空间机械部件可靠性的广义分布模型

孙 惠 中

（空间中心 总体部）

一、引 言

以机械结构为主的系统，在建立可靠度模型时，应尽可能多地采用在现场数据中所包含的故障机理信息，以期得到一种既切合实际而又便于分析的可靠度模型。

关于可靠度函数，已经归纳出一些标准形式，如正态分布；对数正态分布；威布尔分布；伽玛分布；指数分布等。为使数据处理方便也已研究出了很多其它方法。它们的特点是仅把系统或其构成部件看成只存在故障和正常两个状态，这种简单的故障机理，应用于电子部件已经取得了很大的成绩。但是要使这些分布同样适用于所有的机械系统，确存在着一定的困难。

1. 从构造上看最简单的机械部件，如轴、柱、支撑件等小零件，其功能也是相当复杂的，它们都不具有上述那种简单的故障机理。在机械领域中对其故障机理的研究是十分细致的，既要考虑材料的种类、材料内在的物理强度、各种应力间的相互关系；又要考虑外部条件产生的磨损、疲劳、腐蚀、蠕变等所有的破坏及损伤现象。针对这一问题，引入了随机过程的方法，显著地改进了经典精密机械学的方法，这种研究的代表作有*Miner*的文献[2]盐见的文献[3]横掘的文献[4]立石的文献[5]。

2. 对于具有各种功能的机械部件的集合——机械系统来说，其可靠度的求法，就更加困难了。尽管在纯理论[6][7]领域内可以讲得头头是道，但要得到解决实际问题的方法，还有相当大的距离。目前这方面的研究有吉川的文献[8]中关于机械功能分解和合成的理论；有井上文献[9]中用*FTA*(失效树)的分析方法；以及*Easary*等的文献[6]；*Barlow* 等的文献[7]中关于一般系统可靠度结构的理论等等。

所有这些文献都直接对机械零件和材料的故障机理和机械系统可靠度结构的实质进行了细致的研究，可以作为现实系统参考的一般内容是相当丰富的。不过，即使从粗糙的要求出发，把它们直接用来处理实际问题还是不行的。与上述的各种研究略有不同*Weiss*[10-13]等人提出了损伤积累模型。他从宏观观点出发，把故障现象看成是细微的机械损伤的累积，由概率论中随机变量和的理论来构成可靠度模型。这种模型假设了全部机械零件都服从统一的故障机理，因此在分析应用时具有一定的方便性。但是这种简单的假设不可能包括许多现场观察到的有用信息。在机械系统中，我们所观察到的与故障或损伤机理有关的现场信息是十分丰富的，诸如损伤空间的广度、大小、范围、形式、场所、时间关系、因果关系等等。为了简化模型，就只能舍弃这些信息的大部份，而要在少数参数中包括很多的现场信息是很难做到的。

三根久教授的模型[1]就是为了弥补上述缺点而提出的。他从解释现场数据所包含的物理

意义出发，力图求出能最大限度地包含这些信息在内的模型。所得的结果虽然从形式上看还是很象过去的模型，但是通过它有可能获得反映现实系统特点的许多新模型。该模型的另一个优点，是它所包含的参数都是由现场观测所证实的参数。三根模型无论从理论上还是从实用上都比其它模型前进了一步，特别是在船用机械系统的应用中，获得了成功。但它亦存在着某些缺点，一是现场数据不能满足模型参数所要求的信息量；二是模型作为简化的数据分析方法还缺乏普遍的实用性。

我们在三根模型的基础上，针对空间机械系统故障机理的特点，提出了空间机械部件可靠性的广义分布模型。推导出了广义分布模型的可靠度函数的解析表达式，通过近似计算公式，对在各种故障状态下可靠度函数的物理意义，进行了深入的讨论。

二、机械部件可靠性的四状态模型

1. 定义

为了对机械部件可靠度进行定量的研究，我们必须对机械部件的各种损伤和故障状态下严格的定义。

（1）故障：指部件功能完全丧失。

（2）损伤：指部件发生异常、磨损、腐蚀、龟裂、小的变形等状态，以及部份功能丧失等。损伤又可细分为两类：

轻损伤：部件在运行过程中产生暂时的、局部的损伤，如润滑膜有细微的破裂；零件有轻微的磨损；小的变形等。轻损伤不影响部件的功能，只要经过调整或小修理就能恢复正常。

重损伤：部件因损伤已经丧失部份功能，若不及时进行大修，或全面更换主要零件，就会发生故障。

根据损伤生长的方式或表达的形式不同，可以构成几种不同的模型。我们把现场观察到的数据分成四类，除正常和故障状态外，又增加了轻损伤和重损伤两种损伤状态，就构成了机械部件可靠性的四状态模型。我们把现场观察到的部件内部状态转移图示于图一。

