

等转角可变光栏自动设计

王 申 格

这里提出了计算机辅助设计等转角可变光栏的一种方法, 并利用 ALGOL—60 语言编制了计算程序。

一 等转角条件

孔径可变的光栏是镜头设计中经常遇到的一个元件, 它主要由三部分组成: (图 1) 光栏座, 光栏片和光栏转环。由六至十几片光栏片构成的多边形光孔, 决定通光口径的大小。光栏片的工作边通常为直线或圆弧。在光栏片的两面铆或焊接两个销钉, 其中一个插入光栏座的销孔内, 我们称之为定钉, 另一个销钉卡在光栏转环的开槽内, 叫做动钉。光栏座与镜筒固定在一起, 光栏转环可以相对于光栏座转动。转环转过一定角度, 带动动钉, 使光栏片绕定钉摆过相应的角度, 这样, 通光口径的大小就改变了。

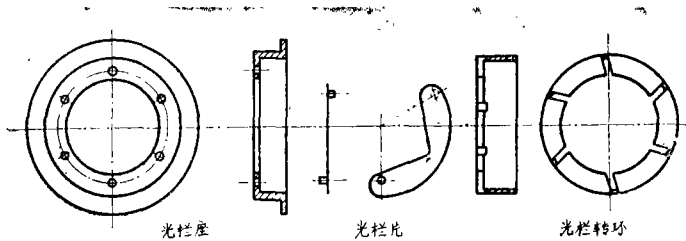


图 1

所谓等转角可变光栏, 是指光栏转环转过的角度 θ 与通光面积 S 满足如下关系:

$$\sqrt{S_i/S_o} = \exp [k(\theta_i - \theta_o)] \quad (1.1)$$

其中 S_o, S_i 分别为最大口径及任意口径时的通光面积, θ_o, θ_i 为相应的转环转角, k 为比例常数。

如果以 R_o, R_i 代表对应于 S_o, S_i 的光孔内切圆半径, 由 (1.1) 式得:

$$R_i/R_o = \exp [k(\theta_i - \theta_o)] \quad (1.2)$$

如果 S_i 的值满足下式,

$$S_i = 2^{-I} \cdot S_o \quad I = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

即

$$R_i = 2^{-\frac{I}{2}} \cdot R_o \quad I = 0, 1, 2, \dots \quad (1.4)$$

代入 (1.2) 式, 就得到

$$\exp [k(\theta_i - \theta_o)] = 2^{-\frac{I}{2}} \quad I = 0, 1, 2, \dots \quad (1.5)$$

即

$$\theta_i - \theta_0 = k_1 \times I \quad I = 0, 1, 2, \dots \quad (1.6)$$

其中 k_1 为常数,

$$k_1 = -\frac{1}{2k} \cdot \ln 2 \quad (1.7)$$

对应于整数 I , θ_i 构成从 θ_0 开始的等差级数。

按照习惯, 光栏转环上刻写 F 数 (即相对孔径的倒数) 标记光孔的大小, 如 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22, 32……等值。每两个 F 数之比应满足关系式 (1.4)。可见, 如果可变光栏满足 (1.1) 式, 则转环上相邻两刻度之间对应的转角是一个定值, 这对于刻字和使用都是很方便的。

