

用复合共振法测定光学玻璃的 杨氏模量、剪切模量和泊松比

顾琢如 赵玲艳*

一、前 言

固体材料的弹性常数，是指弹性模量 E （或称杨氏模量），剪切模量 G 和泊松比 μ 三种性质。有关光学玻璃的上述性质的测定，如上海硅酸盐所、上海光机所等单位均先后开展过研究工作。77年上海光机所用声频共振法、复合振子法及超声测速法作了无机玻璃的弹性测定，进行了三种方法的比较，打下了这方面工作的基础。为了进一步完善我国光学玻璃机械性质的测试方法，我们近年来又在兄弟单位的基础上，建立起用复合共振法测定光学玻璃的弹性常数。这一方法的特点是：方法简便，重覆性高，精度在1%以内，要求加工的试样小。首次实现了用一套设备直接测出光学玻璃的三个弹性数据。作为光学玻璃常温下弹性常数的惯常测试方法是较为理想的。

本工作中，我们加工了纵向振动石英振子及扭转振动石英振子。测定了三种国产熔石英玻璃及40种光学玻璃弹性数据，结果满意。

二、测试原理及方法

在外力作用下，固体要改变形状，这是固体的基本性质之一。固体有抵抗改变其质点间相对位置的能力。当外力作用停止时，固体能消除由外力所引起的变形，这一特性称为弹性。在弹性极限内材料杆的伸长由下式决定：

$$\Delta L = \frac{PL}{EF} \quad (1)$$

式中 L ——试样杆的长度； ΔL ——伸长，
 F ——试样的截面积； P ——外力负荷
 E ——比例常数，代表材料的弹性模量。

上式指出：材料杆在应力未达到弹性极限之前，杆的变形 ΔL 与外力 P 及杆长 L 成正比与杆的截面积 F 成反比。上式可改写为： $\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} \cdot \frac{P}{F}$ 因为 $\frac{\Delta L}{L} = \epsilon$ 是应变， $\frac{P}{F} = \sigma$ 是应力，所以，弹性模量 $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ (2)

以上关系式表示了弹性模量等于应力与应变之比。过去人们常用静力学方法测量玻璃材料在弹性变形范围内的应力与应变的关系。根据试样受弯曲或扭转力矩后，变形的大

* 在弹性模量测定工作中，有吕文荣同志参加部分工作。

小来计算得到弹性常数。但由于玻璃是脆性材料，强度较低，制备的试样常常在弯曲和扭转过程中受到破坏。另外试样加工质量也影响测定数据，使重复性变差。（精度在5—10%之间）。从50年代开始[4]、[5]，国外就开始用动态法代替了静态法。动态法测量的特点是数据正确、可靠、瞬间应变应力远远低于弹性极限，试样不受破坏。可以重复测定同一块样品，测量精度高。

用动态法测定玻璃中弹性常数的方法是以机械波的传播理论为基础的。声的传递主要是由于质点的振动，当波动经过介质时，介质中各点顺序产生位移。惯性将使介质质点绕其平均位置振动。波经过时，物质的质点将沿一轨道运动。由于波自介质内经过时，需用一定的时间，故两个不同的位置质点在轨道上运行时将有相差。弹性波（声波或超声波）通过介质时的基本传播方程如下：

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3)$$

$$V_L = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}} \quad (4)$$

式中 V_s ——横波速度； V_L ——纵波速度；
 ρ ——介质密度； G, α ——介质的弹性常数。

当试样为棒状时，试样的截面是有限的。当其大大的小于长度时，则弹性波在棒状物体中的传播速度为

$$V_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5)$$

式中 E ——物体的弹性模量， G ——剪切模量

对于无限伸长的介质，物体截面和长度比弹性波波长（即 $d, L \gg \lambda$ ），物体的界面反射可以忽略，其传播速度为：

$$V_L = \sqrt{\frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \cdot \frac{E}{\rho}} \quad (6)$$

$$\text{令 } \frac{V_L}{V_s} = a, \mu = \frac{a^2 - 2}{2(a^2 - 1)} \quad (7)$$

式中 μ 为泊松比， G, E, μ 之间关系用下式表示

$$E = 2G(\mu + 1) \quad (8)$$

由公式可知，物体的密度及弹性常数决定了弹性波在物体中的传播速度。因此动态法主要测量原理是测量弹性波在玻璃中的传播速度。

测量弹性波在介质中的传播速度方法[6]很多，在低频技术中常采用共振法。在高频技术中，则采用脉冲法等。我们选用的方法为共振法中采取压电策动法（或称复合共振法）。

复合共振法是选用压电石英晶体的纵向振动和扭转振动，产生纯粹的纵波和横波，在玻璃样品中激发起超声频的纵向振动和扭转振动，使与石英晶体产生共振。对于各向同性的均匀玻璃材料，在可忽略损耗的细长棒中，半波纵波的共振频率有以下关系式：

$$f_L = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$\text{亦即 } V_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 2L f_L \quad (9)$$

