

# 检测圆光栅的光电定角比相法

十六室 检测组

## 一、引言

圆光栅（或码盘）的分度误差是衡量其刻划水平的一项重要指标。光电定角比相法，就是检测圆光栅分度误差的一种动态检测方法。这种方法是其所于1970年年底试验成功，之后又推广到国内一些单位使用，并于1981年十月份通过所级鉴定，专家们认为“在没有合适的比较法光电检测仪的情况下，可用定角比相法来动态检测圆光栅。”

## 二、原理

光电定角比相法，其装置主要由精密主轴、读数系统、放大器、相位计和记录仪组成（见图1）。其检测方法是：在被测盘上用两个读数头组成一个常角，各自取出被测盘的光电信号，然后将盘上的刻线连续地与组成的常角相比，这样两个读数头之间就

形成了具有一个相位差的莫尔条纹信号。若被测盘刻线没有误差，则当被测盘旋转时，相位差不变（假定圆光栅刻线中心与主轴同心）；当有刻线误差时，则相位差发生变化，其变化量就由相位计测量出来并由记录仪记录下来，然后再根据比较的结果按步推求出直径误差。

定角比相法也可以采用诸如：单常角法、对称联系法、郝维林克法、错位比相法、错角比相法等来检测圆光栅或码盘的直径误差。无论采用那种方法，都要根据所需检验的刻划间隔来选择夹角，这些角度等于圆周的 $\frac{1}{n}$ （ $n$ 为正整数）。

### 1. 固定角的选择

选择固定角时应满足下述条件：

(1)  $n \cdot \theta = i \cdot \pi$  其中 $\theta$ 为读数头角度的各义值， $n$ 和 $i$ 为系数，两者均为整数，且不可相通约。

(2) 检验间隔必须为 $\frac{\theta}{i}$ 的最大公约数，可以用下式表示： $S \times n_1 \times n_2 \times \dots = 180^\circ$ ，式中 $S$ 为检验间隔。

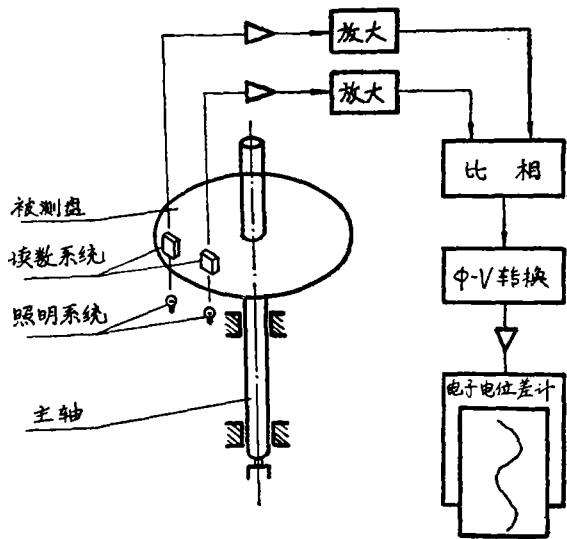


图1

例1  $\theta = 40^\circ$   $S = 20^\circ$   $n = 9$   $i = 1$  则  $20^\circ \times 9 = 1 \times 180^\circ$

例2  $\theta_1 = 45^\circ$   $\theta_2 = 36^\circ$   $S = 9$   $n_1 = 4$   $n_2 = 5$   $i_1 = i_2 = 1$

满足  $4 \times 45^\circ = 1 \times 180^\circ$   
 $5 \times 36^\circ = 1 \times 180^\circ$   
 和  $9 \times 4 \times 5 = 180^\circ$  } 其中  $\frac{45}{1}$  与  $\frac{36}{1}$  的最大公约数为 9

