简化逻辑设计的一种新方法
—解布尔方程法

王　世　昌

摘要：本文讨论了简化$f(A_1,\cdots,A_n)=1$的逻辑设计一种新方法。此方法为：解出满足$\overline{f(A_1,\cdots,A_n)}=0$的关系表达式组。然后，设计出实现此关系表达式组的逻辑线路，此线路与实现$f(A_1,\cdots,A_n)=1$的逻辑线路等价。

前　　言

设$f(A_1,A_2,\cdots,A_n)$是建立在自变量$A_i(A_i\in\{0,1\},i=1,2\cdots,n)$上的布尔函数。在一般的逻辑设计中，实现$f(A_1,A_2,\cdots,A_n)=1$的逻辑线路，是将$f(A_1,A_2,\cdots,A_n)$布尔函数经代数或卡诺图方法进行简化。然后，对所得到的每个独项中的各变量相“与”，再对所有“与”的输出相“或”即可。

但，对这种简化后的逻辑表达式进行逻辑设计并非是最简设计。本文给出的“解布尔方程法”是逻辑设计中的一种新的，更进一步的简化方法。

它是对经代数法或卡诺图法简化后而得到的布尔函数进行进一步简化的方法。

一、基本原理

设$f(A_1,A_2,\cdots,A_n)$是布尔变量$A_1,A_2,\cdots A_n$的布尔函数。

实现并简化$f(A_1,A_2,\cdots,A_n)=1$的逻辑设计，我们可按如下方法进行。

1．求出$\overline{f(A_1,A_2,\cdots,A_n)}$，并进行一般简化。

2．解$\overline{f(A_1,A_2,\cdots,A_n)}=0$布尔方程

3．设解$\overline{f(A_1,A_2,\cdots,A_n)}=0$方程得关系式组如下：

$$\left.\begin{array}{l} g_1=h_1 \\ g_2=h_2 \\ \vdots \\ g_n=h_n \end{array}\right\} *$$

这里g_i、$h_i(i=1,2,\cdots,n)$是变量$A_1,A_2,\cdots,A_n$的表达式。

显然，实现＊式等价于实现$f(A_1,\cdots,A_n)=1$，而且，实现＊式的逻辑线路要比实现$f(A_1,A_2,\cdots,A_n)$的逻辑线路简单得多。

二、解布尔方程法简化逻辑设计实例

设　$$f(A,B,C,D,E,F)=\Sigma m(2,20,21,23,34,52,53,55,58,60,61,63) \qquad (1)$$

上式右端括号中的数码为变量A,B,C,D,E,F所构成的对应极小项。

由(1)式得卡诺图如下：

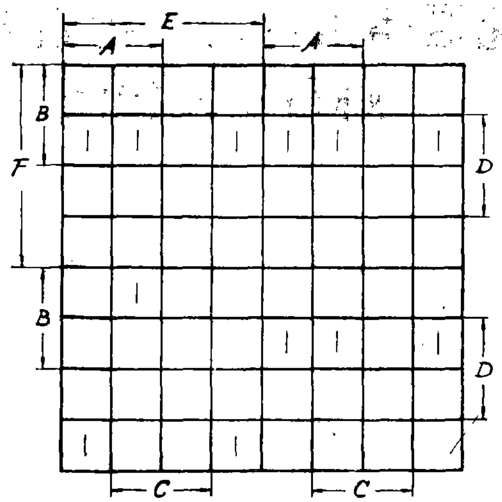

图 1

由图 1 得到简化后的f如下：

$$f = ABDF + ABD\overline{E} + B\overline{C}DF + B\overline{C}D\overline{E} + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}E\overline{F} + ABC\overline{D}E\overline{F} \qquad (2)$$

我们自然可针对(2)式进行逻辑设计。

显然，设计实现$f=1$的逻辑线路同设计$\overline{f}=0$的逻辑线路是等价的。

由上述卡诺图，我们得：

$$\overline{f(A,B,C,D,E,F)} = \overline{A}C + \overline{B}C + D\overline{B} + DE\overline{F} + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \qquad (3)$$

由(3)式可推得：

$$\overline{f} = AC\overline{BC} + \overline{AC}BC + BDE\overline{BDEF} + \overline{BDE}BDEF + B\overline{C+D}$$
$$+ \overline{B}(C+D) + \overline{D}\,\overline{\overline{D}E\overline{F}} + D\overline{D}E\overline{F} \qquad (4)$$