在圆截面棒中的扭转振动的共振频率为

$$f_r = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

$$\text{亦即 } V_r = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = 2L f_r \quad (10)$$

式中 f_L ——试样的固有纵向振动频率

f_r ——试样的固有扭转振动频率

要测定试样的固有频率，必须首先测定石英振子的固有频率及石英振子与试样的复合频率，它们之间有下列关系式。[6]、[7]

$$f_L = f_s + \frac{M_\theta}{M_L} (f_s - f_\theta) \quad (11)$$

$$f_r = f_s + \frac{I_\theta}{I_L} (f_s - f_\theta) \quad (12)$$

式中 f_L ——试样纵向振动固有频率；

f_r ——试样扭转振动固有频率；

f_s ——试样与石英晶体复合共振频率；

f_θ ——石英振子固有频率；

M_θ ——石英振子重量； M_L ——试样的重量。

I_θ ——石英振子转动惯量； I_L ——试样的转动惯量。

转动惯量 $I = m \left(\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{12} \right)$ 表示，(r —半径； L ：长度)。

因此当测定了试样的固有频率，密度及长度后，可以代入公式(9)，(10)计算得 E 和 G 。再将 E 和 G 代入(8)求得泊松比 μ 。也可按下列公式计算。

$$E = 4L^2 \cdot f_L^2 \cdot \rho \quad (13)$$

$$G = 4L^2 f_r^2 \cdot \rho \quad (14)$$

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1 \quad (15)$$

三、压电石英振子的加工和试样的制备

复合共振法中的关键元件是转换能量的装备。通过此元件，将电能转换成机械能，又将机械能转换成电能。许多压电晶体具有压电效应及逆压电效应。当晶体在一定方向上受压或拉伸时，在对应的晶面上产生电荷，称压电效应。当压电晶体被放在电场中，而电场与晶体电轴方向一致时，晶体将沿一定的方向受到强烈的压缩和拉伸，称为逆压电效应。本工作中利用了天然水晶(β —石英晶体)的压电性能来转换能量。为了获得纯粹的纵向振动和扭转振动，必须首先加工得到石英晶体纵向振动振子和石英晶体扭转振动振子。

1. 纵向振动石英振子的加工

β —石英晶体属于三角晶系。有三根互交成 120° 的极轴(称电轴 x)，力轴(y 轴)和光

轴 (z 轴) 无双折射现象。如果在任一电轴方向上加上电场, 则使晶体在力轴方向上产生形变。为了获得纵向振动, 必须使力轴方向的线度比 x 一轴方向大得多, 达到这一目的采用 x 一切割。本工作中首先要粗选人工 β 一石英或天然水晶, 经过 x 一光衍射定向仪精确测定晶体的三个轴向。再按图 1 x 一切割成 $a \times b \times L = 3 \times 3 \times 21$ 毫米石英纵向振动振子。

加工好的石英纵向振动振子, 要在与 x 轴垂直的截面 bL 镀上银层, 并在银层面中心焊上一对电极 A, B 。如图 (2) 所示。将交流电场加在 A, B 电极上时, 将使石英振子在 y 轴方向上产生纵向振动。石英振子固有频率为 $f_L = \frac{2727}{L}$ 千赫。

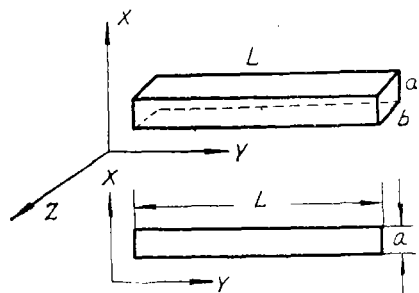


图 1 石英纵向振动振子 (x 一切割)

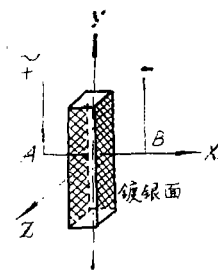


图 2 石英纵向振动振子电极焊接位置

- (1) 正方形截面 ab 与 y 轴垂直。
- (2) bL 截面与 x 轴垂直, aL 截面与 Z 轴垂直。
- (3) 晶体切割方向与晶轴之间偏差在 1° 以内。
- (4) bL 截面要求细磨, 其它面抛光, 两端面平行, 平行度 0.02 毫米。
- (5) 垂直于 x 轴 bL 截面镀银。

