ &= \frac{\cos 2\pi \delta n \Delta}{1 - (4\delta n \Delta)^2} \end{aligned} \quad (12)$$

将 (11) 式代入 (9) 式求得

$$\overline{H(f, f_1, f_2)} = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_1 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{|f| - f_1}{f_2 - f_1} \pi \right) & f_1 < |f| < f_2 \\ 0 & |f| \geq f_2 \end{cases} \quad (13)$$

频谱曲线见图 7。

在滤波器频谱函数 $H(f)$ 确定之后, 要进行数字滤波通常有两种方法。一在频率域, 求出输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(f)$, 与 $H(f)$ 相乘得 $Y(f)$ 即滤波后的信号, 然后再求 $Y(f)$ 之反变换求得滤波后的时间函数 $y(t)$; 二在时间域, 先求出滤波器频谱 $H(f)$ 之时间函数 $h(n)$, 然后与输入的离散信号 $x(t)$ 做卷积运算求得 $y(t)$, 一般这种方法容易实现, 下面我们就采用这种方法。

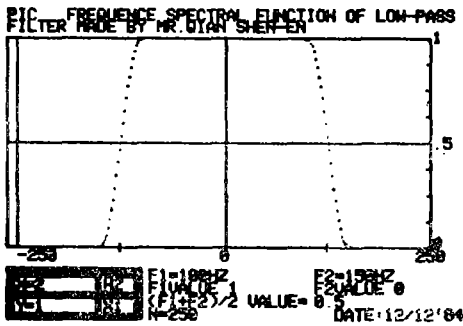


图7 余弦因子卷积镶边低通滤波器频谱

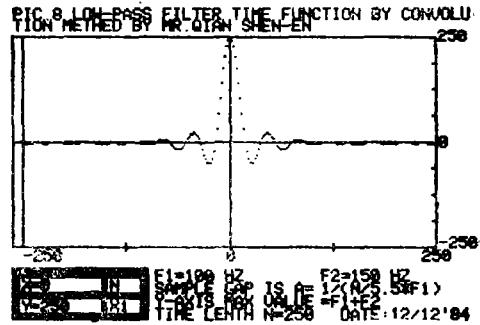


图8 $\overline{H(f, f_1, f_2)}$ 对应的时间函数

$$\overline{h(n, f_1, f_2)}$$

由卷积定理知两个频谱之卷积其时间函数等于相应两个时间函数之乘积，即

$$\begin{aligned} \overline{h(n, f_1, f_2)} &= h(n) \cdot P(n) \\ &= \frac{\sin 2\pi n \Delta}{\pi n \Delta} \cdot \frac{\cos 2\pi \delta n \Delta}{1 - (4\delta n \Delta)^2} \\ &= \frac{\sin \pi (f_1 + f_2) n \Delta}{\pi n \Delta} \cdot \frac{\cos \pi (f_2 - f_1) n \Delta}{1 - 16(f_2 - f_1)^2 n^2 \Delta^2} \quad (-\infty < n < +\infty) \end{aligned} \quad (14)$$

图8是 $\overline{h(n, f_1, f_2)}$ 曲线，它是按 $\frac{1}{n^3}$ 衰减的，比较图2与图8可见 $\overline{h(n, f_1, f_2)}$ 比 $h(n)$ 衰减快得多。这时若截取 $\overline{h(n, f_1, f_2)}$ 在 $[-N, N]$ 上部分作为滤波因子 $h_{-N, N}(n, f_1, f_2)$ ，那么滤波器的输出为：

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h_{-N, N}(n, f_1, f_2) \\ &= \sum_{j=-N}^N h(j, f_1, f_2) x(n-j) \end{aligned} \quad (15)$$

上式是计算机能实现的卷积表达式，如欲求一列长为 L 的输入信号的第 n 个点的滤波输出 $y(n)$ ，只需将输入信号 $x(n)$ 的第 $n-N$ 到 $n+N$ 的 $2N+1$ 个点与 $h_{-N, N}(n, f_1, f_2)$ 逐点进行卷积运算。但 $n \geq N, n \leq L-N$ ，即式(15)对输入信号的前 N 点和后 N 点无效。所以我们在选择截取长度 N 时不宜取得过大，另外 N 大势必将增加计算机做卷积运算的时间。但 N 取得太小将引起误差增大。下面我们就来讨论无限长时间序列做有限的截段处理后，产生的截取误差和滤波器的因子适用性。

三、截取误差分析

截取 $\overline{h(n, f_1, f_2)}$ 在 $[-N, N]$ 上的有限项作为滤波因子，构成的卷积滤波器(15)与期望设计的滤波器接近程度如何呢？下面我们来讨论一下截取误差。