具体推导过程如下：

$$\begin{aligned}
&\overline{A}C + \overline{B}C + D\overline{B} + DE\overline{F} + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \\
&= \overline{A}C + \overline{B}C + D(\overline{B} + E\overline{F}) + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \\
&= \overline{A}C + \overline{B}C + D(\overline{B} + BE\overline{F}) + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \\
&= \overline{A}C + \overline{B}C + BDE\overline{F} + \overline{B}D + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \\
&= \overline{A}C + A\overline{B}C + \overline{B}C + BDE\overline{F} + \overline{B}D + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \\
&= \overline{A}BC + \overline{B}C + A\overline{B}C + BDE\overline{F} + \overline{B}D + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \\
&= A\overline{B}C + \overline{A}BC + BDE\overline{F} + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{B}C + \overline{B}D + \overline{D}\,\overline{E} + \overline{D}F \\
&= AC(\overline{B} + \overline{C}) + (\overline{A} + \overline{C})BC + BDE(\overline{B} + \overline{D} + \overline{E} + \overline{F}) + (\overline{B} + \overline{D} \\
&\qquad + \overline{E})BDEF + B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{B}(C+D) + \overline{D}(\overline{D} + \overline{E} + F) + D\overline{D}E\overline{F} \\
&= AC\overline{BC} + \overline{AC}BC + BDE\overline{BDEF} + \overline{BDE}BDEF + B\overline{C+D} \\
&\qquad + \overline{B}(C+D) + \overline{D}\,\overline{\overline{D}E\overline{F}} + D\overline{D}E\overline{F}
\end{aligned} \qquad (5)$$

可见，(5) 式即为(4)式。

由(3)式可知：

$$AC\overline{BC}+\overline{AC}BC+BDE\overline{BDEF}+\overline{BDE}BDEF+B\overline{C+D}$$

$$+\overline{B}(C+D)+\overline{D}\,\overline{\overline{D}E\overline{F}}+D\overline{D}E\overline{F}=0 \qquad (6)$$

由方程(6)得：

$$AC\overline{BC}+\overline{AC}BC=0 \qquad (7)$$

$$BDE\overline{BDEF}+\overline{BDE}BDEF=0 \qquad (8)$$

$$B\overline{C+D}+\overline{B}(C+D)=0 \qquad (9)$$

$$\overline{D}\,\overline{\overline{D}E\overline{F}}+D\overline{D}E\overline{F}=0 \qquad (10)$$

由方程(7)、(8)、(9)、(10)得：

$$AC=BC \qquad (11)$$

$$BDE=BDEF \qquad (12)$$

$$B=C+D \qquad (13)$$

$$\overline{D}=\overline{D}E\overline{F} \qquad (14)$$

由(14)式得：

$$\overline{D}=E\overline{F}$$

则 $$D=\overline{E}+F$$

由(11)、(13)两式得：

$$AC=BC$$

$$AC=(C+D)C$$

$$AC=C$$

则： $$A=A+C$$

从而得到与方程式(3)成立等价的变量关系式组（即，若方程式(3)成立，则各变量必满足此关系式组。反之，如各变量满足此关系式组，则方程式(3)必然成立）如下：

$$A=A+C \qquad (15)$$

$$B=C+D \qquad (16)$$

$$D=\overline{E}+F \qquad (17)$$

从(15)、(16)、(17)三个式子可见，它们每一个所实现的逻辑功能都是进行逻辑比较。

“比较门”的逻辑表达式如下：

$$xy+\overline{x}\,\overline{y} \qquad (18)$$

其中，x、y为二输入逻辑变量。可见，只有当x、y两变量相等时，才有输出，否则没有输出。从而达到了比较的目的。

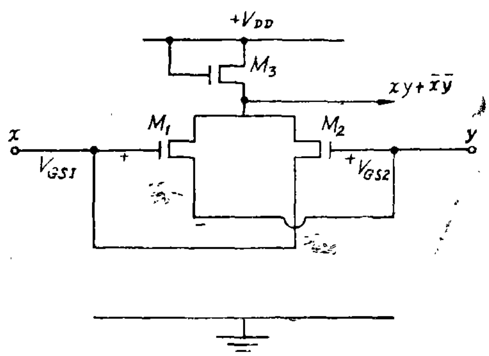

图 2

实现“比较门”只需用图 2 所示简单的三极管电路即可。

显然，实现关系式组(15)、(16)、(17)，比实现(2)式简单的多。

朱云青同志认真审阅了本文，在此谨致谢意。

参 考 文 献

[1] Ricardo E.S.,IEEE Trans.,1981,C—30.