2. 扭转振动石英振子的加工

将定好向的石英晶体按图 3 切割加工成圆柱体, 使 x 轴方向的长度比 y 轴方向大得多。

($\phi 5 \times 35$ 毫米)

切割好的石英扭转振子, 在与 y 轴及 z 轴相间 45° 方向镀两对银面。在银面中心焊上电极。如图 4 相连。即 A, B 两中心连接 F 电极, C, D 两中心连接 E 电极。将交流电场加在 E, F 极上时, 将使石英晶体产生 X_y 切形变, 导致石英晶体产生纯粹的扭转振动。石英振子扭转振动的固有频率为 $f_t = \frac{1950}{L}$ 千赫。

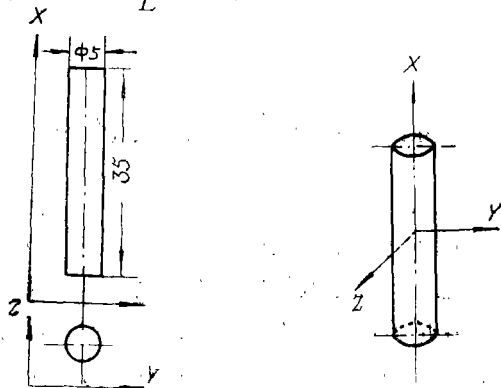


图 3 石英晶体扭转振动振子

- (1) 石英晶体按图切割并标出 Y, Z 轴
- (2) 两端面平行平行度 0.02 毫米
- (3) 四周细磨、抛光
- (4) 晶体切割方向与晶轴之间偏差在 1° 以内
- (5) 与 Y, Z 轴 45° 方向镀两对银面。

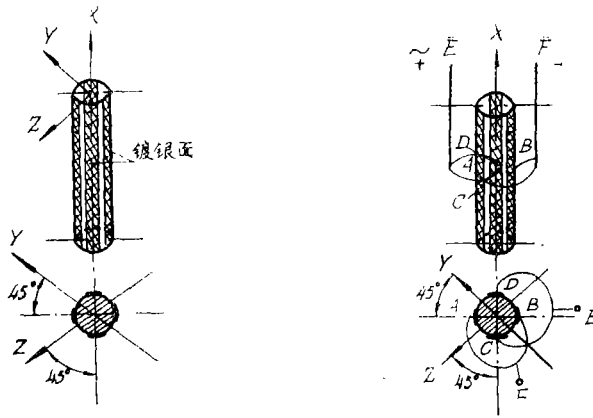


图4 石英晶体扭转振动振子镀银及电极焊接位置

石英振子镀银可以用真空镀银法，也可以用烧镀银层的方法。烧镀法温度不能超过 573°C ，如果超过此温度， β -石英将转化成 α -石英。 α -石英不产生压电效应。

3. 试样的加工

将退火好的玻璃加工成同石英纵向振动振子及石英扭转振动振子尺寸相同（ $3 \times 3 \times 21$ 及 $\phi 5 \times 35$ 毫米）的样品。二端平行细磨，四周抛光。（不同牌号的玻璃，其长度是不同的。）样品最后长度的确定，在测定复合频率过程中作调整。

四、实验仪器和线路连接方框图。

本实验所用仪器设备都可以在市场上购买得到。主要仪器有：(1)低频信号发生器，连续可变频率输出为20千赫—200千赫；(2)十进频率仪：用以精确测量频率值；(3)示波器或高频毫伏表，用以观察图形及测量电压值；(4)石英纵向振动振子和扭转振动振子；(5)测量试样长度的卡尺或千分尺；(6)测量密度的设备等。仪器之间的连接线路方框图见图5、图6。

