

微波辐射计动量补偿系统谐振弹簧最优化设计

姚俊杰 李 岩

长春光机所 长春光机学院

一、概 述

在卫星上装备的遥感仪器中采用机械扫描方式取得二维图象信息的仪器具有一定的普遍性。诸如，多光谱扫描仪，主题测绘仪，红外扫描仪，多谱道彩色海洋扫描仪，热容量绘图辐射计，以及多频段扫描微波辐射计，等等。由于机械扫描方式一般都会产生较大的干扰动量，以及随着对卫星姿态控制的精度要求的提高，和活动质量及扫描频率的增加，因而，在机械扫描系统中需要考虑加入补偿系统进行平衡。以尽可能消除这种干扰对卫星姿态的影响。另外，根据我国卫星上能源的目前水平，扫描系统的低功耗设计是方案拟定时需考虑的一主要因素。

图 1 所示为应用动量矩原理的一个机械补偿方案的最简物理模型。

设抛物面型扫描天线 1 和补偿轮 2 均可绕 $Z-Z$ 轴无阻尼转动，两者之间由一谐振弹簧 3 联系起来。若设两者初始时相对转过一个角度 ϕ ，无初运动释放后，扫描天线和补偿轮即做反向扭转振动。且满足下面方程：

$$I_1 \ddot{\phi}_1 + I_2 \ddot{\phi}_2 = 0 \quad (1)$$

若仅对 $z-z$ 轴讨论，则式中

I_1 ——抛物面扫描天线绕 $z-z$ 轴的转动惯量

I_2 ——补偿质量绕 $z-z$ 轴的转动惯量

ϕ_1 ——抛物面扫描天线绕 $z-z$ 轴的转角

ϕ_2 ——补偿质量绕 $z-z$ 轴的转角

在理论上，干扰角动量可以得到完全补偿。

谐振弹簧在与天线和补偿质量连接处会产生附加力和力矩。这些力传到星体上也会影响卫星的姿态。尽管可以证明这些力较小，但在设计阶段还应合理地选择弹簧的有关参数，使这种影响减至最小。

此外，低功耗是设计的主要要求之一，为此系统加入谐振弹簧，使机械系统的固有频率与天线的扫描频率一致。当扫描达到稳态时，天线与补偿质量加速力矩所需的能量由谐振弹簧所贮存的能量提供。这样，伺服系统执行电机的力矩只需要克服系统的摩擦阻力。以保持扫描频率与幅值不变。由于谐振弹簧的弹性滞后和弹性后效对能量损耗有影响，所以减少这种影响也应当给予重视。

我们从控制弹簧最大工作应力着手以减小弹性滞后和弹性后效的影响。谐振弹簧最大工作应力的降低也将同时起到提高谐振弹簧工作可靠性的作用。

本文用非线性规划数学方法讨论了谐振弹簧的最优化设计。采用这种设计方法，可以在

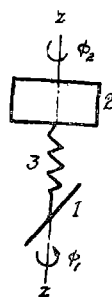


图 1

满足谐振弹簧的边界条件和性能条件的约束下，得到一组使谐振弹簧附加力和附加力矩减至最小，使最大工作应力最小的设计参数。这可以大大降低谐振弹簧附加力和附加力矩对卫星姿态的影响。并且，由于最大工作应力有较大幅度的下降，以及谐振弹簧的受力条件得到改善，因而，也同时提高了谐振弹簧的使用寿命及可靠性。

二、优化目标

图 2 所示是一个理想弹簧的模型。弹簧的末端可径向位移且无侧向反力。弹簧在最大工作转角时，各圈应互不接触。

设在弹簧轴上作用一个力矩 M ，使弹簧有一个转角 ϕ 。在末端 B 处产生一个与 M 大小相等，方向相反的力矩。整个弹簧在两个力矩的作用下平衡。因而弹簧各圈同心均匀扩展伸缩。设其末端可产生径向位移 F ，则

$$F = R_1 - R'_1 \quad (2)$$

式中 R_1 —— 弹簧无荷载时末端极径

R'_1 —— 弹簧有荷载时末端点极径

然而，实际中的弹簧端点都是固定而不能径向移动的。所以，弹簧在受荷转角后不仅受到一个转矩的作用，还会产生附加的力和力矩作用。这种作用是十分有害的。主要影响是下述几个方面：