实际上截断后的滤波因子列 $h_{-N,N}(n, f_1, f_2)$ 是 $\overline{h(n, f_1, f_2)}$ 与一个矩形时窗函数 $\omega(n)$ 的乘积, 其中:

$$\omega(n) = \begin{cases} 1 & |n| \leq N \\ 0 & |n| > N \end{cases} \quad (16)$$

即:

$$h_{-N,N}(n, f_1, f_2) = \overline{h(n, f_1, f_2)} \omega(n) \quad (17)$$

欲知截断处理后滤波器的误差, 只需研究一下 $h_{-N,N}(n, f_1, f_2)$ 之频谱 $H_{-N,N}(f, f_1, f_2)$ 与期望的频谱 $\overline{H(f, f_1, f_2)}$ 之间的差异

$$R(f, f_1, f_2) = \overline{H(f, f_1, f_2)} - H_{-N,N}(f, f_1, f_2) \quad (18)$$

由卷积定理可得 $h_{-N,N}(n, f_1, f_2)$ 之频谱 $H_{-N,N}(f, f_1, f_2)$

$$\begin{aligned} H_{-N,N}(f, f_1, f_2) &= \overline{H(f, f_1, f_2)} * W(f) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \overline{H(\mu, f_1, f_2)} W(f - \mu) d\mu \\ &= \int_{-f_2}^{-f_1} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\mu - f_1}{f_2 - f_1} \pi \right) \frac{\sin 2\pi \delta(f - \mu)}{\pi(f - \mu)} d\mu \\ &\quad + \int_{-f_1}^{f_1} \frac{\sin 2\pi \delta(f - \mu)}{2\pi(f - \mu)} d\mu \\ &\quad + \int_{f_1}^{f_2} \left(1 + \cos \frac{\mu - f_1}{f_2 - f_1} \pi \right) \frac{\sin 2\pi \delta(f - \mu)}{\pi(f - \mu)} d\mu \end{aligned} \quad (19)$$

显然要求这个积分的解析式是困难的, 其结果是一个无穷项的幂级数。为了便于分析我们避开用求卷积的方法得到 $H_{-N,N}(f, f_1, f_2)$, 而改求 $h_{-N,N}(n, f_1, f_2)$ 的富氏变换方法, 根据离散信号与频谱的关系, 求出 $h_{-N,N}(n, f_1, f_2)$ 对应的频谱 $H_{-N,N}(f, f_1, f_2)$ 为

$$\begin{aligned} H_{-N,N}(f, f_1, f_2) &= \sum_{n=-N}^{+N} h_{-N,N}(n, f_1, f_2) e^{-j2\pi n \Delta f} \\ &= \sum_{n=-N}^N \overline{h(n, f_1, f_2)} e^{-j2\pi n \Delta f} \\ &= \sum_{n=-N}^N \overline{h(n, f_1, f_2)} \cos 2\pi n \Delta f \\ &= 2 \sum_{n=1}^N \overline{h(n, f_1, f_2)} \cos 2\pi n \Delta f + \overline{h(0, f_1, f_2)} \end{aligned} \quad (20)$$

在误差分析中不同的测量对象有不同的误差评价标准, 对要求功率传输的信号, 关心的误差是经过系统后其总的能量损失, 而对要求幅度传输的信号, 关心的误差是传输前后其强度的衰减。在光谱测量中, 通常我们感兴趣其相对强度的传输, 这儿我们采用幅度传输的标