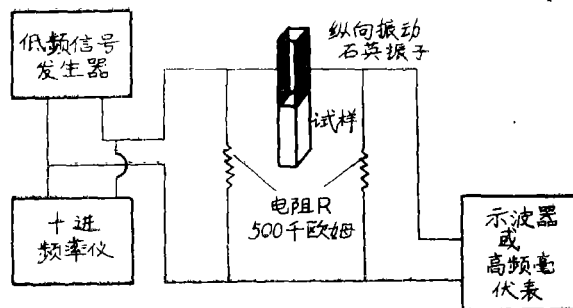


图5 测量弹性模量仪器线路连接方框图

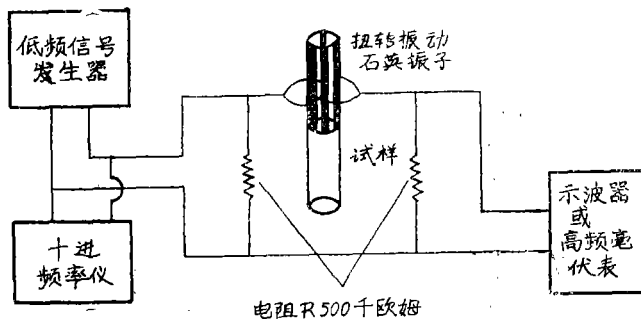


图6 测量剪切模量仪器线路连接方框图

五、测试方法和步骤。

1. 将加工好的石英振子焊接在夹具上，把仪器及振子按图5、图6线路连接好。(事先应按说明书调节好示波器，信号发生器及频率计)。接上稳压电源后再接通各仪器电源。

2. 连续调节信号发生器的频率，当频率与石英振子(纵向振子或扭转振子)固有频率一致时，在示波器上的正弦曲线图形将达到最大，在高频毫伏表上可测出最大电压值。此时振子相当于一个电阻，由于回路中电流达到最大，电阻上的电压降也最大。用频率计测定此时的频率，即为石英振子的纵向振动或扭转振动的固有机械共振频率。当频率小于或大于石英固有频率时，在示波器上都不能得到最大的正弦曲线图形。

3. 将事先加工好的玻璃试样的一端面上涂上少量的加拿大树胶(或其它中性树胶)，将玻璃试样垂直粘结在石英振子的一个端面上，使石英振子端面与试样端面紧密接触。然后连续调节信号发生器频率，以观察示波器的图形。当示波器上出现最大振幅波形时，即样品与石英振子发生了共振。此时频率计测得的是试样和石英振子的复合频率。当复合频率值小于石英振子固有频率时，应将试样取下，在其长度方向磨短，直至复合频率值接近石英振子的固有频率。如果复合频率值大于石英振子固有频率，则要重新加工样品，以增加样品的长度，直至接近振子固有频率为止。一般要使复合频率与石英振子固有频率之差与石英振子固有频率之比，即 $\frac{f_{复}-f_{石}}{f_{石}} \leq 1\%$ 。测量完毕后，关闭电源，将试样与石英振子接触端面上的加拿大树胶清洗干净。

4. 其它测试要求及项目如下：

(1) 精确测量试样的直径和长度。用精度为0.05毫米或0.01毫米的卡尺或千分尺测量。

(2) 称试样的重量，使用万分之一天平。

(3) 用流体静力学法进行玻璃试样的密度测量(精度 ± 0.005 克/厘米³)。

5. 数据处理

将各种记录数据首先代入公式(11)，(12)，计算试样纵向振动或扭转振动的固有机机械共振频率，然后代入公式(13)，(14)计算试样的弹性模量和剪切模量。再将 E 和 G 代入公式(15)计算 μ 值。

六 实验结果和精度讨论

1. 我们用以上方法测量了三种国产熔石英玻璃及四十种光学玻璃的弹性常数, 得到了下列各表中的数据。表1上部为我们测量的三种国产熔石英玻璃数据。熔石英A、C二种数据接近, 熔石英B的试样中, 存在许多条纹和气泡, 密度低, 因此E和G测定值较A、C低, μ 值较A、C试样高。表1下部列出的数据为国内兄弟单位和美国等测定的熔石英^[8]数据。与我们所测数据基本是一致的。由于熔石英的来源不同, 所含杂质不同及制造工艺不

表1 国产三种熔石英弹性常数与国外测定值比较

试样名称	数据来源	密度 克/厘米 ³	纵向速度 $\times 10^6 V_L$: 厘米/秒	杨氏模量 $E \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	横向速度 $\times 10^6$ V_s : 厘米/秒	剪切模量 $G_T \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	泊松比 μ
熔石英A	本实验测定值	2.207	5.755	7.450	3.757	3.176	0.173
熔石英B		2.186	5.741	7.345	3.728	3.102	0.183
熔石英C		2.202	5.763	7.447	3.761	3.175	0.173
熔石英	上海硅酸盐所		5.7584	7.4548			
熔石英	上海光机所	2.19		7.41			
熔石英	日本ガウスの物理书			7.4			
梭柱1 熔石英	J. A. C. S.	2.202	5.755	7.435		3.200	0.162
梭柱2 熔石英	No.5 1954	2.201	5.755	7.431		3.199	0.162
圆柱熔石英	数据	2.200	5.763	7.449		3.196	0.165
熔石英C-a	美国	2.2012		7.410		3.166	0.170
C-b	J. A. C. S.	2.2017		7.431		3.170	0.172
A-c	No.8 1962	2.2030		7.457		3.179	0.173
A-d	数据	2.2026		7.441		3.177	0.171
G-e		2.2027		7.423		3.187	0.164
G-f		2.2027		7.439		3.188	0.167
x-f		2.201		7.435		3.199	0.163
熔石英	苏联红外光学材料手册 1973.2			7.451			0.168