- 1) 附加力和力矩通过结构直接传到星体上，影响卫星的姿态。
- 2) 由于附加力和力矩的存在而偏心工作的谐振弹簧的受力条件变差，降低该元件的使用寿命及可靠性。
- 3) 弹簧的重心在附加力和力矩的作用下随弹簧的展缩作复杂的运动。事实上，重心位置的变化也会产生附加力矩。但由于谐振弹簧是工作在失重环境下，故可忽略由于重心位置的变化而产生的重力附加力矩的影响。
- 4) 偏心，附加力和附加力矩共同影响弹簧力矩和旋转角度之间的线性关系，从而产生扫描周期误差。
- 5) 使抛物面天线和补偿轮的旋转轴径和轴承之间的摩擦力矩增加，从而使系统的功耗增加，降低旋转体的振幅。

从以上分析可以看出如何减小弹簧端点的理论径向位移值，以减小附加力和附加力矩的不利影响，确实是设计谐振弹簧时所需考虑的重要内容。因此，本文以减小这种不利影响，降低弹簧最大工作应力，使系统低功耗，相对提高弹簧的使用可靠性等方面为最优化目标，对微波辐射计动量补偿系统的谐振弹簧用最优化数学理论进行设计。

下面推导 (2) 式与弹簧设计参数的定量关系式，并以此作为第一类最优化目标函数。

设谐振弹簧是按阿基米德螺线方程绕制而成。其截面中心线的极坐标方程为

$$R = a \theta \quad (3)$$

式中 R —— 弹簧截面中心线上某点的极径

θ —— 与弹簧截面中心线上某点的极径所对应的极角

a —— 阿基米德螺线常数

各圈间距离为

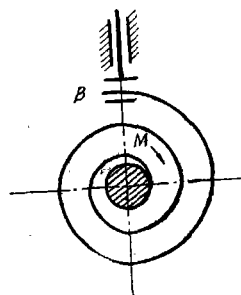


图 2

$$K = 2\pi a \quad (4)$$

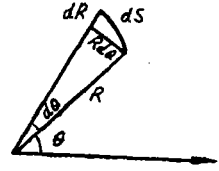
图3所示为弹簧的单元弧长 ds 。由式(3)及图3可以得到

$$Rd\theta = a\theta d\theta \quad (5)$$

$$dR = a d\theta \quad (6)$$

因而

$$ds = a\sqrt{1+\theta^2} d\theta \quad (7)$$



弹簧的有效工作长度为

$$L = \int_0^L ds = a \int_{\theta_0}^{\theta_1} \sqrt{1+\theta^2} d\theta \quad (8)$$

式中 θ_0 ——弹簧内端点极角

θ_1 ——弹簧外端点极角

(8)式积分后得到

$$L = \frac{a}{2} [\theta_1 \sqrt{1+\theta_1^2} + \ln(\theta_1 + \sqrt{1+\theta_1^2}) - \theta_0 \sqrt{1+\theta_0^2} - \ln(\theta_0 + \sqrt{1+\theta_0^2})] \quad (9)$$

$$\text{内端点极半径} \quad R_0 = a\theta_0 \quad (10)$$

$$\text{外端点极半径} \quad R_1 = a\theta_1 \quad (11)$$

设弹簧圈数为 n , 则,

$$\theta_1 = 2\pi n + \theta_0 \quad (12)$$

设弹簧的内外端点转角分别为 ϕ_0 , ϕ_1 , 则转角后的截面中心线极坐标方程为

$$R' = a' \omega \quad (13)$$

$$\theta_0 + \phi_0 \leq \omega \leq \theta_1 + \phi_1$$

式中 R' ——转角后弹簧截面中心线上某点的极径

ω ——与 R' 对应的极角

a' ——转角后弹簧阿基米德螺线常数

用上面相同的方法求得弹簧长度为

$$L = \int_{\theta_0+\phi_0}^{\theta_1+\phi_1} a' \sqrt{1+\omega} d\omega \quad (14)$$