现将用光电定角比相法在实际检验中常用的单常角或联系角列表 1。

表1 常用单常角和联系角

S	$\theta_1$	$\theta_2$	S	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$
20°	80°		5°	80°	45°	
20°	20°			45°	40°	
20°	40°			45°	60°	
18°	90°	72°	4°	80°	72°	
15°	60°	45°		40°	36°	
12°	72°	60°	3°	60°	45°	
	36°	60°	2°	80°	45°	
10°	90°	80°		54°	40°	
	40°	30°		90°	80°	72°
	30°	20°	1°	45°	40°	36°
9°	72°	45°		80°	54°	45°
	54°	45°		54°	45°	40°
	45°	36°				
6°	60°	54°				
	54°	30°				
	36°	30°				
	42°					

## 2. 测量纲要的编制

对于任一常角在测量前都需要编制测量纲要，便于有次序地进行计算工作。例如6°间隔检测某一圆光栅取常角为42°，则纲要为：

0 - 42 - 84 - 126 - 168 - 30 - 72 - 114 - 156 - 18 - 60 - 102 - 144 - 6 - 48 - 90  
 - 132 - 174 - 36 - 78 - 120 - 162 - 24 - 66 - 108 - 150 - 12 - 54 - 96 - 138

如果被测盘精度较高，则要选择两个以上的夹角进行测试。例如6°间隔用对称联系法，夹角为 $\theta_1 = 30^\circ$ ， $\theta_2 = 72^\circ$ 。当 $\theta_1 = 30^\circ$ 时，有五个测量纲要：

0 - 30 - 60 - 90 - 120 - 150  
 6 - 36 - 66 - 96 - 126 - 156  
 12 - 42 - 72 - 102 - 132 - 162  
 18 - 48 - 78 - 108 - 138 - 168  
 24 - 54 - 84 - 114 - 144 - 174 } 共五组。

当 $\theta_2 = 72^\circ$ 时 有六个测量纲要：

- 0 - 72 - 144 - 36 - 108
  - 6 - 78 - 150 - 42 - 114
  - 12 - 84 - 156 - 48 - 120
  - 18 - 90 - 162 - 54 - 126
  - 24 - 96 - 168 - 60 - 132
  - 30 - 102 - 174 - 66 - 138
- } 共六组.

其它测量间隔以此类推。

### 3. 计算公式与计算程序

由记录仪记录的曲线包括被测盘在安装时与旋转轴不同心而引起的偏心差；被测盘刻线的误差之差；夹角差等也在内。

首先按检测间隔将一周曲线分点，然后对径相加，即去偏心又计算出直径的方向值。如取单常角 $42^\circ$ ， $6^\circ$ 间隔进行检测，设它的“最或是”值等于 $C$ ，用这个固定角依次和圆光栅上的 $0 - 42^\circ$ ； $42^\circ - 84^\circ$ ； $84^\circ - 126^\circ$ ；…… $138^\circ - 180^\circ$ 去比。这样可以逐个写出下列方程式组：

$$\left. \begin{aligned} C &= A_1 + (42) - (0) + \lambda_1 \\ C &= A_2 + (84) - (42) + \lambda_2 \\ C &= A_3 + (126) - (84) + \lambda_3 \\ &\dots\dots\dots \\ C &= A_{30} + (0) - (138) + \lambda_{30} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $A_i$ 为观测值， $\lambda_i$ 为测量的偶然误差， $(0^\circ) - (42^\circ) \dots\dots$ 为直径误差值。 $C$ 值为：

$$C = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} A_i$$

将 $C$ 值代入方程系组(1)，并设 $l_i = C - A_i$ ，便可求得单常角为 $42^\circ$ 时的直径误差或改正数的方程式：

$$\begin{aligned} (42) - (0) &= l_1 \\ (84) - (42) &= l_2 \\ (126) - (84) &= l_3 \\ &\dots\dots\dots \\ (0) - (138) &= l_{30} \end{aligned}$$