同, 玻璃的热历史也有差异, 因此也不可能得到完全一致的测定数值。由于测量的方法不同, 测定数据也会带来微小的差别。我们测定的实验数据与其它单位数据在小数点后第一位值是一致的, 证明本方法是可靠的。表2列出的是我国国产40种各种类型光学玻璃的弹性数值。将我国一些典型光学玻璃的弹性数据与西德 Schott 厂同类牌号玻璃的弹性数据作比较。可以看出虽然光学性质相同的玻璃, 其弹性常数是不同的, 因为各国使用的玻璃配方不同, 原料纯度不同及玻璃热历史的差异, 所以弹性数据是不可能一致的。但是我国各种类型的玻璃的弹性常数变化规律的趋势、是与他们一致的。

2. 精度的讨论

(1) 试样长度的选择问题

表3、4、5、分别为ZK₃, 熔石英玻璃C试样在不同长度时弹性常数的测定值。测定值如

表2 我国生产的四十种光学玻璃弹性常数测定值

玻璃牌号	密度克/厘米 ³	$V_L \times 10^5$ 厘米/秒	$E \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	$V_S \times 10^5$ 厘米/秒	$G \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	泊松比(μ)
ZK ₃	3.296	5.069	8.634	3.192	3.423	0.261
ZK ₁₂	3.733	4.828	8.871	3.005	3.435	0.291
BaK ₇	3.129	4.871	7.568	3.085	3.035	0.247
K ₉	2.54	5.487	7.796	3.531	3.228	0.208
BaK ₈	3.708	4.127	6.438	2.635	2.625	0.226
ZBaF ₄	3.955	4.066	6.666	2.603	2.732	0.220
F ₂	3.647	3.698	5.854	2.548	2.414	0.206
ZF ₂	4.10	3.676	5.648	2.357	2.323	0.216
ZF ₆	4.838	3.417	5.758	2.178	2.339	0.231
ZF ₇	5.283	3.257	5.713	2.089	2.351	0.215
TiF ₂	2.676	5.005	6.833	3.159	2.723	0.255
LaF ₁	3.640	5.539	11.384	3.457	4.434	0.284
LaF ₂	4.023	5.183	11.018	3.200	4.199	0.312
LaF ₃	4.481	4.515	9.409	2.822	3.638	0.293
TF ₃	3.179	4.240	5.826	2.641	2.260	0.289
FK ₁	3.715	4.705	8.392	2.922	3.234	0.298
LaK ₂	3.514	5.646	11.417	3.493	4.370	0.306
LaK ₃	4.187	5.337	12.157	3.344	4.773	0.273
平板玻璃	2.49	5.426	7.473	3.497	3.105	0.203
Na—Ca—Si 标准玻璃	2.52	5.377	7.426			
BaF ₂	3.16	4.562	6.704			
BaF ₃	3.23	4.777	7.513			
F ₁	3.48	4.076	5.893			
ZF ₁₀	5.483	3.174	5.632	2.004	2.244	0.254
LaF ₄	4.470	4.743	10.248	2.976	4.036	0.269
LaF ₅	4.147	5.425	12.440	3.359	4.770	0.304
TF ₄	3.21	4.150	6.190	2.740	2.457	0.259
TF ₅	3.58	4.348	6.900	2.628	2.520	0.369
TF ₆	3.84	4.130	6.683	2.574	2.594	0.288
LaK ₄	4.404	5.323	12.718	3.294	4.871	0.306
LaK ₅	3.661	5.002	9.337	3.165	3.738	0.249
LaK ₆	3.658	5.605	11.800	3.474	4.990	0.311
MgF ₂ (多晶)	3.208	6.633	14.361			
TiF ₃	3.31	7.104	17.029	4.423	6.600	0.290
LgSK ₄	4.20	4.293	7.889	2.664	3.037	0.299
WHC ₂₆ *	4.94	4.261	9.143	2.664	3.575	0.279
WHC ₂₇	5.048	4.245	9.273	2.621	3.535	0.312
WHC ₂₈	3.617	5.074	9.493	3.159	3.679	0.290
WHC ₂₉	3.862	4.847	9.249	3.022	3.596	0.286
WHC ₃₀	3.580	5.079	9.415	3.168	3.663	0.285