积分后得到

$$L = \frac{a'}{2} \left\{ (\theta_1 + \phi_1) \sqrt{1 + (\theta_1 + \phi_1)^2} + \ln[(\theta_1 + \phi_1) + \sqrt{1 + (\theta_1 + \phi_1)^2}] \right. \\ \left. - (\theta_0 + \phi_0) \sqrt{1 + (\theta_0 + \phi_0)^2} - \ln[(\theta_0 + \phi_0) + \sqrt{1 + (\theta_0 + \phi_0)^2}] \right\} \quad (15)$$

设弹簧转角后有效长度不变。由(9), (15)式得到

$$a' = a \left\{ [\theta_1 \sqrt{1+\theta_1^2} + \ln(\theta_1 + \sqrt{1+\theta_1^2}) - \theta_0 \sqrt{1+\theta_0^2} - \ln(\theta_0 + \sqrt{1+\theta_0^2})] \right. \\ \left. / [(\theta_1 + \phi_1) \sqrt{1 + (\theta_1 + \phi_1)^2} + \ln[(\theta_1 + \phi_1) + \sqrt{1 + (\theta_1 + \phi_1)^2}] - \right. \\ \left. (\theta_0 + \phi_0) \sqrt{1 + (\theta_0 + \phi_0)^2} - \ln[(\theta_0 + \phi_0) + \sqrt{1 + (\theta_0 + \phi_0)^2}]] \right\} \quad (16)$$

转角后外端点极半径为

$$R'_1 = a' (\theta_1 + \phi_1 + \phi_0) \quad (17)$$

由 (2) 式有

$$F = a\theta_1 - a' (\theta_1 + \phi_1 + \phi_0) \quad (18)$$

将 (16) 式代入 (18) 式, 得

$$\begin{aligned} F = a \{ & \theta_1 - [\theta_1 \sqrt{1 + \theta_1^2} + \ln (\theta_1 + \sqrt{1 + \theta_1^2}) - \theta_0 \sqrt{1 + \theta_0^2} \\ & - \ln (\theta_0 + \sqrt{1 + \theta_0^2})] (\theta_1 + \phi_1 + \phi_2) / [(\theta_1 + \phi_1) \sqrt{1 + (\theta_1 + \phi_1)^2} \\ & + \ln [(\theta_1 + \phi_1) + \sqrt{1 + (\theta_1 + \phi_1)^2}] - (\theta_0 + \phi_0) \sqrt{1 + (\theta_0 + \phi_0)^2} \\ & - \ln [(\theta_0 + \phi_0) + \sqrt{1 + (\theta_0 + \phi_0)^2}] \} I \} \end{aligned} \quad (19)$$

(19) 式就是谐振弹簧最优化设计的第一类目标函数。即,

求

$$\text{最小 } F[\bar{x}]$$

设计变量为

$$\bar{x} = \begin{Bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

目标函数的纸带屏幕显示图形见图 4。

图 4.