假定被测盘零直径的误差 $(0) = 0$ ，其它的直径误差或改正数便可求得。根据圆分度直径误差总和为零的特点，将上式求零起的直径误差直径改化，使：

$$[(0) + (42) + (84) + (126) + \dots\dots\dots + (138)] = 0$$

这种单常角法，特别当观察系列较长的情况下，其缺点如(2)式所示，累积误差较大。根据误差理论如果直径误差(0)内包含误差 $\delta$ ，则以后所求的直径误差中将有更大的累积误差。其累积误差近似如下：

$$\left. \begin{aligned} [42] \pm \delta \\ [84] \pm \delta \cdot \sqrt{2} \\ [126] \pm \delta \cdot \sqrt{3} \\ &\dots\dots\dots \\ [96] \pm \delta \cdot \sqrt{15} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

因此单常角法的缺点是直径误差的精度不匀称。为了既不缩小测量间隔，又不加入这种不匀称的误差，可以用“嵌入法”。但更好的办法就是对称联系法可以避免这种缺陷。至于对称联系法大家都清楚，它可检测 $1^\circ\sim 3^\circ$ 间隔的直径误差。对称联系法的计算如下：（如采用 $\theta_1 = 30^\circ$ ， $\theta_2 = 72^\circ$ 的 $6^\circ$ 间隔测量）

$$\omega_0^5 = (-2l_0 - l_{72} + l_{36} + 2l_{108})/5$$

同理求得： $\omega_6^5$ ， $\omega_{12}^5$ ， $\omega_{18}^5$ ， $\omega_{24}^5$ ，……

$$\omega_0^6 = (-3l_0 - 2l_{30} - l_{60} + l_{120} + 2l_{150})/6$$

同理求得 $\omega_6^6$ ， $\omega_{12}^6$ ， $\omega_{18}^6$ ， $\omega_{24}^6$ ，……

$$\omega_{0,6}^{5,6} = (\omega_0^5 + \omega_{30}^5 + \omega_{60}^5 + \omega_{90}^5 + \omega_{120}^5 + \omega_{150}^5)/6$$

同理求得： $\omega_6^{6,5}$ ， $\omega_{12}^{6,5}$ ，……， $\omega_{30}^{6,5}$

然后就将被测盘对应的直径误差值求出来

$$X'_\phi = \omega_\phi^5 + \omega_\phi^{5,6}$$

$$X''_\phi = \omega_\phi^6 + \omega_\phi^{6,5}$$

$$X_\phi = (X'_\phi + X''_\phi)/2 \text{ (此为对称联系的终值)}$$

### 三、使用效果及检测实例

光电定角比相法，可以较全面地反映被测盘的刻划误差（即直径误差，中周期误差和封閉差）。下面分别介绍一下：

#### 1. 直径误差的测量

为了验证光电定角比相法检测的准确性，在60进制圆检验仪的基准部分做的实验，检测间隔为 $6^\circ$ ，具体做法是：

- (1) 用其中一个单路信号与“标准信号” $\sum \sin\theta$ 进行相位比较测量；
- (2) 组成 $\theta_1 = 30^\circ$ ， $\theta_2 = 72^\circ$ ，两个常角进行光电定角比相测量，并用对称联系法计算。将上述两种情况的直径误差曲线列于表2中。

表2 单向比较法与常角对称联系法对比表

$\theta$	I	II	$\theta$	I	II	$\theta$	I	II
$0^\circ$	0.12	0.12	$60^\circ$	-0.06	-0.04	$120^\circ$	-0.06	-0.08
$6^\circ$	0.10	0.09	$66^\circ$	-0.06	-0.05	$126^\circ$	-0.03	-0.06
$12^\circ$	0.08	0.08	$72^\circ$	-0.07	-0.06	$132^\circ$	0.00	0.00
$18^\circ$	0.07	0.08	$78^\circ$	-0.10	-0.08	$138^\circ$	0.02	0.04
$24^\circ$	0.08	0.09	$84^\circ$	-0.12	-0.16	$144^\circ$	0.04	0.06
$30^\circ$	0.06	0.09	$90^\circ$	-0.12	-0.15	$150^\circ$	0.05	0.06
$36^\circ$	0.05	0.06	$96^\circ$	-0.12	-0.12	$156^\circ$	0.06	0.02
$42^\circ$	0.01	0.02	$102^\circ$	-0.10	-0.10	$162^\circ$	0.06	0.08
$48^\circ$	0.00	-0.02	$108^\circ$	-0.08	-0.10	$168^\circ$	0.09	0.12
$54^\circ$	-0.04	-0.04	$114^\circ$	-0.07	-0.09	$174^\circ$	0.10	0.13