*WHC为红
外光学玻璃

表 3 ZK₃玻璃不同长度时弹性模量测定值及误差情况

d 克/厘米 ³	l (毫米)	$f_{石}$ (赫)	$f_{复}$ (赫)	$f_{复}-f_{石}$ (赫)	$\frac{f_{复}-f_{石}}{f_{石}}\%$	$V_L \times 10^5$ 厘米/秒	$E \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	$\frac{+1\% - -1\%}{E}$ 平均值 $\times 10^5$	与平均值 之差 $\times 10^5$	每项相对 误差(%)	$\frac{+1\% - -1\%}{\text{平均值}}$ $\times 10^5$	$\frac{+1\% - -1\%}{\text{平均值}}$ 相对误差 (%)
3.296	20.33	127770	125831	-1939	-1.5	5.050	8.567	8.586	-0.019	-0.22	± 0.03	± 0.31
	20.13	"	126556	-1241	-0.95	5.053	8.580		-0.006	-0.07		
	19.96	"	127417	-353	-0.28	5.074	8.651		+0.065	+0.76		
	19.81	"	127637	-133	-0.10	5.057	8.592		+0.006	+0.07		
	19.76	"	127886	+166	+0.091	5.058	8.596		+0.010	+0.12		
	19.62	"	128404	+634	+0.50	5.059	8.600		+0.014	+0.16		
	19.46	"	128762	+992	+0.78	5.046	8.553		-0.033	-0.38		
	19.34	"	129096	+1326	+1.03	5.039	8.531		-0.055	-0.64		
	19.26	"	129483	+1713	+1.34	5.047	8.557		-0.029	-0.33		

表 4 ZK₃玻璃不同长度时剪切模量测定值及误差情况

d (克/厘米 ³)	l (毫米)	$f_{石}$ (赫)	$f_{复}$ (赫)	$f_{复}-f_{石}$ (赫)	$\frac{f_{复}-f_{石}}{f_{石}} \%$	$V_s \times 10^5$ 厘米/秒	$G \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	$+1\% \sim -1\%$ G 平均值 $\times 10^5$	各项与平均 值差 $\times 10^5$	每项相对 误差%	$+1\% \sim -1\%$ 平均差 $\times 10^5$	$+1\% \sim -1\%$ 平均相对误差 %
3.296	29.49	56.167	55030	-1137	-2	3.156	3.346	3.434	-0.088	-2.50	± 0.02	± 0.6
	29.28	56.167	55308	-859	-1.5	3.170	3.376		-0.058	-1.60		
	29.00	56.167	55611	-556	-0.99	3.181	3.400		-0.034	-0.99		
	28.75	56.167	55880	-287	-0.51	3.189	3.417		-0.017	-0.50		
	28.52	56.167	56125	-42	-0.075	3.198	3.436		+0.002	+0.058		
	28.25	56.167	56400	+233	+0.41	3.206	3.455		+0.021	+0.61		
	28.00	56.167	56640	+473	+0.84	3.213	3.460		+0.026	+0.76		
	27.75	56.167	56877	+710	+1.26	3.220	3.484		+0.050	+1.46		
	27.54	56.167	57084	+917	+1.63	3.227	3.499		+0.065	+1.89		
	27.33	56.167	57120	+953	+1.70	3.208	3.458		+0.024	+0.70		
	27.00	56.167	57489	+1322	+2.35	3.228	3.503		+0.074	+2.50		

表 5 石英玻璃 (C) 不同长度时剪切模量测定值及误差情况

d (克/厘米 ³)	l (毫米)	$f_{石}$ 赫	$f_{复}$ (赫)	$f_{复}-f_{石}$ (赫)	$\frac{f_{复}-f_{石}}{f_{石}} \%$	$V_s \times 10^5$ 厘米/秒	$G \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	$+1\% \sim -1\%$ G 平均值 $\times 10^5$	各项与平均 值差 $\times 10^5$	每项相对 误差%	$+1\% \sim -1\%$ 平均差 $\times 10^5$	$+1\% \sim -1\%$ 平均误差%
2.202	34.15	56.167	53586	-581	-1.03	3.752	3.160	3.178	-0.018	-0.57	± 0.012	± 0.4
	34.03	56.167	55690	-477	-0.73	3.754	3.163		-0.015	-0.47		
	33.70	56.167	55968	-199	-0.35	3.757	3.168		-0.01	-0.31		
	33.50	56.167	55164	-3	-0.05	3.762	3.177		-0.001	-0.031		
	33.27	56.167	56409	+242	+0.43	3.773	3.195		+0.017	+0.53		
	33.09	56.167	56549	+382	+0.68	3.773	3.195		+0.017	+0.53		
	32.85	56.167	56683	+516	+0.92	3.767	3.185		+0.007	+0.22		
	32.63	56.167	56902	+735	+1.31	3.775	3.199		+0.021	+0.66		
	32.31	56.167	57070	+903	+1.61	3.765	3.182		+0.004	+0.13		