二 动钉的坐标

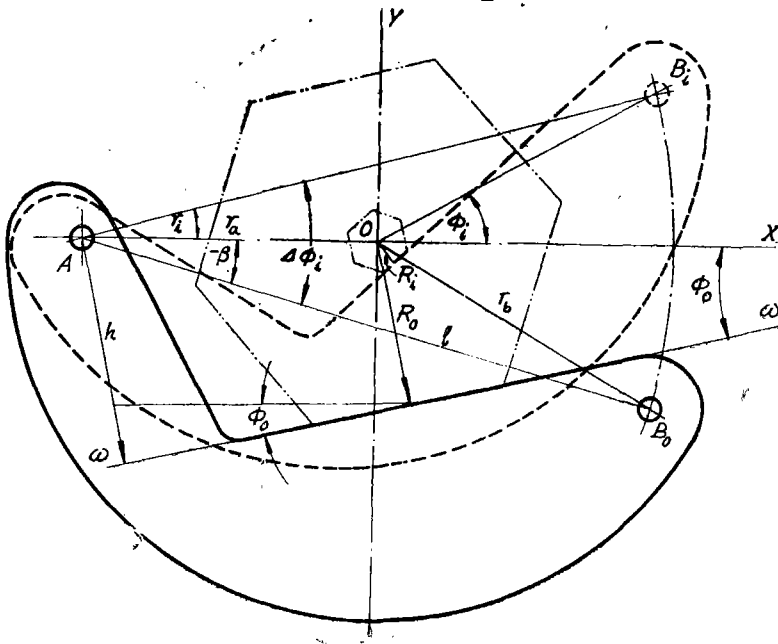


图 2

参看图 2, O 为光孔中心, XOY 代表固定在光栏座上的直角坐标系, OX 轴通过定钉 A , 动钉以 B 表示, $\omega\omega$ 代表光栏片的工作边。 A 距 $\omega\omega$ 的距离为 h , $|AO| = r_a$, $|BO| = r_b$, $|AB| = l$, O 点距 $\omega\omega$ 的距离即光孔内切圆半径 R 。图中实线画出的光栏片处于光孔最大的位置, 相应的量注以下标 0 , 虚线画的光栏片处于光孔内切圆半径为 R_i 的位置, 相应的量注以下标 i 。当 r_a, r_b, l, h 给定之后, 光栏片的位置即由 R_i 唯一确定。以下推导出此时动钉 B_i 的坐标 x_{bi}, y_{bi} 。

$$\Phi_0 = \arcsin[(h - R_0)/r_a] \quad (2.1)$$

$$\Phi_i = \arcsin[(h - R_i)/r_a] \quad (2.2)$$

$$\Delta\Phi_i = \Phi_i - \Phi_0 \quad (2.3)$$

$$\beta = -\arcsin[(r_a^2 + l^2 - r_b^2)/(2r_a l)] \quad (2.4)$$

$$r_i = \beta + \Delta\Phi_i \quad (2.5)$$

$$x_{bi} = l \cos r_i - \bar{r}_a \quad (2.6)$$

$$y_{bi} = l \sin r_i \quad (2.7)$$

以 $X'OY'$ 代表固定在光栏转环上的直角坐标系, 且令光孔最大时, XOY 与 $X'OY'$ 两个坐标系对应的坐标轴重合, 当光孔内切圆半径为 R 时, 光栏转环转过 θ_i , 即 $X'OY'$ 坐标系相对于 XOY 坐标系旋转 θ_i , 此时动钉 B_i 在坐标系 $X'OY'$ 中的坐标 x_{bi}' , y_{bi}' 为:

$$x_{bi}' = x_{bi} \cdot \cos \theta_i + y_{bi} \cdot \sin \theta_i \quad (2.8)$$

$$y_{bi}' = -x_{bi} \cdot \sin \theta_i + y_{bi} \cdot \cos \theta_i \quad (2.9)$$

如果转环转角 θ_i 满足 (1.2) 式, (此时 $\theta_0 = 0$), 由 (2.8) 与 (2.9) 式求出的 B_i' (x_{bi}' , y_{bi}') 的轨迹, 即是满足等转角要求的转环开槽的理想形状。参看图 3。

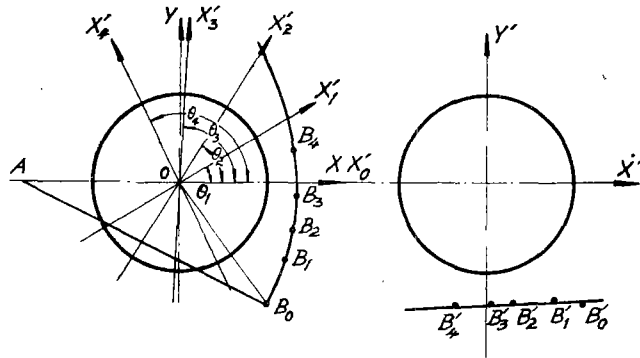


图 3

三 直线拟合

为了加工方便和降低成本, 一般都是用直线槽代替由上节求出的曲线槽型。由此带来的误差, 将在后几节讨论。

这条直线的确定, 可以根据最小二乘法的原理。首先, 利用上一节的公式, 求出几个不同位置 B 的坐标 x_{bi}' , y_{bi}' , 然后计算:

$$S_1 = \sum_{i=1}^n x_{bi}' \quad (3.1)$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n x_{bi}'^2 \quad (3.2)$$

$$t_0 = \sum_{i=1}^n y_{bi}' \quad (3.3)$$

$$t_1 = \sum_{i=1}^n x_{bi}' y_{bi}' \quad (3.4)$$

$$A_1 = (t_0 S_2 - t_1 S_1) / (n S_2 - S_1^2) \quad (3.5)$$

$$A_0 = (n \cdot S_2 - t_0 S_1) / (n \cdot S_2 - S_1^2) \quad (3.6)$$

则直线方程为

$$\tilde{Y} = A_0 + A_1 \tilde{X} \quad (3.7)$$

这 n 个点的 y 坐标与此直线的偏离量的标准差为:

$$(\Delta_y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{b,i}' - A_0 - A_1 x_{b,i}')^2 / (n-2)} \quad (3.8)$$