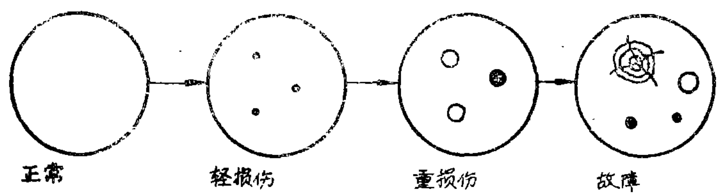

图1　损伤随时间的变化过程

上图表示在一段时间内，机械部件内部状态的变化。从发生轻损伤，轻损伤生长为重损伤，直到由重损伤引起故障的过程。重损伤的出现和到某一时刻为止发生轻损伤的个数有关，而故障的出现又和发生重损伤的个数有关，这是一种损伤积累的故障模式，而各类损伤的产生认为是一种互相独立的随机跃变过程。

2. 基本假设

（1）设各部件的空间是相同的，损伤可以在部件的任何部位发生，只考虑损伤的数目不考虑损伤的形式。

（2）轻损伤的发生服从泊桑分布，单位时间内的发生率为λ_1。

（3）从轻损伤发展到重损伤，从重损伤发展到故障是瞬间发生的随机跃变。但轻损伤不能跃变为故障。

（4）发生各种损伤的随机跃变是互相独立的，而且是不可逆的。

设 1 个轻损伤转移到重损伤的转移率为λ_2。

设 1 个重损伤转移到故障的转移率为λ_3。

3. 邻近状态的转移图

我们用S_{ij}表示一个包含有 i 个轻损伤，j 个重损伤的机械部件。

在时间 t，部件处于S_{ij}状态的概率为$P_{ij}(t)$经过$\varDelta t$时间后，仍保持在S_{ij}状态的概率为$P_{ij}(t+\varDelta t)$，由此我们可以画出各种邻近状态间的转移图。

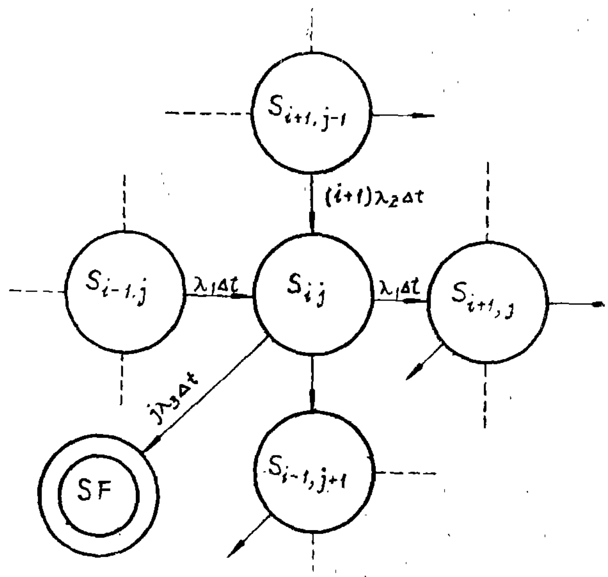

图 2　机械部件各邻近状态之间的转移图

（1）在时间 t 处于S_{ij}状态的部件，在$\varDelta t$ 时间后，轻损伤、重损伤、故障都不发生的概率为

$$P_{ij}(t)\cdot[1-(\lambda_1+i\lambda_2+j\lambda_3)\varDelta t] \qquad (1)$$

（2）在时间 t 处于$S_{i-1,j}$状态，$\varDelta t$时间后发生一个轻损伤的概率为

$$P_{i-1,j}(t)\cdot\lambda_1\varDelta t \qquad (2)$$

（3） t 时间处于$S_{i+1,j-1}$状态，$\varDelta t$时间后由 1 个轻损伤转移到一个重损伤的概率为：

$$P_{i+1,j-1}(t)\cdot(i+1)\lambda_2\varDelta t \qquad (3)$$

（4） t 时间处于S_{ij}状态，$\varDelta t$时间后由重损伤转移到故障的概率为

$$P_{ij}(t)\cdot j\lambda_3\varDelta t \qquad (5)$$

（5） t 时间处于S_{ij}在$\varDelta t$ 时间后，同时发生二个轻损伤，或轻损伤发展为重损伤同时重损伤又发展为故障的概率为

$$\varDelta(\varDelta t)^2 \qquad (5)$$

根据全概率定律，我们可以得到在$\varDelta t$时刻后，部件不发生故障的概率为 $P_{i,j}(t+\varDelta t)$，

$$P_{ij}(t+\varDelta t)=[1-(\lambda_1+i\lambda_2+j\lambda_3)\cdot\varDelta t]\cdot P_{ij}(t)$$
$$+\lambda_1 P_{i-1,j}(t)\cdot\varDelta t+(i+1)\lambda_2\cdot P_{i+1,j-1}(t)\cdot\varDelta t+\varDelta(\varDelta t)^2 \qquad (6)$$