在 $\frac{f_{\text{复}} - f_{\text{石}}}{f_{\text{石}}} \leq 1\%$ 范围以内时, 其最大误差为 $\pm 0.06 \times 10^5$ 公斤/厘米², 最大相对误差 $\pm 0.8\%$ 以内。其平均差值为 $\pm 0.02 \times 10^5$ 公斤/厘米², 平均相对误差为 $\pm 0.6\%$ 。实验测定过程表明, 试样长度调节到当复合频率与石英振子固有频率值接近时是最灵敏的。在测定剪切模量时尤其明显。在两者频率相差很远时, 灵敏度要降低, 频率值不易测精确。在选择样品的长度时, 必需尽量使复合频率值接近于石英振子固有频率。实验还表明不同玻璃磨短 1 毫米时增加的复合频率值并不相同。一般硅酸盐系统玻璃的弹性模量样品, 磨短 1 毫米时, 频率值增加 3 千赫左右。但剪切模量样品, 磨短 1 毫米, 频率值增加 1 千赫左右。而铅玻璃(高铅玻璃)磨短 1 毫米时, 弹性模量样品频率值增加 5 千赫, 剪切模量样品增加 0.7 千赫左右。

表 6 为同一长度的样品, 在不同时间重复测量的弹性值, 结果表明: 相对平均误差为 0.08%, 均方根误差为 $\pm 0.008 \times 10^5$ 公斤/厘米²。

(2) 试样的热处理问题

表 7 列出了同一块试样热处理条件不同时, 弹性值的变化。从实验结果可以清楚地看出, 退火试样与淬火试样的弹性数值显著不同。退火试样弹性常数高于淬火试样, 约相差 5%。只有经过精密退火的试样, 测定的弹性数据比较稳定, 因此要作各种玻璃弹性数值的比较, 必须将试样经过精密退火。

(3) 影响测量精度的因素

将公式 (9), (10)、微分后得到下式

$$\frac{dE}{E} = 2 \frac{df_L}{f_L} + 2 \frac{dL}{L} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (16)$$

$$\frac{dG}{G} = 2 \frac{df_r}{f_r} + 2 \frac{dL}{L} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (17)$$

由此可知弹性常数值的误差来源于频率测量误差, 长度测量误差及密度测量误差之和。而频率与长度测量误差的影响比密度测量误差增加一倍。

1. 频率测量误差来源

(1) 本工作使用频率仪的精度为 $3 \times 10^{-5} \pm 1$ 赫芝测量频率范围为 60—130 千赫, 测量误差平均为 0.005%。

(2) 当石英振子与试样粘结时, 加拿大树胶的厚度将会直接影响频率的测定值, 一般能相差 20—30 赫芝, 最大能达 100 赫芝以上。平均影响精度 0.05%。

(3) 当夹具有了移动, 不固定在振子中心时, 频率值也会有变化。因此每次测量应固定好中心位置。

(4) 计算试样固有频率时, 与试样的称重量及转动惯量计算有关, 对精度影响为 0.01%。

2. 使用千分尺或卡尺作长度测量时, 因为精度不同, 误差也不同。当使用千分尺, 精度为 0.01 毫米, 试样长度范围 13—33 毫米, 平均误差为 0.05%。如使用卡尺, 精度为 0.05 毫米, 平均误差则达到 0.3% 左右。

如试样端面不平行, 磨制倾斜, 局部长度值会带来较大偶然误差。因此长度必须测量多次, 取长度的平均值作计算数据。

3. 使用流体静力学法测量密度时, 千分之一天平造成的密度误差为 ± 0.005 克/厘米³, 影响精度达 0.15%。如用万分之一天平测量, 则影响精度达 0.015%。

