

光学信息论——回顾与前瞻

谭维翰

中国科学院上海光机所

提要 作者在回顾1957~64年在长春光机所开展光学信息论工作的同时,联系到今天这门学科的迅速发展,谈了自己一些看法。

一、引言

自从 Shanon, Wiener 的著作^[1, 2]发表后,便有一系列讨论光学成像与信息^[3-6]的文章。其中 di Francia 关于像面自由度与信息的关系有代表性,虽然后来对此有争论^[7]。现在看来,光学信息理论能较快发展起来,有其自身的原因。这就是 Abbe 二次成像理论, Zernike 相衬理论,围绕着像差的星点、刀口检验的光能分布的测量与计算,干涉条纹能见度与光谱纯度间富里叶变换关系等准备了条件。特别是相关函数与富里叶变换方法的引入,对光学信息论的形成有直接的意义。我们研究光学信息论也就从1957年开始,持续到1964年。回忆起当时研究过的一些方面,并将其与20年后的今天,内容大为丰富的包括富里叶光学、光全息、光信息处理、图象识别、层析术等相比,也能看到其中的一些联系,这就是我们要在这篇文章中加以阐述的。

二、物体结构的谱项分析与综合^[8]

从信息传递观点来看,物面就是一个信息源,光学系统构成一信息通道,光学成像就是信息通过信息通道传递到像面的过程。我们求得了作为信源的物体结构的解析表达式,并求得作为信息通道的信息容量。我们研究的物体结构是二维平面型的,但已将其表示为光阑面上的谱项,也曾试图逐一测定这些谱项并将物体重新构造出来。对望远系统的双星分辨及显微系统的细结构分辨均有过方案与分析。但实际物体,除厚度可忽略的“生物切片”外,并非二维平面型的,且由分析、逐项测定到综合是一很复杂的技术。这些在近年发展起来的层析术中,已得到很好的解决。

x 光层析术 (tomography) 研究三维物体的成像^[9]。实际上用一平面 x 光射束,通过物体的某一断面,记录此断面对 x 射线的一维投影。然后改变 x 光射束的入射方向,但保持射束所在的平面不变,又得出物体同一断面第二个一维投影,将许许多多的一维投影综合起来,便得出断面的结构函数。再平行移动 x 光射束,用同样方法得出第二断面的结构;将许许多多相互平行的断面结构综合起来便得出三维物体的结构。这种由一

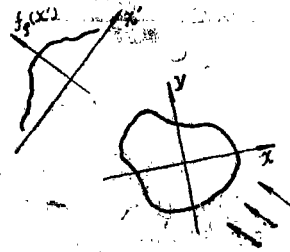


图1 x 光层析断面投影图

维投影到二维断面结构的综合，由二维断面结构到三维物体结构的综合，过去主要依靠数字计算机完成。但经过分解，这里面包括的对数变换、一维富里叶变换也是光学模拟和光信息处理的内容。

将许多个别测量数据综合出所需要的物体结构，综合孔径雷达也是这样做的。1960年 Curtrona 等人著文^[10]，为了增大小孔径雷达的分辨率，于是将小孔径雷达安放在飞机上，在沿航线的一系列位置上发射雷达脉冲，并记录在这些位置上观察到的雷达回波振幅、位相与时间的关系，每一记录均可看作是从天线阵的一个单元得到的信号，只需把各个记录下来的波形适当组合就可获得一长达几百米孔径雷达的分辨。

现在我们要说一下1949年由Gabor提出1962年以后才得到广泛应用的全息术 (Holography)^[11]。上面讨论的物体结构实际上是包含了振幅与位相两方面的信息，二次成像的像面亮度分布恰恰是反应振幅分布，而位相分布未能显现出来，这一缺点又恰为全息术所弥补。Gabor的全息图是用平行光束照射物面，部份透过（零级谱），部份被物体所散射，透过波与散射发生干涉并被记录下来。Leith的全息图则是用另一参考光束代替透过波^[12]，参考光束与散射波干涉同样在胶片上记录下来。记录全息图的胶片为全息片，用相干光照射全息片，便重现原物体的像。全息术就实质上来说应属于一次成像，特别是下面将提到的 Fourier 全息图。从获得物面信息的角度来看，其重要性并不低于通常的二次成像，可是在光学发展中长久地忽视了，直到近20年才逐渐为人们所重视。

三、光学系统的反应函数与光信息处理^[13]