四 逼 近

我们的问题在于如何选择各结构参数, 使得以直线槽代替曲线槽而带来的误差最小。这里有五个可变的参数, 即(二)节中说明的定钉的中心距 r_a , 动点的中心距 r_b , AB 的长度 l , 定钉距工作边距离 h , 以及(1.6)式中的转环转角比例常数 k_1 。我们以点 $X(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 代表这五个量, 即 $x_1 = r_a$, $x_2 = r_b$, $x_3 = l$, $x_4 = h$, $x_5 = k_1$, 以(三)节中求得的标准方差 (Δ_y) 做为评价函数, 可见 Δ_y 是 X 的函数, 即有

$$(\Delta_y) = F(X) \quad (4.1)$$

问题归结为找出点 $X(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 使得 $\Delta_y = F(X)$ 在此点取最小值。这里采用梯度法逼近。即对于给定的一组数 $X_k(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, 求出此点的梯度 $\text{grad } F(X_k)$, 适当选取步长 u , 令

$$X_{k+1} = X_k - u \cdot \text{grad } F(X_k) \quad (4.2)$$

使得 $|F(X_{k+1}) - F(X_k)|$ 最大。再求出 X_{k+1} 点 $F(X_{k+1})$ 的梯度, 重复进行以上过程, 逐步逼近, 直至 $\Delta_y = F(X)$ 达到预定的精度要求。

步长 u 的选取是这样进行的: 预定步长 ω , 令 $u = \omega$, 计算(4.2)式和 $F(X)$, 如果 $F(X)$ 减小, 取 $u = 2\omega, 4\omega, 8\omega, \dots$ 直至 $F(X)$ 不再减小; 如果 $u = \omega$ 时 $F(X)$ 不减小, 则取 $u = \frac{\omega}{2}, \frac{\omega}{4}, \frac{\omega}{8}, \dots$, 直至 $F(X)$ 开始减小。

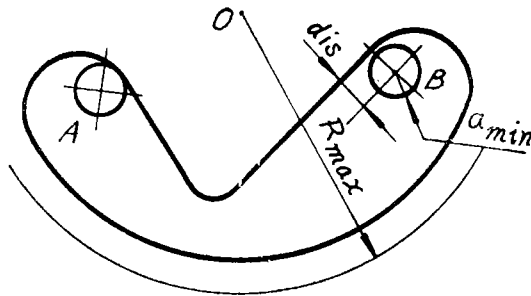


图 4

五 边界条件

由于结构上的要求, 点 $X(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 的变化范围是受到限制的, 在逼近过程中, 如果 X 中的某一分量增值后破坏了边界条件, 必须退回到原值。

参看图 4, 如果光栏片允许的最大半径为 R_{max} , 销钉孔中心至光栏片边缘的最小允许距离为 d_{min} , 光孔的最大及最小半径为 R 与 R_s , 动钉 B 距工作边的距离为 dis , 则 X 的各分量必

须满足以下边界条件:

$$x_1 (\text{即 } r_a): r_a > R_o + d_{\text{min}} \quad (5.1)$$

$$r_a < R_{\text{max}} - d_{\text{min}} \quad (5.2)$$

$$x_2 (\text{即 } r_b): r_b < R_{\text{max}} - d_{\text{min}} \quad (5.3)$$

$$\text{dis} > d_{\text{min}} \quad (5.4)$$

$$x_3 (\text{即 } l): l < r_a + r_b \quad (5.5)$$

$$l > r_a + R_o + d_{\text{min}} \quad (5.6)$$

$$x_4 (\text{即 } h): h < r_a + R_s \quad (5.7)$$

$$x_5 (\text{即 } k_1): k_1 \cdot n < 126^\circ \quad (5.8)$$

六 误差的允限

以摄影物镜为例进行分析。如果底片的 γ 值等于1,在底片特性曲线的线性范围内,由关系式

$$D = \gamma \cdot \log H - D_o \quad (6.1)$$

(其中 D 为底片密度, H 为曝光量)