准来评价其误差情况。

为了便于分析不同截取长度 N 时的截取误差，现将计算机按(20)式求得不同 N 时的频谱曲线列出如下。各种参数、条件均列在每张图的下方。

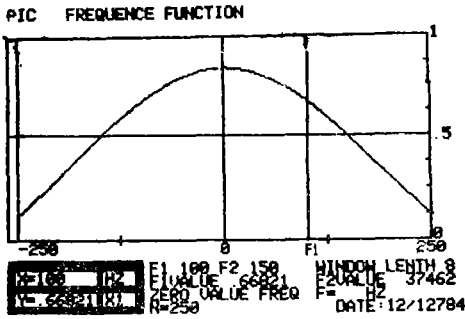


图9 截取时窗长度 $N = 8$ 时对应的频谱

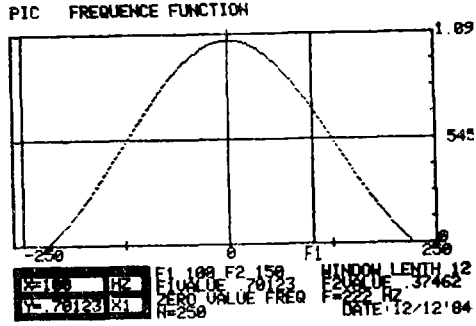


图10 截取时窗长度 $N = 12$ 时对应的频谱

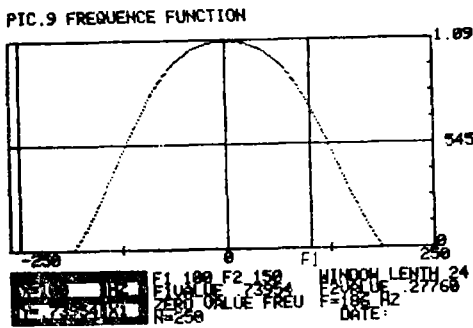


图11 截取时窗长度 $N = 24$ 时对应的频谱

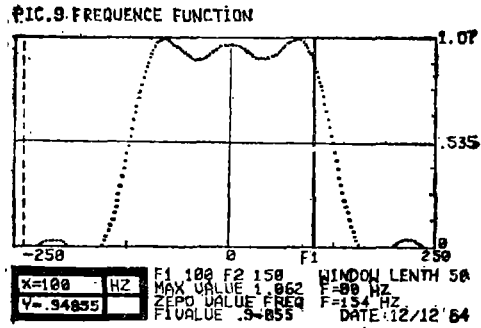


图12 截取时窗长度 $N = 50$ 时对应的频谱

图9是当截取长度 $N = 8$ 时，显然与其原来的频谱(图7)相差很多，畸变大。当 $f_1 = 100\text{Hz}$ 时，幅值不是1，而是0.66821。

图10是截取长度 $N = 12$ 的情况，与图7的接近程度较图9好些。对应低通频率 $f_1 = 100\text{Hz}$ ，幅值为0.70123，但截止频率 f_2 不是150Hz，而是222Hz，带宽比原来频谱宽。

图11是对应截取长度 $N = 24$ 的情况，较 $N = 12$ 时又更接近图7， $f_1 = 100\text{Hz}$ 时，频谱幅值为0.73954，截止频率 $f_2 = 186\text{Hz}$ 。

图12是 $N = 50$ 时的情况，这时的频谱曲线形状基本接近设计预期的频谱。 $f_1 = 100\text{Hz}$ 时幅值为0.94855，截止频率为154Hz(原来低通截止频率为 $f_2 = 150\text{Hz}$)。但曲线产生了轻微的振动，最大幅值为1.062，即平顶部分最大绝对误差为6%。

从上面几张频谱曲线图可知，截取时窗长度 N 越大，越接近预想的滤波器频谱，误差就越小。但考虑到计算机运算速度和无法进行卷积的边界点， N 不宜选得过大，只要能满足精度要求尽量选择较小的 N 值。

四、噪声抑制能力

输入信号经 (15) 式后信噪比改善程度如何呢？这是我们感兴趣的问题。我们通常遇到的噪声是一种随机噪声，其概率分布规律符合高斯分布，即

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (21)$$

且噪声电压平均值 μ 为零，我们常用噪声电压均方值 σ^2 来衡量其大小。那么噪声通过式(15)所确定的系统后抑制程度如何呢？

设白噪声功率谱密度为：

$$S_n(f) = \begin{cases} N_0 & 0 < f < \infty \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (22)$$

由于噪声在不同时刻的概率分布是一样的，属平稳随机过程^[4]，由维纳—钦辛定理知噪声通过 $H(f)$ 所确定的系统后的功率谱密度为：

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_n(f) = N_0 H^2(f) \quad (23)$$

输出噪声功率为：

$$\begin{aligned} \overline{y^2} &= \int_0^\infty N_0 H^2(f) df \\ &= N_0 K_0^2 \int_0^\infty \frac{H^2(f)}{K_0^2} df \end{aligned} \quad (24)$$

式中 K_0 为系统增益，如令

$$\Delta f_{\dots} = \int_0^\infty \frac{H^2(f)}{K_0^2} df \quad (25)$$

表示系统对噪声的选择性，称作等效噪声带宽，则 (24) 式可写成：

$$\overline{y^2} = K_0^2 N_0 \Delta f_{\dots} \quad (26)$$

那么输出噪声有效值为

$$\overline{y} = \sqrt{\overline{y^2}} = \sqrt{K_0^2 N_0 \Delta f_{\dots}} = K_0 \sqrt{N_0 \Delta f_{\dots}} \quad (27)$$