由表2可以看出，二种方法测试结果是比较符合的。这表明，只要检测仪器稳定，轴系精度高，用光电定角比相法检测较高精度的圆光栅是完全可以的。

现在我们检测直径误差主要采用如下方法:

(1) 单常角法。此法测试计算方便, 一般用于检测较低精度的盘子, 或用于圆刻划机试刻等情况。具体数据处理见图 2。

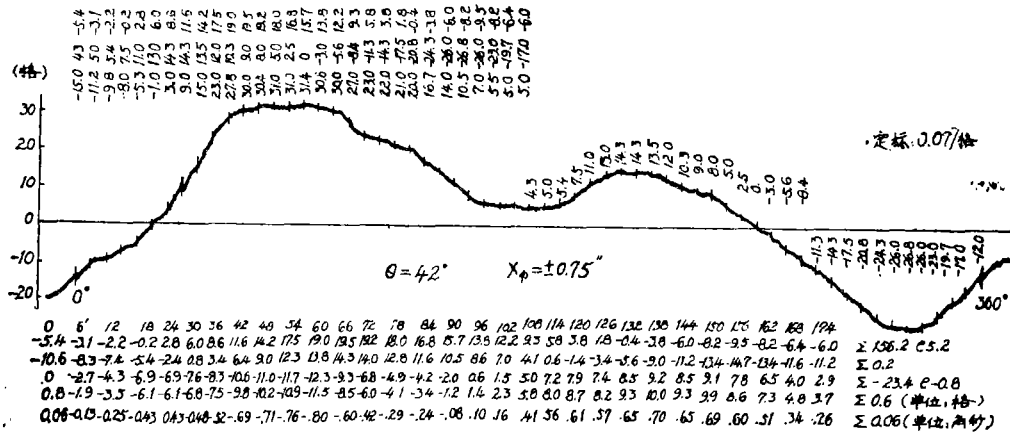


图 2 单常角测试曲线及数据处理

(2) 对称联系法。此法可检测较高精度的盘子。检测结果可做改正数用。

举一实例。记录曲线见图 3 和图 4。此例至自 60 进制圆检验仪的基准部分 (对径处理等步骤随图。该例取  $\theta_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 72^\circ$ )

