

定向太阳帆板的运动学分析

赵明晶

一、前言

定向太阳帆板是指卫星上可对太阳跟踪定向的太阳电池供电系统。采用这种定向太阳帆板可显著缩小帆板面积并能提高其比功率。它一般用于三轴稳定的地球卫星，例如，气象、资源、通信、广播、导航卫星等。由于此类卫星要求其Z轴始终指向地心，因而不能使太阳帆板同时对准太阳。这样，便采用了定向太阳帆板。

定向太阳帆板是在伸展式（不定向）太阳帆板的基础上发展起来的。它出现在六十年代末期，至今在国外已获得广泛地应用。例如，美国的Nimbus—1气象卫星、FLTSATCOM海军通讯卫星、ERTS—1、LANDSAT地球资源卫星以及欧联的OTS轨道试验卫星等均已成功地使用了定向太阳帆板。

由于帆板处于卫星体上，而卫星又围绕地球运行，因此，帆板的定向运动取决于地球在天体中的运动。众所周知，地球在天体中是围绕太阳运行的。地球在运行中具有四种运动，即自转、公转、进动（也称岁差）和章动。由于地球进动缓慢和章动微小，故本文在研究帆板运动学时将其忽略不计。

二、卫星的运行轨道

人造地球卫星的运行轨道可有四种：即圆、椭圆、抛物线和双曲线（图1）。卫星在运行中究竟取何种轨道，这取决于卫星的发射高度、末速度和运动方向。根据牛顿万有引力定律可知，卫星的地面发射速度必须大于地球的环绕速度。但是，为了使卫星能围绕地球运行，卫星的地面发射速度还要小于离开地球的逃逸速度。这样一来，根据开普勒第一定律可知，卫星的运行轨道为一椭圆（或圆）。

地球的环绕速度和逃逸速度以及卫星的运行速度可由下式确定（图2）：

$$V_1 = \sqrt{\frac{Gm}{R}} = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6.0 \times 10^{24}}{6371 \times 10^3}} = 7.9 \text{公里/秒} \quad (1)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2Gm}{R}} = \sqrt{2} V_1 = 11.2 \text{公里/秒} \quad (2)$$

$$V_i = \sqrt{Gm \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (3)$$

$$V_c = \sqrt{\frac{Gm}{R+H}} \quad (4)$$

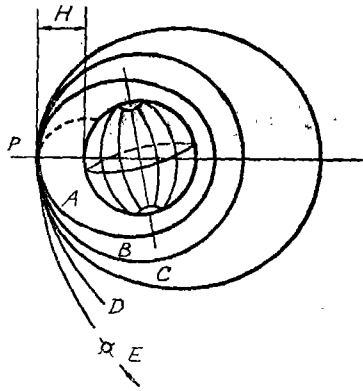


图1 人造地球卫星运行轨道

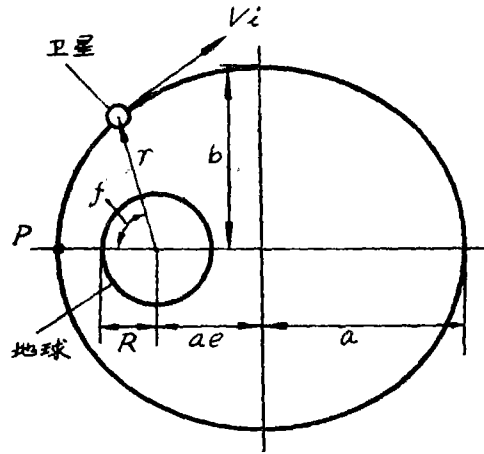


图2 卫星椭圆轨道

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f} \quad (5)$$

- 式中
- V_1 ——地球的环绕速度；
 - V_2 ——地球的逃逸速度；
 - V_i ——卫星按椭圆轨道运行时的速度；
 - V_c ——卫星按圆轨道运行时的速度；
 - G ——万有引力常数， $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{米}^3/\text{公斤} \cdot \text{秒}^2$ ；
 - m ——地球质量， $m = 6.0 \times 10^{24} \text{公斤}$ ；
 - R ——地球平均半径， $R = 6371 \times 10^3 \text{米}$ ；
 - H ——卫星地面发射高度；
 - r ——卫星向径；
 - a ——椭圆轨道半长轴；
 - e ——椭圆轨道偏心率；
 - f ——真近点角。