假设输入信噪比为

$$SNR_{in} = \frac{S(t)}{x(t)} = \frac{S(t)}{\sqrt{N_0 \Delta f_{in}}} \quad (28)$$

那么经 $H(f)$ 后的输出信噪比为

$$SNR_{\dots} = \frac{K_0 S(t)}{\overline{y}(t)} = \frac{S(t)}{\sqrt{N_0 \Delta f_{\dots}}} \quad (29)$$

系统的信噪比改善度为

$$SNRI = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} = \frac{\sqrt{N_0 \Delta f_{in}}}{\sqrt{N_0 \Delta f_{out}}} = \sqrt{\frac{\Delta f_{in}}{\Delta f_{out}}} \quad (30)$$

可见，欲知道系统的信噪比改善度 $SNRI$ 只需求出系统的等效噪声带宽 Δf_{out} 。对于未经截取处理的频谱 $\overline{H(f, f_1, f_2)}$ 其等效输出噪声带宽为

$$\begin{aligned} \Delta f_{out} &= \int_0^{\infty} \frac{\overline{H^2(f, f_1, f_2)}}{K_0^2} df && (\text{其中 } K_0 = 1) \\ &= \int_0^{f_1} df + \int_{f_1}^{f_2} \frac{1}{4} \left(1 + \cos \frac{f-f_1}{f_2-f_1} \pi \right)^2 df \\ &= f_1 + \frac{1}{4} \int_{f_1}^{f_2} \left(1 + 2 \cos \frac{f-f_1}{f_2-f_1} \pi + \cos^2 \frac{f-f_1}{f_2-f_1} \pi \right) df \\ &= \frac{1}{8} (5f_1 + 3f_2) \end{aligned} \quad (31)$$

若取 $f_1 = 100\text{Hz}$, $f_2 = 150\text{Hz}$, 则 $\Delta f_{out} = 118.7\text{Hz}$ 。

对经截尾处理的时间序列对应的频谱 $H_{-N,N}(f, f_1, f_2)$, 虽不能方便地求得 Δf_{out} 的解析式, 但借助于计算机可求出其等效噪声带宽。下面是在 $f_1 = 100\text{Hz}$, $f_2 = 150\text{Hz}$ 时, 不同截取长度 N 情况下由计算机求得的等效噪声带宽。可以看出当 N 较大时其值与 $\frac{1}{8} (5f_1 + 3f_2)$ 相差无几。

```
When f1=100 f2=150 Sample Gap=0.3ms Window Length=8 FN=103.615625
When f1=100 f2=150 Sample Gap=0.3ms Window Length=12 FN=111.640881
When f1=100 f2=150 Sample Gap=0.3ms Window Length=24 FN=116.9417
When f1=100 f2=150 Sample Gap=0.3ms Window Length=36 FN=118.162885
When f1=100 f2=150 Sample Gap=0.3ms Window Length=48 FN=118.646096
When f1=100 f2=150 Sample Gap=0.3ms Window Length=64 FN=118.84306
```

五、系统的实现和结果分析

卷积滤波在计算机上是很容易实现的, 在进行卷积滤波之前先确定滤波器参数, 给定 f_1 、 f_2 和截取长度 N , 以便计算机求出滤波因子列。对一列 L 长的数据要做 $L-2N$ 次卷积, 每次卷积需循环 $2N+1$ 次。在 L 和 N 较大时做一次卷积滤波是较费时间的。在 L 确定的情况下, 应尽量减少每次卷积的时间。由于 $\overline{h(n, f_1, f_2)}$ 是对称的, 我们可改 (15) 式为

$$y(n) = \overline{h(0, f_1, f_2)} x(n) + \sum_{j=1}^N h(j, f_1, f_2) [x(n-j) + x(n+j)] \quad (32)$$

这样每次卷积只需做 N 次循环, 速度就提高了近一倍。

由一支齐纳二极管做成的白噪声发生器发生均匀的白噪声, 经放大再截去甚高频成份的噪声和被测的有用信号送加法器进行混合, 得到伴有噪声的输入信号, 信噪比可方便地通过调节输入信号幅度或白噪声发生器的增益而改变。