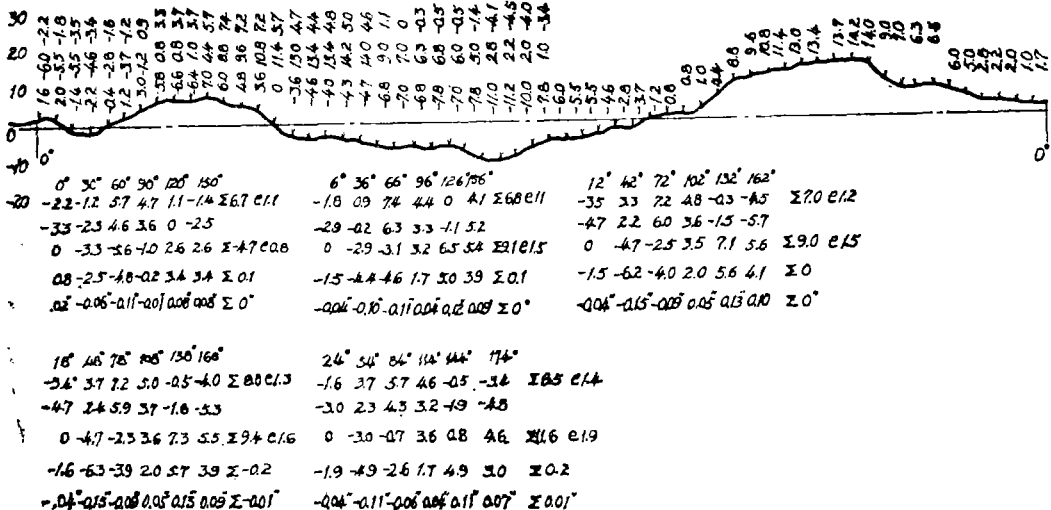


图 3  $\theta_1 = 30^\circ$  的测试曲线及数据处理

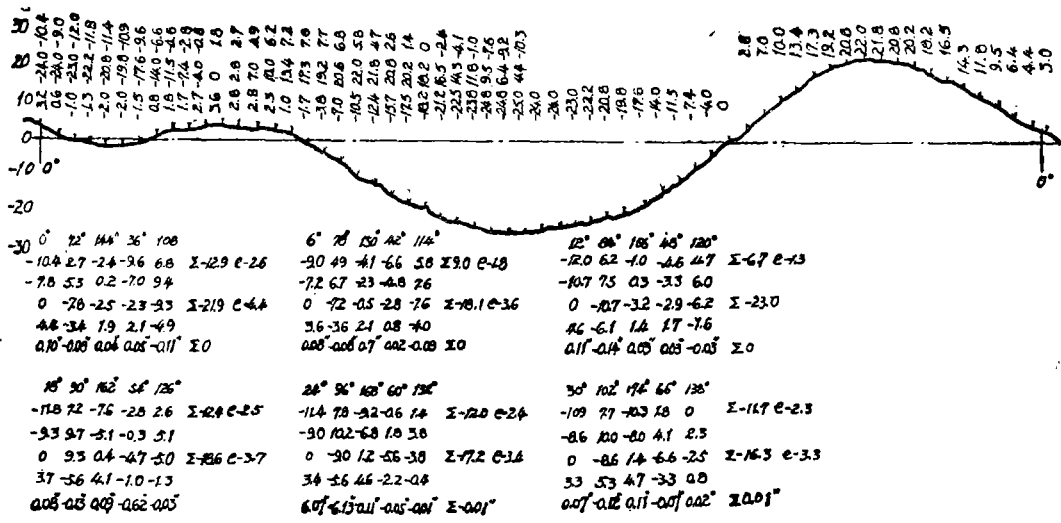


图4  $\theta_2 = 72^\circ$  的测试曲线及数据处理

由上述计算结果,再按照对称联系法,先求出 $\omega^{5,6}$ ,和 $\omega^{6,5}$ ,然后联系计算。

表3  $\omega^{5,6}$  的 计 算

$\omega_6$	$\omega^6$	$\omega^5$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$
$0^\circ$	0	30	60	90	120	150	$6\omega^{5,6}$	$\omega^{5,6}$
$0^\circ$	0.10"	0.07"	0.05"	-0.13"	-0.03"	0.07"	0.03"	0
$6^\circ$	0.08"	0.05"	-0.07"	-0.13"	-0.03"	0.03"	-0.07"	-0.01"
$12^\circ$	0.11"	0.02"	-0.08"	-0.12"	-0.01"	0.09"	0.01"	0
$18^\circ$	0.08"	0.03"	-0.08"	-0.11"	0.02"	0.11"	0.05"	0.01"
$24^\circ$	0.07"	-0.02"	-0.14"	-0.09"	0.04"	0.11"	-0.03"	0

表4  $\omega^{6,5}$  的 计 算

$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^5$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$	$\omega^6$
$0^\circ$	0	36	72	108	144	$5\omega^5$	$\omega^{6,5}$	
$0^\circ$	0.13"	0.07"	-0.06"	-0.11"	0.05"	0.08"	0.02"	
$6^\circ$	0.11"	0.02"	-0.10"	-0.09"	0.05"	-0.01"	0	
$12^\circ$	0.08"	-0.04"	-0.15"	-0.09"	0.04"	-0.16"	-0.03"	
$18^\circ$	0.09"	-0.04"	-0.15"	-0.06"	0.08"	-0.08"	-0.02"	
$24^\circ$	0.10"	-0.04"	-0.11"	-0.01"	0.12"	0.06"	0.01"	
$30^\circ$	0.09"	-0.04"	-0.11"	-0.04"	0.13"	0.10"	0.02"	