为减小弹性滞后和弹性后效两种现象对系统功率损耗的影响, 改善弹簧的应力条件, 增加弹簧的使用可靠性, 把弹簧最大应力公式(21)式作为第二类最优化目标函数。

弹簧的最大应力公式为

$$\sigma = 6M_{\text{最大}}/bh^2 \quad (21)$$

式中 $M_{\text{最大}}$ ——最大工作转矩

b ——弹簧截面宽度

h ——弹簧截面厚度

以(21)式为目标函数, 于是,

求



图 4 目标函数(20)纸带屏幕显示图

最小, $F[\bar{x}] = 6M_{\text{最大}}/x_6 \cdot x_7^2$

设计变量

$$\bar{x} = \begin{Bmatrix} b \\ h \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_6 \\ x_7 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

目标函数的纸带屏幕显示图形见图 5

需要提出的是, 上面的推导只是提出了谐振弹簧最优化设计的两类目标函数, 并未提出

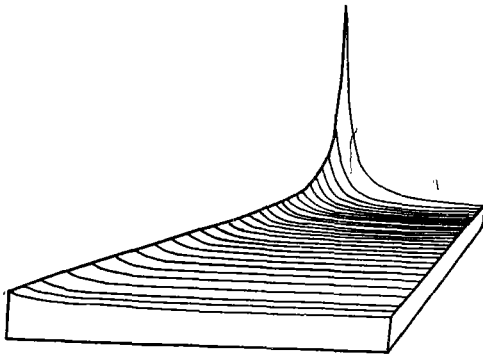


图5 目标函数(22)纸带屏幕显示图

约束条件。

确定最优化问题的约束条件是一件比较复杂但又一定要妥善处理的问题。约束条件一般是由边界条件和性能条件组成。它们可以是等式形式的，也可以是不等式形式的；可以是线性的，也可以是非线性的。一般地，约束条件主要根据结构条件和技术要求确定。由于本文讨论的谐振弹簧最优化设计的方法可以直接引用为仪器仪表游丝的最优化设计（自然也可提出不同的最优化目标函数）所以，为不失一般性，本节将不给出约束条件，而在“算例”一节中给出一个弹簧的完整的最优化设计。包括约束条件和计算结果，以供参考。

最优化目标函数 (20)，(22)都是有约束非线性数学规划问题。解决这类问题，数学分析中求极值的方法一般是失效的。而往往归结到一个计算量较大的数值迭代过程。目前，一般都是在电子数字计算机上自动完成的。所以，准确地讲，计算机辅助最优化设计是具有自动化设计和最优化设计双重意义的。

三、约束非线性数学规划简述

解决约束非线性规划问题的方法根据对约束条件处理方式的不同，可以分为在可行区域内求最优化解和将约束问题转化为无约束问题后继而求解两类。后一类主要是指 SUMT 法 (*Stquantial Unconstrained Minimization Technique*, 序列无约束最优化方法), 又称罚函数法。SUMT 经较长时间的应用证明是解决约束非线性规划问题的一种有效的方法。尽管最近有人认为^[4]这种方法已有些过时，但在国内目前仍是一种比较流行的方法。本文也是应用这种方法求解的。

SUMT 方法的主导思想是通过建立制约函数的方法将约束非线性规划问题转化为无约束非线性规划问题求解。即，反复求解一序列的无约束极小化问题。其一序列目标函数是由非线性规划的目标函数和约束函数组合而成的。通过这一序列无约束目标函数的解，当其解稳定地趋向一个极限时，就得到原约束非线性规划问题的解。

制约函数有两类。一是“惩罚函数”，一是“障碍函数”。对应于前者称为SUMT——外点法，而对应于后者则称为SUMT——内点法。

限于篇幅，这里仅讨论SUMT——外点法。

SUMT——外点法可解决

$$\left. \begin{aligned} & \text{最小 } f[\vec{x}] \\ & \vec{x} \in W_0 \\ & W_0 = \{ \vec{x} \mid g_i[\vec{x}] \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \} \subset R^n \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

一类问题的局部极小点。

其中，目标函数 $f[\vec{x}]$ 和约束函数 $g_i[\vec{x}]$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 可是凸和非凸函数。