表 6 相同长度 (Na—Ca—Si) 玻璃测量七次弹性模量重复性

试样密度和长度测定情况	f 样 (毫米)	$V_L \times 10^5$ 厘米/秒	$E \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	算术平均值 $\times 10^5$ (公斤/厘米 ²)	各项测定值与平均值之差 $di \times 10^5$	$\frac{\sum(di)}{n}$ $\times 10^5$ (公斤/厘米 ²)	$di^2 \times 10^{10}$ (公斤/厘米 ²)	均方根误差 $\sqrt{\frac{\sum di^2}{n-1}}$ $\times 10^5$ (公斤/厘米 ²)	重复性相对误差%
d=2.52克/厘米 ³ l=20.96 毫米 在不同时间重 新安装试样的 七次测定	128588	5.3904	7.4641	7.4646	+0.0005	± 0.006	0.025×10^{-5}	± 0.0081	0.08
	128547	5.3887	7.4593		+0.0053		2.81×10^{-5}		
	128616	5.3916	7.4673		-0.0027		0.73×10^{-5}		
	128515	5.3873	7.4556		-0.0090		8.1×10^{-5}		
	128531	5.3880	7.4574		+0.0072		5.81×10^{-5}		
	128716	5.3958	7.4790		-0.0144		20.7×10^{-5}		
	128634	5.3924	7.4694		-0.0048		2.3×10^{-5}		

表 7 同块试样热处理不同、试样弹性常数的变化

试样名称	试样尺寸	表面状态	热处理	$V_L \times 10^5$ 厘米/秒	$E \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	$V_s \times 10^5$ 厘米/秒	$G \times 10^5$ 公斤/厘米 ²	泊松比 μ	
K。	2.9×2.85×21.60	抛 光	精密退火	5.481	7.777			0.201	
	2.9×2.85×21.60	"	610℃ 恒温炉中缓冷	5.393	7.532			0.207	
	2.9×2.85×21.60	"	610℃ 恒温室温急冷	5.343	7.391			0.210	
	2.9×2.95×21.55	抛 光	精密退火	5.481	7.779			0.201	
	2.9×2.95×21.55	"	610℃ 恒温炉中缓冷	5.402	7.556			0.210	
	2.9×2.95×21.55	"	610℃ 恒温炉中急冷	5.358	7.432			0.210	
	$\phi 5.45 \times 31.76$		抛 光	精密退火			3.536	3.238	
			"	610℃ 恒温炉中缓冷			3.472	3.121	
			"	610℃ 恒温炉中急冷			3.434	3.054	

将上述误差代入式 (12), (13)。当用卡尺及千分之一天平作测量时, 误差为 $\frac{dE}{E} = (2 \times 0.065) + (2 \times 0.3\%) + 0.15\% = 0.83\%$ 。当用千分尺及万分之一天平测定时, 误差为 $\frac{dE}{E} = (2 \times 0.065\%) + (2 \times 0.05\%) + 0.015\% = 0.25\%$ 。以上说明由仪器测量带来的误差在 1% 以内。与实际测定是吻合的。当试样长度选择在 $\frac{f_{复} - f_{石}}{j_{石}} \leq 1\%$ 的范围时, 使用本实验设备测得的弹性数据的平均相对误差在 1% 以内。因此要提高本实验的精度, 必须提高测量长度, 重量和密度的测量精度。在石英振子与试样粘连时用尽量少的加拿大树胶。试样加工尺寸要精确, 两端面保持平行, 并要经过精密退火。

本实验证明, 用复合共振法测量玻璃弹性模量, 剪切模量、泊松比是很理想的方法。加工试样小, 方法简便, 可靠, 易于掌握。测量误差在 1% 以内。能满足惯常测量的要求。用本方法测量了三种熔石英玻璃及四十种光学玻璃常温下的弹性数据。得到了满意的结果。

参 考 文 献

1. 西德 Schott 厂光学玻璃目录 1978
2. 1976 ANNUAL BOOK OF ASTM STANDARDS Part 17 C 623—71
3. 千福熹等《硅酸盐学报》1978、第六卷, 第四期
4. SAM.Spinner; J. Am. Ceram. Soc. 1954. 37No. 5 May 229.
5. SAM.Spinner; J. Am Ceram. Soc 1956 39No. 3 113—18
6. 《声学译丛》1966总第 8 号 《超声检测专辑》
7. 岩崎、秀夫 ヤラツクス 1977—3 p. 240
8. SAM.Spinner; J. Am. Ceram. Soc. 1962 No. 8 394—97
9. 杜庆华等编著《材料力学》人民教育出版社 1960. 6
10. L. 别尔格曼着《超声》
11. A. B. 舒布尼柯夫 孙小红译
《石英及其应用》国防工业出版社 1963
12. 千祖熹等著《光学玻璃》科学出版社 1964.