表5 72°和30°对称联系计算

$\theta$	$\omega^5$	$\omega^6$	$\omega^6 + \omega^{5.6}$	$\omega^5 + \omega^{6.5}$	$\bar{X}_\phi$	$\theta$	$\omega^5$	$\omega^6$	$\omega^6 + \omega^{6.5}$	$\omega^5 + \omega^{6.5}$	$\bar{X}_\phi$
0	0.10	0.13	0.13	0.12	0.12	90	-0.13	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15
6	0.08	0.11	0.10	0.08	0.09	96	-0.13	-0.11	-0.12	-0.12	-0.12
12	0.11	0.08	0.08	0.08	0.08	102	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10
18	0.08	0.09	0.10	0.06	0.08	108	-0.11	-0.11	-0.10	-0.09	-0.10
24	0.07	0.10	0.10	0.08	0.09	114	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09
30	0.07	0.09	0.09	0.09	0.09	120	-0.03	-0.09	-0.09	-0.06	-0.08
36	0.05	0.07	0.06	0.07	0.06	126	-0.03	-0.06	-0.07	-0.05	-0.06
42	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	132	-0.01	-0.01	-0.01	0	0
48	0.03	-0.04	-0.03	0	-0.02	138	0.02	0.04	0.05	0.04	0.04
54	-0.02	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	144	0.04	0.05	0.05	0.06	0.06
60	-0.05	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	150	0.07	0.05	0.05	0.07	0.06
66	-0.07	-0.04	-0.05	-0.05	-0.05	156	0.03	0.04	0.03	0	0.02
72	-0.08	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	162	0.09	0.08	0.08	0.07	0.08
78	-0.08	-0.10	-0.09	-0.08	-0.08	168	0.11	0.12	0.13	0.12	0.12
84	-0.14	-0.15	-0.15	-0.17	-0.16	174	0.11	0.13	0.13	0.13	0.13

(3)  $n$  向单常角法

为了提高单常角的检测精度，采用被测盘相对旋转主轴错开一定位置的  $n$  向单常角法。如对某一被测盘每次错开  $22.5^\circ$  的位置测量，经八次全组合测试，其检测精度可比单次测量提高近三倍（此测试数据取自光电定角检验仪）。具体测试结果见表六。

表6 错位全组合测试数据

	$0^\circ$	$22.5^\circ$	$45^\circ$	$67.5^\circ$	$90^\circ$	$112.5^\circ$	$135^\circ$	$157.5^\circ$	$\bar{X}_\phi$
$0^\circ-0^\circ$	-0.18	0.13	0.40	0.27	-0.08	-0.24	-0.24	-0.11	$\pm 0.32''$
$0^\circ-22.5^\circ$	-0.21	0.03	0.46	0.30	0.02	-0.11	-0.45	-0.10	$\pm 0.46''$
$0^\circ-45^\circ$	-0.15	0.08	0.32	0.30	0.16	-0.10	-0.27	-0.26	$\pm 0.30''$
$0^\circ-67.5^\circ$	-0.35	0.14	0.34	0.32	0.08	-0.10	-0.22	-0.18	$\pm 0.35''$
$0^\circ-90^\circ$	-0.27	-0.10	0.45	0.30	0.02	-0.02	-0.16	-0.18	$\pm 0.36''$
$0^\circ-112.5^\circ$	-0.14	-0.10	0.27	0.19	0	-0.05	-0.24	0.10	$\pm 0.26''$
$0^\circ-135^\circ$	-0.22	-0.08	0.30	0.29	0.10	-0.02	-0.24	-0.10	$\pm 0.27''$
$0^\circ-157.5^\circ$	-0.22	0.14	0.16	0.30	-0.06	-0.02	-0.13	-0.19	$\pm 0.26''$
$\Sigma$	-1.78	0.24	2.70	2.27	0.24	-0.66	-1.95	-1.02	
$\Sigma/8$	-0.22''	0.03''	0.34''	0.28''	0.03''	-0.08''	-0.24''	-0.13''	$\bar{X}_\phi \pm 0.29''$