光学系统的反应函数（亦称传递函数）是指光通道传递按频谱分解的信息的能力。除了由于孔径有限，通频带受限以外，很重要的是光学系统的像差使传递能力下降。正因为如此，故反应函数已被应用于对光学系统的成像质量的评价^[14]。另一方面，也可以人为地在光栏面涂上改变谱项的位相与振幅的膜层（也称为光栏函数），利用光栏函数作用于物面结构的算子关系^[15]，以达到获得特定的物面信息的效果。在光学发展史上，最早这样做的是 Zernike 在物镜后焦面（相当于光栏面）涂一 $\lambda/4$ 相衬环，改变零级衍射谱的振幅与位相，达到观察对比度很差的纯位相物体的效果。我们也提出过用对数吸收的位相板来实现在对各种位相物体均有效的观察方案，并取得实验结果，这就是观察纯位相物体的全位相显微镜^[16]。通过这种方法可实现对物面结构的微分与积分，如图2，Zernike 和我们所做的。实际是

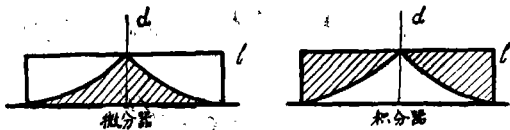


图2 全位相显微光栏面的位相板

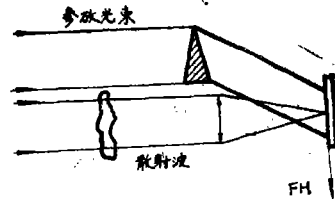


图3 Fourier 全息图

对物面传来的信息，进行加工处理以获得所需要的信息，即光信息处理。我们也知道 Apodization 技术也是利用光栏函数压掉单孔衍射的次峰以获得对双星或光谱双线的信息。当然光信息处理不限定用加光栏函数的方法，也可用别的方法。这里我们要着重指出的是光全息的广泛应用对光信息处理也增添了新的内容。Fourier 光全息就是将光栏面的谱项拍照在底

板上,然后用相干光束照射底板,重现出原物的像。前一步为将物体的信息贮存于底板中,后一步骤将信息从底板中取出来,如果在底板上叠加一表现特定光栏函数的滤片的底板进行再现,得到的就是对物面进行处理后的像了。应用这种滤片技术,可达到认同 (Recognition of pattern) 与辨异 (Detection of Differences) 的目的^[7]。先说认同,就是要判定在物面信息中,是否包含我们所关心的物体的信息。最简单的办法,就是物面的谱 $A(\eta)$ 与我们所关心的物体的谱项 $O(\eta)$ 作相关函数,即

$$C(\xi) = \int A(\eta)O(\eta + \xi) d\eta$$

如果物面包含我们所关心的物体的信息,则相应地谱 $A(\eta)$ 应包含谱 $O(\eta)$, 于是相关函数 $C(\xi)$ 中应包含 $O(\eta)$ 的自相关函数

$$C_0(\xi) = \int O(\eta)O(\eta + \xi) d\eta$$

当 $\xi = 0$, $C_0(\xi)$ 为极大,在 $C(\xi)$ 上也表现出峰值。这就是物面包含所关心的物体的证明,反之就不存在所关心的物体的信息。上式中的 $A(\eta)$, $O(\eta)$ 即 Fourier 全息片与滤片。辨异是认同的逆问题。例如在不同时刻或不同条件下拍得的同一物体的两张照片,要判断物体是否发生了形变,就属于这类问题。可类似地进行讨论,此不详。

四、光学成像的分辨、相关、信息量及复原问题

1. 分辨

由于通光孔径受限,亦即通频带的宽度受限,于是有一个分辨本领有限问题。这后一句话即“分辨本领存在极限”实际上是正确的,但理论上是有毛病^[7]。先说实际问题。历史上虽有超分辨方案,有的是对分辨特定物体设计的,如上面提到的 Apodization 技术分辨双星,但也不会超越太多,可见这种限制基本上还是存在的。我们曾将偏振光与斜照明结合在一起得出两倍于经典分辨方案与实验结果^[18],这主要是将两组迭加在一起的频谱错开并组合在一起成像。

现谈分辨是否因为通频带有限而存在极限的理论问题^[7]。结论是分辨不存在极限,只要物面结构是物面坐标的解析函数。这是因为那些因为通频带宽度有限没有通过去的谱项所包含的信息至少在原则上能从那些通过去的光振动的分布中找到,并没有损失掉。下式给出单缝二次成像积分核所定义的偏球函数 $\psi_i(x)$ 及其本征值 λ_i , Ω 为单缝宽度 (单位为 λ/π), X 为物面宽度 (单位为物距 l)

$$\psi_i(x) = \lambda_i \int_{-X/2}^{X/2} \frac{\sin \Omega(x-s)}{\pi(x-s)} \psi_i(s) ds \quad i = 1, 2, \dots$$

这公式表明,物面结构 $\psi_i(s)$ 准确无误地被单缝成像到 $\psi_i(s)$, 只是振幅下降了 λ_i 倍, λ_i 即光学系统对 $\psi_i(s)$ 的反应函数。