而当 $W_0 \subset R^n$ 为凸集合，且 $f[\vec{x}]$ 和 $g_i[\vec{x}]$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 是 W_0 上的凸函数时，则所求为全局最小点。

SUMT——外点法将约束非线性规划 (23) 转化为

$$\text{最小 } \phi(\vec{x}, r) = \text{最小} [f[\vec{x}] + rq[\vec{x}]] \quad (24)$$

$$\vec{x} \in R^n \quad \vec{r} \in R_+$$

无约束非线性规划问题。

式中， r 为罚因子。 $rq[\vec{x}]$ 称作惩罚项。惩罚项被定义为

$$\begin{aligned} \Psi[\vec{x}, r] &= rq[\vec{x}] \\ &= r \sum_{i=1}^m (\max(0, g_i[\vec{x}]))^2 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\text{式中, } q[\vec{x}] = \sum_{i=1}^m (\max(0, g_i[\vec{x}]))^2 \quad (26)$$

(26) 式还可写作

$$q[\vec{x}] = \sum_{i=1}^m q_0[g_i[\vec{x}]] \quad (27)$$

所以，(25) 式又为

$$\Psi[\vec{x}, r] = r \sum_{i=1}^m q_0[g_i[\vec{x}]] \quad (28)$$

$$\text{而 } q_0[g_i[\vec{x}]] = \begin{cases} [g_i[\vec{x}]]^2 & g_i[\vec{x}] > 0 \\ 0 & g_i[\vec{x}] \leq 0 \end{cases} \quad (29)$$

(29) 式是根据制约函数的条件构造的。构造制约函数的条件是：

- 1) $q[\vec{x}]$ 在 R^n 上连续
- 2) $q[\vec{x}] = 0$ ，当且仅当 $\vec{x} \in W_0$ 。
- 3) $q[\vec{x}] > 0$ ， $\vec{x} \in W_0$ 。

惩罚的意义就是, 当约束条件不被满足, 也即 $\bar{x} \in W_0$ 时, 惩罚项

$$\Psi[\bar{x}, r] = r \sum_{i=1}^m (\max(0, g_i[\bar{x}]))^2 > 0$$

这时, 惩罚项 $\Psi[\bar{x}, r]$ 随着罚因子 r_i 的增大而相应增大, 其在惩罚过程中的作用也随之增大。这表示对不满足约束条件的一种惩罚。另外,

由于
$$\phi[\bar{x}, r] = f[\bar{x}] + r \sum_{i=1}^m (\max(0, g_i[\bar{x}]))^2$$

所以
$$\sum_{i=1}^m (\max(0, g_i[\bar{x}]))^2 = \frac{1}{r_k} [\phi[\bar{x}_k] - f[\bar{x}_k]] \quad (30)$$

又, r_k 是一个很大的正数, 且可取得任意大

则
$$\sum_{i=1}^m (\max(0, g_i[\bar{x}]))^2 = 0$$

这个结论表示, 若罚因子 r_k 是一个很大的正数时, 函数 $\phi[\bar{x}, r]$ 的最优解 $\bar{x}_k = \bar{x}(r_k)$ 距离可行区域一定不会太远。而且, 随着罚因子 r_k 的逐渐增加, 而使距离越来越近。

在 $\bar{x} \in W_0$, 即满足约束条件时, 惩罚项取做零值而不受惩罚。

这里指出, 罚函数外点法显然是承认并依据了下面一个定理。

[定理] 约束非线性规划(23)和无约束非线性规划 (24) 有共同的极小点 \bar{x}^* 。

下面讨论罚因子初值 $r^{(0)}$ 的选择。

罚因子初值 $r^{(0)}$ 的选择方式很多, 但多倾向于采用下面三种方法。这三种方法首先是由 *Fiacco* 和 *G. P. Mc Cormick* 提出的。

1) $r^{(0)} = 1 \quad (31)$

2)
$$r^{(0)} = \frac{-\nabla^T f[\bar{x}^{(0)}] \nabla R[\bar{x}^{(0)}]}{\|\nabla R[\bar{x}^{(0)}]\|^2} \quad (32)$$