由此表可求出单次测量中的误差为：

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{[V'V']}{m(n-1)}} = \pm 0.08''$$

经八次全组合测量，其检测精度可达：

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{8}} = \pm 0.03''$$

2. 中周期误差的测量

中周期误差是在被测盘子重复出现的周期在  $1^\circ \sim 7^\circ$  间的周期误差。每个中周期误差的周

期为  $\theta = \frac{360^\circ}{n}$ ，其中  $n$  为被测盘一周内的中周期数。

每个中周期误差的变化是有规律的。常角法测量中周期误差的大小，就是依赖于两个读数头所组成的角度  $C$  来确定。就是说，当所摆的角度正好是中周期的整数倍时，经比相，中周期误差无反映；当所摆的角度  $C$  值正好是中周期误差的半周期的奇数倍时，即

$$C = (2k+1) \cdot \frac{\theta}{2}$$

其中  $K = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, n-1$  ( $n$  为刻盘中周期数)

这时的中周期误差反映最大，是实际中周期误差的两倍值。如某码盘  $n = 56$ ，则  $\theta = 6.43^\circ$ ，半周期为  $3.215^\circ$ ，只有两个狭缝的位置约为  $3.215^\circ, 9.645^\circ, 16.075^\circ, \dots$  中周期误差反映最大。但这反映的是中周期的两倍值。实例见图 5。

### 3. 封闭差的测量

封闭差是光栅盘或码盘起始刻划位置与最终刻划位置之间的夹角与理论值之差。常角法测量封闭差，在记录仪上反映有两处“突跳”，即封闭差在每个读数头下反映一次。(见图 6) 在光电定角比相法中，由于被测盘存在刻划误差及偏心差，因此两次出现的突跳不一定相等。设第一个突跳为  $\Delta_1$ ，第二个突跳为  $\Delta_2$ ，为此在测量时将  $\Delta_1$  和  $\Delta_2$  的平均值定为该盘的封闭差。图 6 所示的盘子，其封闭差为 2.9 角秒。

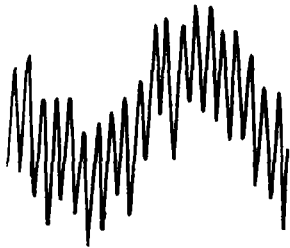


图 5

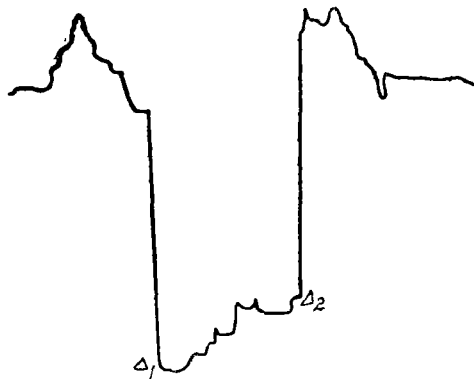


图 6

由上不难看出，光电定角比相法可以较全面的反映被测盘的长周期误差，中周期误差和封闭差（光学法检测不易反映出中周期误差）。但与比较法测量相比，不那么直接，检测与计算较麻烦一些。由于受到常角的限制，检测精度具有不等权性（这个问题过去许多论文中都论述过，这里不再重复）。定角法，还不能完全反映所有误差谐量。但是采用光电定角比相法，其使用的转台结构简单，被测件不受刻划分度体制的限制，又具有灵活、方便、省时省力等优点，如仪器稳定，主轴精度高，就可获得较高的检测精度。

### 参 考 文 献

- [1] C.B. 耶列谢也夫 (方俊译)，测量仪器学，科学出版社，1956，124。
- [2] 夏坚白等，全能经纬仪 T<sub>4</sub> 的检验与应用，中国工业出版社，1965，40。
- [3] 光电检验仪小组，光学机械，1974，5,7。