因 (λ_i, ψ_i) 为完备正交的,任一物结构 $f(s)$ 总可以展为 $f(x) = \sum a_i \psi_i(s)$, 传到像面后便是 $\bar{f}(x) = \sum a_i \lambda_i \psi_i(x)$ 。可见所有的 ψ_i 都传过来了,并不在丢失问题。可是当 $i > \frac{X\Omega}{\pi}$ 时,即模式指标在通频带宽度以外时, λ_i 下降得很快,如果接收回灵敏度不够,就有可能

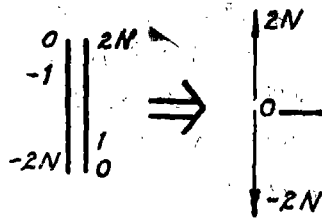


图4 选频显微镜示意

接收不到或埋没于噪声之中。这就是实际上又存在分辨极限的原因。但不是严格的，由于接收器性能的改善，或采取前面提到的其他措施，完全可以超越些。

2. 相关^[19]

关于分辨，最初是从两个点的分辨讨论起来的，后来看到有必要推广到两个点集间的分辨，如线与线，线与点，线与面的边界等。要进行这种推广，采用相关函数最为有效，用两个点集间的相关函数，就可以定义两个点集间的分辨函数。这些都是随着它们的几何形状而变化的。图6给出几种情形的相关函数曲线。

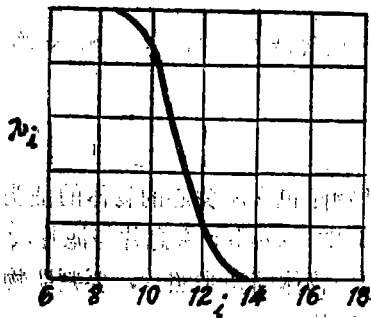


图5 $\frac{X\Omega}{\pi} = 11.5$ 情况下 J 与 d 的函数关系。

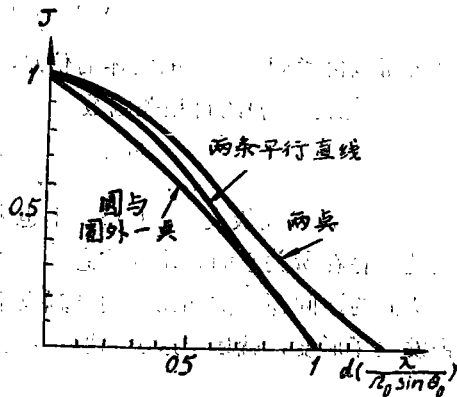


图6 相关函数

3. 信息量^[20]

将 Shannon 理论用到光学成像中便得出光学成像的信息的准确表式，这一表式将信息量与光的量子态、简并度等联系起来，并可计算光学系统反应函数引起的信息量的损失。

4. 物面结构的复原

在上面关于分辨、相关、信息量的讨论基础上，便可进一步讨论一个带有普遍性的问题，即物面结构的复原和复原的判据。一个物体经光学系统传递后，在像空间成一个像。将这像与原物相比，无论如何是不完全相似的。要根据像面强度分布将物结构完全复原出来，除了极为特殊的情形外，几乎是不可能的。首先就有一个如何从强度分布求得位相分布的问题。以一维成像为例，已知像面的亮度分布为 $I(x)$ ，像结构函数 $u(x)$ 的振幅可确定为 $|u(x)| = \sqrt{I(x)}$ ，但不能确定 $u(x)$ 的位相 $\varphi(x)$ 。如果假定 $u(x)$ 是一个关于 x 的解析函数，且在复变量 x 的下半平面没有零点^[21]，则

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|n| x' u(x')}{x' - x} dx' = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|n(x')| \sqrt{I(x')}}{x' - x} dx'$$

这时 $u(x) = \sqrt{I(x)} e^{i\varphi(x)}$ ，已被完全确定。可是在 $u(x)$ 的基础上，可作出任意解析函数 $w(x)$

$$w(x) = u(x) \prod \frac{x - a_j}{x - a_j}$$

$\prod \frac{x - a_j}{x - a_j}$ 为 Blashke 因子，易于看出 $|w(x)| = |u(x)|$ ，有同样的亮度分布。若同时给定