令 $\Delta t \to 0$ 时，我们可以得到概率密度函数为

$$P'_{i,j}(t) = -(\lambda_1 + i\lambda_2 + j\lambda_3)\cdot P_{i,j}(t) + \lambda_1 P_{i-1,j}(t) + (i+1)\lambda_2 P_{i+1,j-1}(t) \quad (7)$$

这里$i = 0, 1, 2\cdots\cdots$，$j = 0, 1, 2\cdots\cdots$

4．部件到时间t为止，无故障的概率

即部件在时间 t 的可靠度$R(t)$，由停留在S_{ij}各状态的概率总和得出：

$$R(t) = \sum_{i=0,\ j=0}^{\infty} P_{i,j}(t) \quad (8)$$

它就是模型的可靠度函数，其计算结果如下：

$$P_{ij}(t) = e^{\lambda_1 t}\cdot\frac{1}{i!}\left\{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}(1-e^{-\lambda_2 t})\right\}^i \cdot\frac{1}{j!}\left\{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\left(1-\frac{\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}-\lambda_2 e^{-\lambda_3 t}}{\lambda_3-\lambda_2}\right)\right\}^j \quad (9)$$

$$R(t) = \exp\left\{\frac{\lambda_1(\lambda_2+\lambda_3)}{\lambda_2\lambda_3} - \lambda_1 t + \lambda_1\left(\frac{\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}/\lambda_2 - \lambda_2^{-\lambda_3 t}/\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_2}\right)\right\} \quad (10)$$

〔注〕：请参考文献〔1〕

三、空间机械部件可靠性的广义分布模型

空间机械部件如陀螺、飞轮、红外地平仪等，长期处于连续转动工作状态。从故障机理来分析，它既不象电子部件那样只存在正常与失效两种状态；又不同于一般机械部件的损伤积累过程。空间机械部件的寿命和可靠性，基本上取决于其主轴承的寿命和可靠性。

所谓寿命在此具有不同的含义，轴承的寿命是指轴承磨损或润滑膜破裂为寿命终了，它比一般机械部件以断裂或变形为寿命终了要严格得多。以陀螺为例，由于主轴承的磨损会引起内外圈的相对位移，从而使陀螺转子的重心偏移，以致产生陀螺的漂移，漂移超过了所规定的精度要求，即为寿命终了。

影响主轴承寿命的因素：

1．轴承的几何形状、材料和加工精度，直接影响到轴承内弹性流体动力膜的形成和稳定性。

2．润滑剂的性能、数量和润滑方式，轴承的润滑条件。

3．马达结构形式与工艺，零件膨胀系数的匹配、预载荷大小、加载方式、动平衡装配精度。

4．工作环境、尺寸稳定性、润滑剂的温度特性等。

影响主轴承寿命的因素虽然很多，但本质上是取决于润滑膜的完整性及稳定性。我们针对润滑膜的损伤和破裂过程，提出了空间机械部件可靠性的广义分布模型。

1．基本假设

（1）空间机械部件的寿命与可靠性取决于其所用主轴承的润滑膜的完整性与稳定性。

（2）在轴承的润滑膜中，所产生的局部的、暂时的、小破裂点，称为轻损伤。轻损伤的产生是一种随机跃变过程，并服从泊桑分布。

（3）在轴承的润滑膜中，产生大的，能引起内外圈磨损的破裂点，称为重损伤。重损伤是建立在轻损伤的基础上的，也服从泊桑分布。

（4）空间机械部件的寿命，以重损伤产生的数目达到一定值为终止。此时，不考虑轻损伤数目的多少。

2．基本公式的推导

如果随着时间t的变化，产生重损伤的数目所构成的集合，符合泊桑分布。而对于每一组重损伤数，又有其对应的轻损伤数目，当轻损伤的产生亦是符合泊桑分布的随机过程时，这就构成了广义分布。