若卫星的发射高度为 H ，运动方向平行地面，且卫星的末速度等于圆轨道速度 V_c 时，则卫星将按圆轨道运行（图1，B轨道）；若卫星末速度小于圆轨道速度时，则卫星将按椭圆轨道运行，此时卫星所达到的高度（图1，P点）便成为轨道的远地点（A轨道）；若卫星的末速度大于圆轨道速度时，则卫星仍按椭圆轨道运行，此时卫星所达到的高度便成为轨道的近地点（C轨道）。若卫星的地面发射速度等于逃逸速度 V_2 时，则卫星将按抛物线轨道运行（D轨道）；若卫星的地面发射速度大于逃逸速度 V_2 时，则卫星将按双曲线轨道运行（E轨道）。显然，抛物线与双曲线均为开放曲线。如果卫星沿开放曲线的轨道运行，那么，它就不能再返回地球。此时可以认为卫星是沿椭圆轨道围绕太阳运行。

三、帆板运动学

帆板运动学系指帆板对太阳的跟踪定向运动。下面阐述两种同步轨道的帆板运动学：

1. 太阳同步轨道的帆板运动学

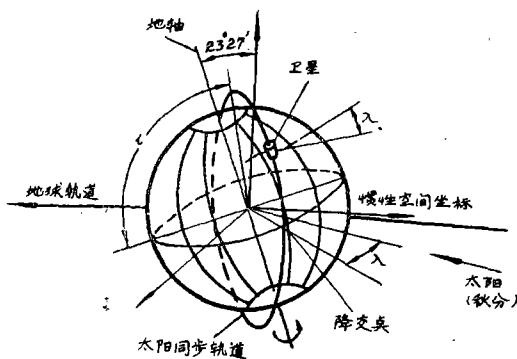


图3 太阳同步圆轨道

太阳同步轨道就是卫星的轨道面在惯性空间里与太阳黄道周年视运动是同步的，即轨道面相对太阳的方位在一年内始终保持不变（图3）。

本来，卫星的轨道面是随地轴一起围绕太阳运行的。它对太阳的方位是变化的，在一年内相对太阳旋转一周，其角速度就是地球公转角速度。但是由于地球赤道隆起部份对卫星轨道面产生摄动影响，致使轨道面对地轴产生缓慢的旋转，其方向与卫星的运动方向相反，其倾角保持不变。它的旋转角速度可由下式确定：

$$\text{对椭圆轨道} \quad \Omega \doteq -\frac{10}{(1-e^2)^2} \left(\frac{R}{a}\right)^{7/2} \cos i \text{ 度/天} \quad (6)$$

$$\text{对圆轨道} \quad \Omega \doteq -10 \left(\frac{R}{R+H}\right)^{7/2} \cdot \cos i \text{ 度/天} \quad (6')$$

式中 Ω ——卫星轨道面对地轴的旋转角速度；

i ——轨道倾角。

显然，对于顺行轨道（ $i < 90^\circ$ ， Ω 为负值），轨道面由东向西旋转；对于逆行轨道（ $i > 90^\circ$ ， Ω 为正值），轨道面由西向东旋转；对于极轨道（ $i = 0$ ， $\Omega = 0$ ），轨道面相对地轴不转。由此可知，太阳同步轨道必须采用倾角 $i > 90^\circ$ 的逆行轨道。如果适当地选择倾角和轨道高度，则可使轨道面对地轴的旋转角速度恰好等于地球公转角速度，而方向与地球公转方向相反。这样，轨道面相对太阳的方位便可保持不变，从而构成了太阳同步轨道。

例如，美国 ERTS—1 资源卫星的轨道高度为 $H = 910$ 公里；倾角为 $i = 99^\circ 7'$ ；将其代入（6'）式则得：

$$\Omega = -10 \left(\frac{6371}{6371 + 910}\right)^{7/2} \cos 99^\circ 7' = 0.990 \text{ 度/天}$$