本实验中选频率为 100Hz , 4.7V_{rms} 正弦波与 $P-P$ 值为 14V 的白噪声经带宽为 500KHz

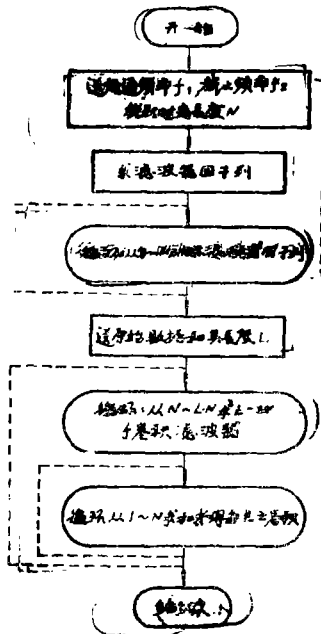


图13 卷积滤波的计算机实现框图

伴有噪声的输入信号画在每张图上方，下方是经不同截取时窗长度 N 数字滤波器滤波后的输出曲线，各参数也列在每张图中。

从图14、15、16中可以看出由 $H_{-N,N}(f, f_1, f_2)$ 所确定系统具有很强的抑制噪声能力。对应截取时窗 N 较小时信噪比改善程度要稍差一些，这与四、中所讨论是一致的。输出信号的幅值在 N 较小时要比输入时小一点（假设系统增益为 1），当 N 达到一定值时就基本上趋于相等，这与在三、中讨论的相吻合。

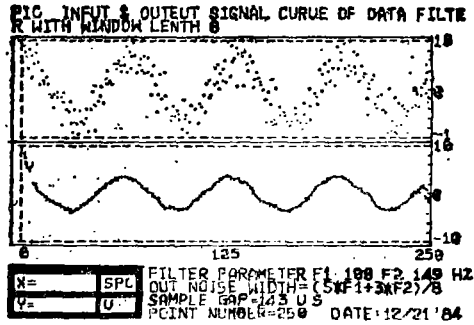


图14 当 $N = 8$ 时滤波器输入输出信号曲线的加法器混合，所以输入信噪比 SNR_{in} 为：

$$SNR_{in} = \frac{4.7}{14/8} = 2.7$$

假设加法器是一个一阶系统输入噪声带宽为

$$\begin{aligned} \Delta f_{in} &= \frac{\pi}{2} f_{3dB} = \frac{\pi}{2} \times 500\text{KHz} \\ &= 785\text{KHz} \end{aligned}$$

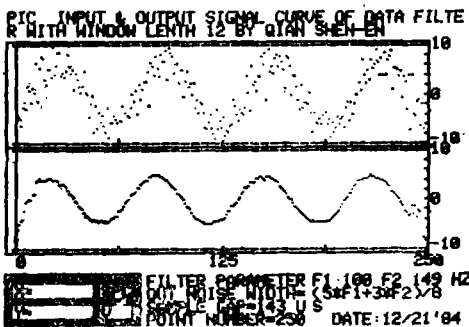


图15 当 $N = 12$ 时滤波器输入、输出信号曲线

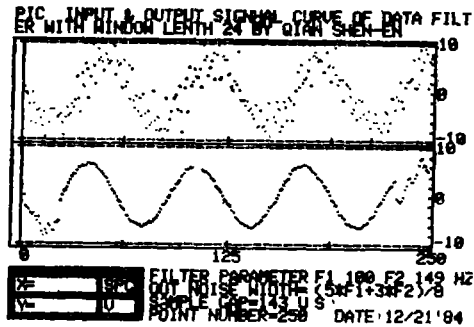


图16 当 $N = 24$ 时滤波器输入、输出信号曲线

本文得到王汝勤副研究员的指导和帮助，在此深表谢意。

参 考 文 献

- [1] R. W. Hamming, Digital Filters, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1977.
- [2] Athansions Papoulis, The Fourier Integral and its Applications, Mcgaw—Hill Book Company Inc., 1962.
- [3] T. M. 非赫金奇尔茨; 微积分学教程 (第三卷, 第三分册), 高教出版社, 1957.
- [4] 吴祈耀; 随机过程, 国防工业出版社, 1984.

Principle and Application of Digital Filter by Convolution Border Using Cosine Factor

Qian Shenen

Abstract

The key of realizing convolution filter, which processes discrete signals, is to design expectant frequency transformation of filters. Although the ideal lowpass filters in theory can restrain noise and improve signal-noise ratio of the system, its time function is an infinite long sequence. In practice, this sequence must be truncated to a finite number of terms, and then gibbs phenomenon will arise and lead to the frequency spectrum distortion. This paper describes an optimal frequency transformation of filter which has minimum gibbs phenomenon after truncated by time window. The truncation error corresponding different time window length is analysed. The ability of restraining noise of the filter is also discussed. Finally, the block diagram of doing digital filter is given out, and the system is verified by experiment.