3)
$$r^{(0)} = \left\{ \frac{\nabla^T f[\bar{x}^{(0)}] [\nabla^2 f[\bar{x}^{(0)}]^{-1} \nabla f[\bar{x}^{(0)}]}{\nabla^T R[\bar{x}^{(0)}] [\nabla^2 R[\bar{x}^{(0)}]^{-1} \nabla R[\bar{x}^{(0)}]} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

这三种方法中, 第一种方法由于简便易行而为大多数SUMT计算程序所乐于采用。第二种方法是根据使 $\phi[\bar{x}^{(0)}, r^{(0)}]$ 的梯度的范数对 r 极小化导出的。式中, $\bar{x}^{(0)}$ 是一个内部可行点, $R[\bar{x}^{(0)}] = \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i[\bar{x}]}$ 。在第三种方案中, $R[\bar{x}^{(0)}]$, $f[\bar{x}^{(0)}]$ 的 HESSIAN 矩阵

$\nabla^2 R[\bar{x}^{(0)}]$ 和 $\nabla^2 f[\bar{x}^{(0)}]$ 中的各项是在 $\bar{x}^{(0)} \in W_0$ 处计算的。按这种方法选取的初值精确度较高。但在上机前准备时间过长, 并且在计算一阶二阶偏导数时容易出现人为误差。

选择好初值 $r^{(0)}$ 以后, 如何确定 $r^{(k)}$ 呢? *Fiacco* 和 *G. P. Mc Cormick* 曾做过实验, 得出的结论是:

在用上述三种方法之一算出 $r^{(0)}$ 后, $r^{(1)}, r^{(2)}, \dots, r^{(k)}$, 可以用简单的关系式

$$r^{(k)} = r^{(k-1)} / C \quad (34)$$

来确定。其中 C 是一个常数, 并且 C 的取值对SUMT法的有效性无什么显著影响。但这种关

系却使计算大为简化。

本文是按下式确定 r 的:

$$\left. \begin{aligned} r_k &= 10^{(k-1)} \\ k &= 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

从而得到罚因子的下面一个序列 1, 10, 100, 1000, ...

收敛条件可以是

$$\| \bar{x}^{(k)} - \bar{x}^{(k-1)} \| \leq \varepsilon \quad (36)$$

式中, ε 是预先给定的计算精度。

SUMT——外点法的粗框见图 6, 图 6 中求无约束非线性规划问题最小值可以选用不同的方法。一般都愿采用直接搜索的方法。如式搜索法、POWELL法, 单纯形法等等。限于篇幅, 不在叙述。参见^{[3], [6]}。

本文用 $z-80$ 系列微型机的 BASIC II 语言文本编制了一个 SUMT—外点法计算机程序 FCNP—1。使用过程中发现该程序结构比较简单, 逻辑合理, 适用范围较广。由于其可在 $z-80$ 系列微型机 (此类微型机在国内较为多见) 上算题, 所以, 可以认为具有一定的推广应用价值。进一步的工作是把这个程序改为一个标准通用程序 FCNP—2, 以便调用 (该通用程序将另文给出)。

四、算 例

设已知一弹簧的部分参数反约束要求如下:

弹簧刚度 $K_s = 1.48$ 公斤—毫米 / 弧度

最大工作转矩 $M = 28$ 公斤—毫米

弹簧轴转角 $\phi_0 = 6\pi$

弹簧外端固定 $\phi_1 = 0$

材料弹性模量 $E = 21000$ 公斤 / 毫米²

边界约束条件

弹簧截面厚度 $0.3 \leq h \leq 2$ 毫米

弹簧有效长度 $1000 \leq L \leq 8000$ 毫米

弹簧截面宽度 $5 \leq b \leq 25$ 毫米

弹簧有效圈数 $n \geq 7$

弹簧最大半径 $R_1 \leq 120$ 毫米

性能约束条件

许用应力 $[\sigma] \leq 30$ 公斤 / 毫米²

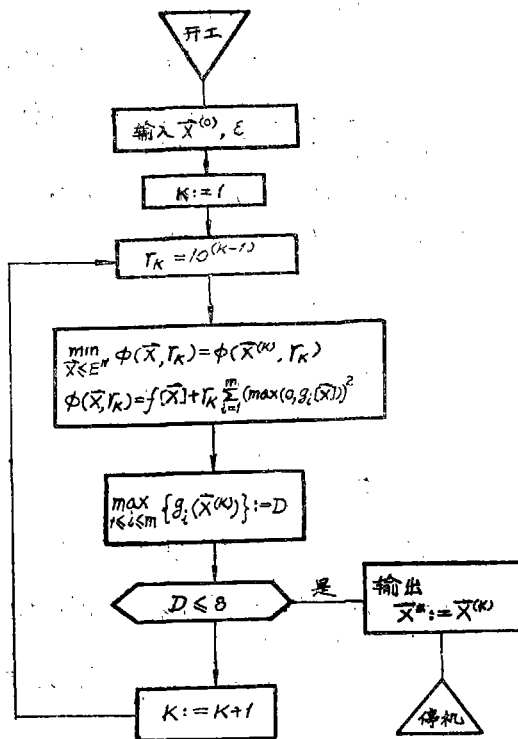


图 6

弹簧转角 6π 后每圈之间应不相碰

$$k' - h - 3 > 0$$

式中, $k' = 2\pi a'$ 为弹簧最大转角 6π 时的圈间距。

等式约束条件

$$K_s = \frac{Ebh^3}{12L} = 1.48 \text{ 公斤-毫米/弧度}$$

把已知数据代入目标函数, 加之边界约束条件及性能约束条件, 即得到下面约束非线性规划问题。

求

$$\begin{aligned} \text{最小 } F[\vec{x}] = & x_3 \{ x_2 - [x_2 \sqrt{1+x_2^2} + \ln(x_2 + \sqrt{1+x_2^2}) - \\ & x_1 \sqrt{1+x_1^2} - \ln(x_1 + \sqrt{1+x_1^2})] (x_2 - 18.85) / \\ & [x_2 \sqrt{1+x_2^2} + \ln(x_2 + \sqrt{1+x_2^2}) - (x_1 - 18.85) \\ & \sqrt{1+(x_1-18.85)^2} - \ln[(x_1-18.85) + \\ & \sqrt{1+(x_1-18.85)^2}]] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{x} &= [x_1, x_2, x_3]^T \\ &= [\theta_0, \theta_1, a]^T \end{aligned}$$

$$s. t. \quad g_1[\vec{x}] = 18.85 - x_1 x_3 \leq 0$$

$$g_2[\vec{x}] = x_1 x_3 - 40 \leq 0$$

$$g_3[\vec{x}] = 50 - x_3 x_2 \leq 0$$

$$g_4[\vec{x}] = x_3 x_2 - 120 \leq 0$$

$$g_5[\vec{x}] = 0.7 - x_3 \leq 0$$

$$g_6[\vec{x}] = 7 - N \leq 0$$

$$\begin{aligned} g_7[\vec{x}] = & 5 - 2\pi x_3 \{ [x_2 \sqrt{1+x_2^2} + \ln(x_2 + \\ & \sqrt{1+x_2^2}) - x_1 \sqrt{1+x_1^2} - \ln(x_1 + \sqrt{1+x_1^2})] / \\ & [x_2 \sqrt{1+x_2^2} + \ln(x_2 + \sqrt{1+x_2^2}) - (x_1 - 18.85) \\ & \times \sqrt{1+(x_1-18.85)^2} - \ln[(x_1-18.85) + \sqrt{1+(x_1-18.85)^2}]] \} \leq 0 \end{aligned}$$