该值恰好等于地球的公转角速度 Ω_e ：

$$\Omega_e = \frac{360^\circ}{365.24} = 0.986 \text{ 度/天} \quad (7)$$

由此可知，该卫星是按太阳同步圆轨道运行。

太阳同步圆轨道可由下列要素确定：即轨道高度 H 、轨道倾角 i 、运行周期 T 和降交点时间 t_s 。由于太阳同步圆轨道对太阳的方位始终保持不变，因此卫星的降交点时间 t_s 也是不变的。即卫星通过赤道的时间总是该地的时间 t_s 。因而降交点的时间就决定了轨道面的方位。而轨道面的方位则直接影响帆板的运动形式。

当地球处于春分或秋分位置时，赤道才能获得太阳的垂直照射，因而只有卫星的降交点时间为12点时，帆板才能得到垂直照射，而离开该点的任何位置均不能得到垂直照射。但是，如果绕卫星的俯仰轴和滚动轴给帆板以相应的转角，则同样可以得到太阳的垂直照射。此种运动即为帆板对太阳的定向运动。

当地球离开春分或秋分位置时，由于一年四季太阳照射角的变化也将影响帆板对太阳的

定向。

于是, 综合考虑上述各因素, 便可得出帆板绕卫星俯仰轴和滚动轴旋转和摆动的角速度、摆角以及绕滚动轴转动的转角计算公式:

$$\omega_x = \frac{360^\circ}{T} + \omega_o \cos(i - 90^\circ) \quad (8)$$

$$\omega_r = \omega_o \sin(i - 90^\circ) \quad (9)$$

$$\omega_o = \pm \frac{ne}{y} = \frac{4 \times 23^\circ 27'}{365.24} = 0.2568^\circ/\text{天} \quad (10)$$

$$\beta_x = \pm \varepsilon \cos(i - 90^\circ) \quad (11)$$

$$\beta_r = \pm \varepsilon \sin(i - 90^\circ) \quad (12)$$

$$\lambda = (12 - t_d) \frac{360^\circ}{24} \quad (13)$$

式中 ω_x —— 帆板绕俯仰轴旋转的角速度;

ω_r —— 帆板绕滚动轴摆动的角速度;

ω_o —— 太阳照射角变化的角速度, 由冬至到夏至取正值, 由夏至到冬至取负值;

β_x —— 帆板绕俯仰轴的摆角, 冬至到夏至向北摆, 夏至到冬至向南摆;

β_r —— 帆板绕滚动轴的摆角, 摆向与俯仰轴同;

λ —— 帆板绕滚动轴的转角;

T —— 卫星周期;

t_d —— 降交点时间;

ε —— 黄道面与赤道面的交角, $\varepsilon = 23^\circ 27'$;

n —— 一年的四季

y —— 回归年, $y = 365.24$ 天。

今对上述各式作如下讨论:

(1) 公式(8)中后项代表太阳对帆板照射角在赤纬方向的变化速度。它对前项来说, 其值甚小, 可以忽略。于是, (8)式可改写成:

$$\omega_x = \frac{360^\circ}{T} \quad (8')$$

此时太阳对帆板的照射角在赤纬方向的最大误差 Δy 为 (近极轨道可取 $i = 100^\circ$):

$$\Delta y = \varepsilon \cos(i - 90^\circ) = 23^\circ 27' \cos 10^\circ = 23^\circ$$

但是, 该误差可以作为帆板的跟踪误差由 ω_x 的旋转运动来补偿。

(2) 公式(9)的摆动是用来修正太阳照射角在赤经方向产生的误差。今仍取 $i = 100^\circ$, 则太阳照射角在赤经方向的最大误差 Δx 为:

$$\Delta x = \varepsilon \sin(i - 90^\circ) = 23^\circ 27' \sin 10^\circ = 4^\circ$$

显然, 太阳照射角在赤经方向产生的误差是微小的, 并且该值只有在夏至或冬至时才出现, 故可忽略。于是, 便可将帆板绕滚动轴的摆动省掉。

(3) 公式(13)中的降交点时间 t_d 为常量, 因而帆板绕滚动轴的转角 λ 也为常量。这样, 便可将帆板绕滚动轴的转角 λ 改变成俯仰轴的倾角, 则仍可获得同样效果。这样一来, 便可将绕滚动轴的转动省掉。于是, 即可省掉滚动轴的一维运动, 而使帆板的定向运动获得简化。