根据文献[14]给出的泊桑分布的概率母函数为：

$$
\begin{aligned}
g(S) &= P_0 + P_1 S + P_2 S^2 + \cdots\cdots \\
&= e^{-\lambda} + \lambda e^{-\lambda} S + \frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!} S^2 + \cdots\cdots \\
&= e^{\lambda(S-1)}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

设单位时间内产生轻损伤的平均数目为λ_1

则在时间 t 产生轻损伤的概率母函数为

$$G(S) = e^{\lambda_1 t(S-1)} \tag{12}$$

设单位时间内产生重损伤的平均数目为λ_2

在时间 t 由轻损伤转移到重损伤的概率母函数为

$$g(S) = e^{\lambda_2 t(S-1)} \tag{13}$$

在时间 t 产生重损伤的概率母函数为

$$G(g(S)) = \exp[\lambda_1 t(e^{\lambda_2 t(S-1)} - 1)] \tag{14}$$

这就是奈曼($Neyman$)A型分布或称泊桑——泊桑分布的概率母函数。

$$
\begin{aligned}
G(g(S)) &= \exp[\lambda_1 t(e^{\lambda_2 t(S-1)} - 1)] \\
&= e^{-\lambda_1 t} \exp[\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t} e^{\lambda_2 t S}] \\
&= e^{-\lambda_1 t} \left[1 + \lambda_1 t e^{-\lambda_2 t} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda_2 t S)^j}{j!} + \frac{(\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t})^2}{2!} \right. \\
&\quad \left. \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\partial \lambda_2 t S)^j}{j!} + \cdots\cdots \right]
\end{aligned}
\tag{15}
$$

在时刻 t 产生 j 个重损伤的概率为

$$
\begin{aligned}
P_j(t) &= e^{-\lambda_1 t} \left[\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t} \frac{(\lambda_2 t)^j}{j!} + \frac{(\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t})^2}{\partial !} \right. \\
&\quad \left. \cdot \frac{(\partial \lambda_2 t) \mathrm{j}}{j!} + \cdots\cdots\cdots \right] \\
&= e^{-\lambda_1 t} \frac{(\lambda_2 t) \mathrm{j}}{j!} \left[\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t} + \frac{(\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t})^2}{\partial !} \partial^j + \cdots\cdots \right] \\
&= e^{-\lambda_1 t} \frac{(\lambda_2 t)^j}{j!} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t})^i}{i!} i^j \cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{16}
$$

如果我们假设在某一时间 t，重损伤的数目达到N个，部件就进入故障状态。

根据

$$R(t) = \sum_{j=0}^{N-1} P_j(t) \tag{17}$$

则

$$R(t)=\sum_{j=0}^{N-1}\left[e^{-\lambda_1 t}\frac{(\lambda_2 t)^j}{j!}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t})^i}{i!}i^j\right] \tag{18}$$

对于某一确定的重损伤数目 j 值

$$\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t})^i}{i!}i^j$$

这一项总是收敛于某一确定值。也就是当产生 j 个重损伤时，对应的轻损伤分布也有一确定值。

令 $$M_j=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda_1 t e^{-\lambda_2 t})^i}{i!}i^j \tag{19}$$

$j=0,1,2\cdots\cdots N-1$

则

$$R(t)=\sum_{j=0}^{N-1}M_j e^{-\lambda_1 t}\frac{(\lambda_2 t)^j}{j!} \tag{20}$$

由于 $M_0<M_1<\cdots\cdots<M_{N-1}$

所以取可靠性下限值时为

$$R(t)>M_0\sum_{j=0}^{N-1}e^{-\lambda_1 t}\frac{(\lambda_2 t)^j}{j!} \tag{21}$$

这就是空间机械部件可靠性的广义分布模型的近似表达式。

四、模型物理意义的讨论

广义分布模型可靠度函数的近似表达式，具有明确的物理意义。它实质上与冷贮备冗余系统的可靠度函数完全一样。因此我们可以把空间机械部件的故障模式看成由一个失效率为λ_1的部件和n个失效率为λ_2的部件组成的冷贮备冗余系统，当$\lambda_1=\lambda_2$时，其可靠度函数的表达或与广义分布模型的可靠度函数的表达式仅差一个常数项M_j。M_j的物理意义可以理解为一个与轻损伤的分布有关的加权因子，M_1为出现一个重损伤时，对应的轻损伤分布的加权数；M_2为出现二个重损