求

$$\text{最小 } F[\vec{x}] = 168/x_6 \cdot x_7^2$$

$$\vec{x} = [x_6, x_7]^T = [b, h]$$

$$s. t. \quad h[\vec{x}] = 1.48 - \frac{E x_6 \cdot x_7^3}{12L} = 0$$

$$g_8[\vec{x}] = 5 - x_6 \leq 0$$

$$g_9[\vec{x}] = x_6 - 25 \leq 0$$

$$g_{10}[\vec{x}] = 0.3 - x_7 \leq 0$$

$$g_{11}[\vec{x}] = x_7 - 2 \leq 0$$

$$g_{12}[\vec{x}] = 188/x_6 \cdot x_7^2 - [\sigma] \leq 0$$

$$g_{13}[\vec{x}] = 3 + x_7 - K' \leq 0$$

计算过程中输出的部分数值见表 1, 表 2。表 3 列出了优化前后结果。

表 1

序 号	F	x_1	x_2	x_3	L	N
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
1	40.3793	21.5267	83.8286	0.983443	3228.24	9.91563
2	36.38	21.26	105.808	1.07305	5764.23	13.4296
3	26.4078	27.4375	131.319	0.808247	6665.23	16.5332
4	24.2015	21.3612	136.309	0.821362	7450.54	18.3039

表 2

σ	x_6	x_7
∴	∴	∴
28.0346	5.31292	1.06204
22.8343	10.2933	0.845444
18.4439	19.4898	0.683636
16.6988	24.9809	0.634611

[注]: 表 3 中数据是对应于表 2 中序号 4 一组数据的部分计算值。

表 3 计算结果

参 数	类 别	未 优 化		优 化	
	F	69.72		24.2015	
	σ	43.209876		16.6988	
	h	0.6		0.634611	
	L	2705		7450.54	
	a	1.4324		0.821362	
	n	7		18.3039	
	k	9		5.2	
	b	18		24.9809	

从表 4 中的计算结果可以看出优化效果是比较明显的。例如,端点的理论,移值从原来的 69.72 (毫米) 下降到 24.2015 (毫米),仅占原来的 34%。最大工作应力从原来的 43 公斤/毫米²下降到 16.7 公斤/毫米²,下降了 61.3542%。

并且在理论上,满足等式约束

$$K = \frac{Ebh^3}{12L} = \frac{21000 \times 24.9809 \times 0.634611^3}{12 \times 7450.54} = 1.49$$

与所要求的 $K = 1.48$

的符合程度也是令人满意的。若要求更好的符合等式约束条件,可以提高计算精度要求得到。而在技术上无任何困难。

五、结 语

1. 游丝的一般设计通常是从弹簧刚度,空间尺寸及强度条件进行设计。本文从对星体姿态干扰最小,节省星上能源和提高可靠性出发最优化设计是符合空间机械的特点的。

2. 本文所介绍的谐振弹簧的设计方法可直接引为游丝的设计计算。合理选择参数,减小游丝的工作应力及端点理论位移值对游丝的性能及工作条件的改善也具有一定的意义。自然,也可选取不同的优化目标进行设计。

3. 进一步的工作应对谐振弹簧进行力学定量计算。并采用试验手段加以验证。

参 考 文 献

- [1] 付雄刚; 仪器制造, 1981, 年 6 期。
- [2] 南京大学数学系计算数学专业编; 最优化方法, 科学出版社, 1978 年。
- [3] 席少霖; 应用数学与计算数学, 1982 年 2 期 1~13 页。
- [4] J, A Van den broek; ASME, 53, 247~263。
- [5] D. M Himmelblau; Applied nonlinear programming, Mc Graw-Hill Book Company, 1972。
- [6] 天津大学精仪系精密机械教研室; 精密机械零件, 人民教育出版社, 1979。