2. 赤道同步轨道的帆板运动学

赤道同步轨道是地球同步卫星所特有的圆轨道(图4)。它与地球的赤道面重合。卫星沿赤道同步轨道运行的角速度等于地球自转角速度,绕地球运行一周的时间为23小时56分。因此,对地球而言它是在赤道上空静止不动的。故也称静止卫星。像通信、广播、导航等卫星均属此类。

地球同步卫星的轨道半径、同步速度和同步高度由下式确定:

$$r_s = \sqrt[3]{\frac{Gm}{\omega_s^2}} \quad (14)$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} \quad (8'')$$

$$V_s = r_s \cdot \omega_s \quad (15)$$

$$H_s = r_s - R \quad (16)$$

式中 r_s ——地球同步卫星轨道半径;
 ω_s ——地球同步卫星的运行角速度;
 T_s ——地球自转周期, $T_s = 23.934$ 小时;
 V_s ——地球同步卫星的同步速度;
 H_s ——地球同步卫星的同步高度。

代入:

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = \frac{2\pi}{23.934} = 73 \times 10^{-6} \text{ 弧度/秒}$$

$$r_s = \sqrt[3]{\frac{Gm}{\omega_s^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6.0 \times 10^{24}}{(73 \times 10^{-6})^2}} = 42253 \times 10^3 \text{ 米} = 42253 \text{ 公里}$$

$$V_s = r_s \cdot \omega_s = 42253 \times 73 \times 10^{-6} = 3.08 \text{ 公里/秒}$$

$$H_s = r_s - R = 42253 - 6371 = 35882 \text{ 公里。}$$

由上述分析可知,赤道同步轨道与太阳同步轨道相似,并可把它视为太阳同步轨道的特例,即轨道倾角 $i = 0$ 的情况。因此,赤道同步轨道的帆板定向运动可按太阳同步轨道的公式计算。由此可得帆板绕俯仰轴和滚动轴旋转与摆动的角速度计算式:

$$\omega_{x_s} = \omega_s = 0.25^\circ/\text{分}$$

$$\omega_{y_s} = \omega_{\dot{\theta}} = 0.2568^\circ/\text{天}$$

$$\beta_{r_s} = \pm \varepsilon = \pm 23^\circ 27'$$

式中 ω_{x_s} ——地球同步卫星的帆板绕俯仰轴旋转角速度;
 ω_{y_s} ——地球同步卫星的帆板绕滚动轴摆动角速度;
 β_{r_s} ——地球同步卫星的帆板绕滚动轴的摆角。

今对上述各式作如下讨论:

- (1) 由于赤道同步轨道倾角 $i = 0$, 故太阳对帆板照射角在赤经方向的误差 $\Delta x = 0$;
- (2) 帆板绕滚动轴的摆动 ω_{y_s} 是用来修正太阳照射角在赤纬方向产生的误差。该误差的最大值为 $\Delta y = 23^\circ 27'$ 。如果将滚动轴的摆动省掉, 则该项误差是无法补偿的。然而, 在实际中仍是将滚动轴的摆动省掉, 旨在减少滚动轴的一维运动。

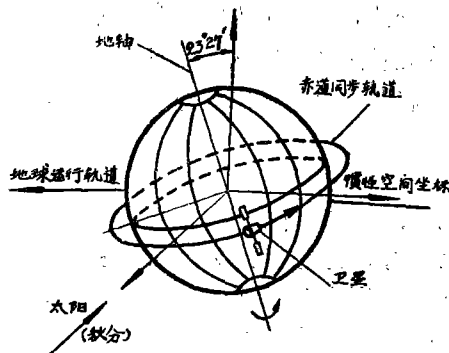


图4 赤道同步轨道

综上所述，无论是太阳同步轨道还是赤道同步轨道，其帆板的定向运动均是采用一个绕俯仰轴的旋转运动来实现。而对于由太阳照射角变化所产生的定向误差，从综合效益来看，宁可任其存在，也不采用额外的运动来补偿它。

参 考 文 献

- [1] S. J. Inglis; 行星恒星系, 科学出版社, 1979, 105~162;
- [2] 朱仁璋;《国外空间技术》1980. 2;
- [3] 地球资源技术卫星及其应用, 科学技术文献出版社 1977, 1~3, 51~69;
- [4] H. S. Rauschenbach; Solar cell Array Design Handbook, 1980, 312~362.