像面与光栅面的亮度分布，要求定出位相 $\varphi(x)$ ，一般的来说，这问题也没有唯一解^[21]。像函数位相 $\varphi(x)$ 的确定是复原物函数的困难之一，此外光通过的反应能力及像差的影响，使像与原物发生了很大的畸变，也同样影响到复原。现在考虑在有信息损失的情况下，像与原物相似的判据。像与原物的信息，在有像差的情况下分别为^[20]

$$H' = \sum_m h'_m, \quad h'_m = \log_2(1 + \rho_m N_m |R_m|)$$

$$H = \sum_m h_m, \quad h_m = \log_2(1 + N_m \rho_m)$$

m 表示光子的第 m 个状态, ρ_m , N_m , R_m , h_m , h'_m 分别表示第 m 个状态的权重, 亮度等级, 反应函数和信息量。当 $N_m \ll 1$ 时, 便有总的信息损失为

$$\begin{aligned} \Delta H &= H - H' = \sum (\log_2(1 + N_m \rho_m) - \log_2(1 + N_m \rho_m |R_m|)) \\ &= \sum N_m \rho_m (1 - |R_m|) \end{aligned}$$

$$\text{相对损失为 } \frac{\Delta H}{H} = \sum_m \frac{N_m \rho_m (1 - |R_m|)}{\sum_{m'} N_{m'} \rho_{m'}}$$

可根据经验给定 $\frac{\Delta H}{H}$ 的上界作为像与原物相似的判据, 即属为 $\frac{\Delta H}{H} \leq A$ 是相似的, 否则已失

真不能认为相似。对于第 m 个状态的信息相对损失 $\frac{\Delta h_m}{h_m} = 1 - |R_m|$ 。对于低对比物^[14] $|R_m| = 0.37$, 故有 $\Delta h_m/h_m = 0.63$ 。参照这数值, 可将 A 取为 0.6 , 即当 $\Delta H/H \leq 0.6$ 时为相似的。 $\Delta H/H > 0.6$ 为失真或不相似。

上面表式中权重因子的引进是用来压缩物体的信息。这是考虑到物体的信息由于具有周期性或某些特征, 这些特征就使得描述物体结构不需用到全部状态, 而只是局部的某些状态就够了, 那些不需要的状态单元就可以节约下来, 也就不承担这些单元带来的信息损失了。例如取 $\rho_m = 0$, 便有 $h_m = h'_m = \Delta h_m = 0$ 。对于特定的或具有某种特征的物体的传递, 它的通频带并不需要很宽, 只需要在它通过的频带内反应能力好, 不去或者不经常去的频带反应能力可以差一些。由此可以想到一方面应尽量扩大通频带宽度, 提高反应函数的传递能力; 另一方面便是设计合适的权重因子 ρ_m , 使得光学通道与信源有尽可能好的匹配, 以减少不必要的信息损失, 尽可能做到满足相似判据、不失真, 这也是信息编码所要求做到的。

参 考 文 献

- [1] C. E. Shannon, W. Weaver; The Mathematical Theory of Communication 1949.
- [2] N. Wiener; "The extrapolation, Interpolation, and Smoothing Time Series with Engineering Applications", John Wiley & Sons, Inc., New York. 1949.
- [3] E. H. Linfoot; Jour. Opt. Soc. Am., 1955, 45, 808.
- [4] P. Fellgett; Optica. Acta, 2, 1955, .
- [5] Toraldo di Francia; Jour. Opt. Soc. Am., 1955, 45, 497.
- [6] Toraldo di Francia; Jour. Opt. Soc. Am., 1956, 46, 72.
- [7] Toraldo di Francia; Jour. Opt. Soc. Am., 1969, 59, 799.
- [8] 谭维翰, 王之江; 物理学报, 1960, 16, 305.
- [9] T. M. Peters; IEEE Trans. Biomed. Engng. 1974, BME-21, 2, 214.
- [10] L. J. Cutrona, et al.; Proc. IEEE, 1966, 54, 1026.
- [11] Gabor, D.; Proc. Roy. Soc., 1949, A197, 454.
- [12] Leith, E. N., J. Upatnieks; Jour. Opt. Soc. Am., 1962, 52, 1123.
- [13] 谭维翰; 物理学报, 1960, 6, 316.

- [14] 王之江; 中国科学院光学精密机械研究所集刊第三集光学信息理论特辑 1964, 73.
- [15] 谭维翰; 中国科学院光学精密机械研究所集刊第三集光学信息理论特辑 25, (1964),
- [16] 谭维翰; 中国科学院光学精密机械研究所集刊第三集光学信息理论特辑19, (1964), 光学机械.1960, 创刊号.
- [17] M. Francon; Optical image formation and Processing. Academic Press New York San Francisco London 1979.
- [18] 谭维翰, 王润文; 中国科学院光学精密机械研究所集刊第三集光学信息理论特辑 1964, 57; 光学学报, 1981, 1, 509.
- [19] 谭维翰, 王润文; 物理学报, 1964, 20, 1229.
- [20] 谭维翰; 物理学报,,1964, 20, 1135.
- [21] Inverse Source Problems in Optics Editor, H. P. Baltès. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1978.