可以导出

$$dD = \frac{dH}{H} / \ln 10 \quad (6.2)$$

因为人眼可以查觉密度 D 的变化量 ΔD 为0.02,代入上式得到

$$\begin{aligned} \Delta H/H &= \Delta D \times \ln 10 \\ &= 0.02 \times 2.3 \\ &\approx 5\% \end{aligned} \quad (6.3)$$

因为曝光量是象面照度与曝光时间的乘积,从此出发,则要求象面照度变化不超过5%,使得两个不同的镜头在同一光圈指示数下对同一景物曝光相同时间所得的底片密度,不为人眼所查觉。

在实际电影摄影中,并不需要如此严格的要求。同一型号的不同镜头,透过率相差经常大于10%,对于片数较多的变焦距镜头,相差还要大,甚至达到100%。另外,光栏转环上一般只刻写光圈数字,在通常使用中置准精度不可能超过 ± 1 毫米,对应于直径60毫米的转环的转角约 $2^\circ = 0.04$ 弧度,根据(1.2)式,

$$\begin{aligned} dR_i/R_o &= \exp[k(\theta_i - \theta_o)] \cdot k \cdot d\theta_i \\ &= \frac{R_i}{R_o} \cdot k \cdot d\theta_i \end{aligned}$$

$$\text{即 } k \cdot d\theta_i = dR_i/R_i \quad (6.4)$$

一般 k 约为1.3左右,将 $\Delta\theta = 0.04$ 代入上式,

$$|\Delta R_i/R_i| = 5\% \quad (6.5)$$

对应有

$$|\Delta S_i/S_i| = 10\% \quad (6.6)$$

考虑到以上两项误差对象面照度的影响,由于偏离等转角条件而带来的通光面积的变化量控制在小于10%已经是很严的要求了。相应的口径的误差应小于5%,即

$$|\Delta R_i / R_i| < 5\% \quad (6.7)$$

下面我们分析一下 ΔR_i 与前两节用到的 Δr 之间的关系。由(2.1)~(2.7)式，我们可以得出

$$\begin{aligned} \sin \varphi_i &= (h - R_i) / r_o \\ r_i &= \beta + \varphi_i - \varphi_o \\ y_{bi} &= l \cdot \sin r_i \\ x_{bi} &= l \cdot \cos r_i - r_o \\ y_{bi}' &= -x_{bi} \cdot \sin \theta_i + y_{bi} \cdot \cos \theta_i \end{aligned}$$

如果我们仅分析 dy_{bi}' 与 dR_i 的关系，视其余量为常量，对以上各式微分，得

$$\begin{aligned} d\varphi_i &= -dR_i / (r_o \times \cos \varphi_i) \\ dr_i &= d\varphi_i \\ dy_{bi} &= l \cdot \cos r_i \cdot dr_i \\ dx_{bi} &= -l \cdot \sin r_i \cdot dr_i \\ dy_{bi}' &= -\sin \theta_i dx_{bi} + \cos \theta_i dy_{bi} \end{aligned}$$

整理后得到

$$dy_{bi}' = -\frac{l}{r_o} \frac{\cos(\theta_i - r_i)}{\cos \varphi_i} dR_i \quad (6.8)$$

一般 $\cos \varphi_i > 0.8$ ， $l/r_o \cong 1.5$ ，又因为

$\cos(\theta_i - r_i) \leq 1$ ，所以得到

$$|dy_{bi}'| < 2|dR_i| \quad (6.9)$$

由上式可见， $\Delta y_{bi}'$ 的允限是与 R_i 有关的。为此，对前面用到的评价函数应当做如下修正：因为 $|\Delta y_{bi}' / R_i|$ 的允限对任何口径都是一致的，所以令修正后的评价函数为：

$$(\Delta_y') = \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^n [(y_{bi}' - A_o - A_1 x_{bi}') / R_i]^2 \right\} / (n-2)} \quad (6.11)$$

并规定逼近的目标值：

$$\varepsilon = 0.05 \quad (6.12)$$

根据误差理论，当 $(\Delta_y') = \varepsilon$ 时，各点距直线的偏差 $|dy_{bi}'| < 2 \cdot \varepsilon \cdot R_i$ 的概率约 95%。根据(6.9)式得出，由此引起的孔径变化 $|\Delta R_i / R_i| < 0.05$ ，即与(6.7)式要求相符。

根据实际数据的计算，如果规定

$$\varepsilon = 0.2$$

即要求 $|\Delta R_i / R_i| < 0.2$ ，利用此程序 (6.13)