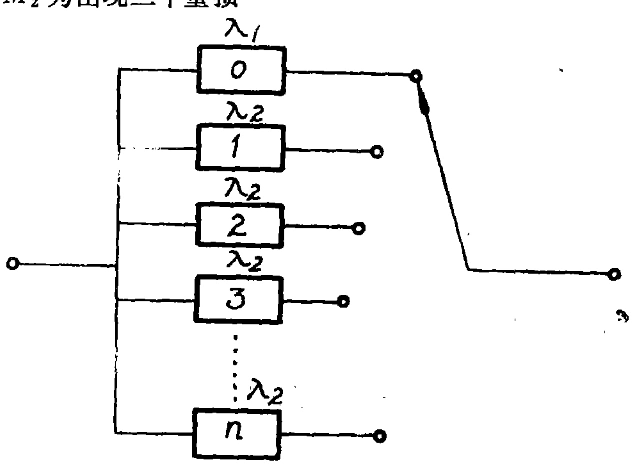

图 3 广义分布模型的等效见余系统

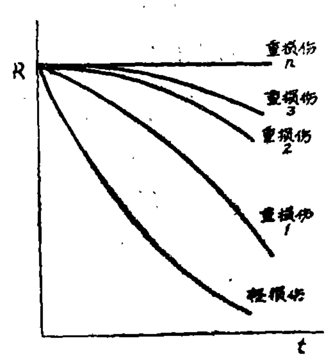

图 4 各种损伤状态下的$R(t)$曲线

伤时，对应的轻损伤分布的加权数；M_{N-1} 为出现$N-1$个重损伤时，对应的轻损伤的加权数。

1. 如果仅仅考虑轻损伤，亦即不允许发生任何重损伤时$j=0$

$$R(t)=M_0e^{-\lambda_1 t}=M_0e^{-\lambda t}$$

这时广义分布模型等于指数分布。

2. 如果允许发生一个重损伤$j=1$

$$R(t)=(M_0+M_1\lambda_2 t)e^{-\lambda_1 t}=(M_0+M_1\lambda t)e^{-\lambda t}$$

相当于一个失效率为λ 的部件和一个具有相同失效率的备件所组成的冷贮备系统。

3. 当允许发生$(N-1)$个重损伤时　亦即 $j=N-1$

$$R(t)=e^{-\lambda_1 t}\left[\sum_{j=0}^{N-1}M_j\frac{(\lambda_2 t)^j}{j!}\right]$$

$$=e^{-\lambda t}\left[\sum_{j=0}^{N-1}M_j\frac{(\lambda t)^j}{j!}\right]>e^{-\lambda t}M_0\left[\sum_{j=0}^{N-1}\frac{(\lambda t)^j}{j!}\right]$$

从上述结果可以看出模型可靠度的下限为只允许发生轻损伤，而不允许发生任何重损伤。这时模型的可靠度与失效率为λ的单部件等价。模型可靠度的上限为允许发生$(N-1)$个重损伤，这时模型的可靠度与失效率为λ 的部件与具有相同失效率的N个备份所组成的冷贮备系统等价。很显然，只考虑轻损伤，模型的可靠度最低。不考虑轻损伤，而只考虑重损伤的数目就相当于冷贮备系统，允许产生的重损伤数目愈多，备份数就愈多，系统可靠性愈高。在N个备份中只要有一个工作，亦即部件产生的重损伤数目只要$\leqslant(N-1)$，部件就不发生故障。

参 考 文 献

[1] 三根久；系统可靠性和维修性的综合研究，上海铁道学院科研处。

[2] Miner.M.A.J.App.Mech,1945,12,(3),159

[3] 塩见弘；"累积则12による劣化量予测" 信学志，1967,50(12)2260/2285。

[4] 横堀武夫；《材料强度》，岩波全书，1974，第二版。

[5] 立石哲也；机械学，(1部)，42，(353)，61。

[6] Easary.J.D.,Proschan,F.;Technometrics,1963,5(2),191。

[7] Barlow.R.E.,Proschan.F.;Probability Models。

[8] 吉川弘；机学志1977 74(633)，"机械よトポロジー"，精密机械志

[9] 井上紘一ら；安全工学，1978 17(3)。

[10] Wiess G.H.;IRE Conv Rec,1960。

[11] Mann R.S.;"Mothed for Statistical Analysics of Reliability and life Data", John Wiley " Sone Inc"(1974)。

[12] Soransen Jr.A.;IEEE Trans.Rel.1971,RV20(4),244。

[13] Easary J.D.S.;Ann.prob.,1973 1(4),672。

[14] E.C.皮洛；"数学生态学引论" 科学出版社，1978。

[15] A.Д.时皮法诺夫；"控制系统的可靠性"，国防工业出版社，1979。