可以很快得到满意的结果，而这种精度要求对于大多数镜头的实际需要已是足够的了。

七 程序的说明

1. (二)节“求动钉的坐标”，编写在过程说明 *Procedure COOD* 中，28—52行。
2. (三)节“直线拟合”，编写在过程说明 *Procedure DEVI A* 中，53—77行。
3. (四)节“逼近”。编写在主程序中，89—157行其中 108—123行为(五)节“边界条件”。

4. n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 为指示计算次数的标识符。13—28行 *Procedure ERR* 为检验三角函数错误的过程说明。因为输入的初始数据不当, 可能造成这种错误。

5. 输入数据依次为

(1) n : 需要拟合的点子个数, 一般可取 n 等于光圈档数减一。

(2) mm : 控制计算时间的量。即求 $(\Delta r')$ 的次数或破坏边界条件的次数不得超过此值, 否则即使未达到精度要求, 也停止运算, 打印结果。在503机上, mm 取值200时, 约计算1~2分钟。

(3) R_0 : 最大孔径时的内切圆半径;

(4) eps : 精度要求 ϵ ;

(5) w : 逼近时的预选步长, 一般可取.01左右。

(6) u : 求梯度时增量相对值, 一般取.0001

(7) min : 即(五)节中的 d_{min} : 销钉孔中心距光栏片边缘的最小允许距离。

(8) max : 即(五)节中的 R_{max} : 光栏片的最大允许半径。

(9) R_n : 最小一档时的内切圆半径。

以下五个量为初始值, 可粗略作图确定。

(10) r_a : 定钉距中心距离。

(11) r_b : 动钉距中心距离。

(12) l : 动钉与定钉的间距。

(13) h : 定钉距光栏片工作边距离。

(14) $Sita$; 即 k_1 : 每一档的转角数。此量以度($^\circ$)值给出。

6. 输出的结果

(1) 最终的 r_a, r_b, l, h, k_1 值。

(2) 直线方程式及加权计算的方差。

(3) 求 $(\Delta r'), grad F(X)$, 步长加倍以及破坏边界条件的次数。

(4) 各档光圈的半径及转环的转角, 以 $R_i = R_0$ 时的转角为 0。

八 讨 论

1. 如果改直线为圆弧去拟合这条曲线, 由于增加了变量, 可望达到更高的精度。但对于此问题没有必要。

2. 在实际计算中, 发现误差 $(\Delta r')$ 小于某个量后逼近的速度就很慢了, 陷入局部极小不能解脱。如果改梯度法为其他逼近方法, 可能有利。但因为这个问题的变量较少, 很可能达不到 too 高的精度要求。

3. 边界条件还有进一步改善的可能。去掉不必要的限制, 增加由于结构设计及加工方法所提出的新的要求, 如压力角的大小。光栏片数增多可能导致相邻片的干涉等。

九 实 例

$$n = 10$$

最大光孔半径 $R_0 = 1$

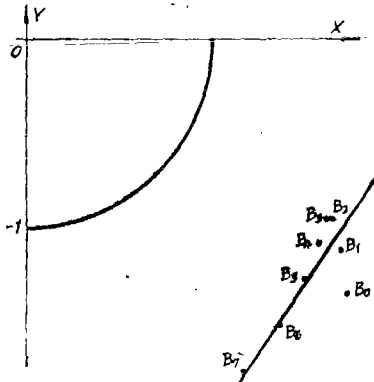


图 5

最小光孔半径 $R_n = 0.1$
 限制条件: $R_{max} = 2.5$
 $d_{min} = 0.2$

输入的初始数据为:

- $r_a = 1.25$
- $r_b = 2.2$
- $l = 3$
- $h = .6$
- $k_1 = 8$

经300次求 ($\Delta, '$) 的运算(约 2 分钟), 打印结果

- $r_a' = 1.292$
- $r_b' = 2.126$
- $l' = 3.160$
- $h' = 0.602$
- $k_1' = 8.443$

直线槽的方程式为 $y = 0.757x - 2.362$

在各档光圈位置, y 与理想槽型的偏差 $\Delta y_{bi}'$ 以及由此引起的光孔半径变化的相对量 $|\Delta R_i/R_i|$ 如下表

R_i	.1	.14	.2	.28	.4	.56	.B	1
$\Delta y_{bi}'$	-.014	.018	-.010	-.065	-.100	-.070	.084	.280
$ \Delta R_i/R_i $.14	.13	-.05	-.23	-.26	-.13	.1	.28

$$\sqrt{\sum_1^8 (\Delta R_i/R_i)^2 / 6} \doteq 0.2$$

图 5 给出直线以及各点的图形