

小型球接头万向联轴节

孙麟治 李青*

联轴节是机械传动中常用的零部件,主要用来联接两支轴传递运动与扭矩。

联轴节可分为固定式的和可移动式的两类,万向联轴节属于可移动式联轴节之列,它的用途是联接相交轴、平行轴和交叉轴,它广泛地应用于机械制造各部门,它在精密机械和仪器制造中的应用也很普遍。但是,目前应用于精密机械领域的万向联轴节的种类少、结构也较复杂、传动误差较大远不能满足需要,有必要研究设计一种结构简单工作性能好的小型万向联轴节。

万向联轴节的基本结构及其传动原理如图(1)所示。轴 P_1 和轴 P_2 端部各有一叉,以铰链与十字头的四个轴颈相联,十字头的中心与 P_1P_2 两轴线的交点重合,两轴的夹角为 α 。当 P_1 轴回转一周, P_2 轴也回轮一周,但 P_2 轴的瞬时角速度不是常数。即当 P_1 轴以等角速度 ω_1 回转时, P_2 轴将作变角速度 ω_2 回转。两轴的角速度比的关系如下:

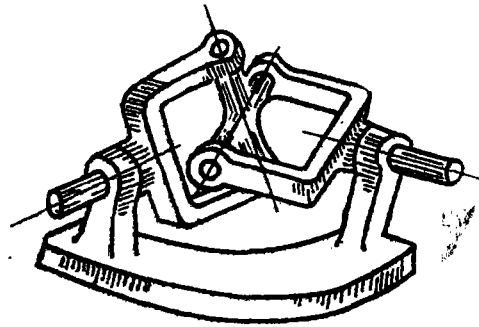


图1 万向联轴节传动示意

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1} \quad (1)$$

α —— P_1 轴与 P_2 轴的夹角

φ_1 —— 主动轴 P_1 的回转角

由此可知, ω_2 在 $\omega_{2\max} = \frac{\omega_1}{\cos \alpha}$ 及 $\omega_{2\min} = \omega_1 \times \cos \alpha$ 之间变化。当 $\alpha = 0^\circ$ 时 $\omega_{2\max} = \omega_{2\min} = \omega_1$

即两轴的转速相等。当 $\alpha = 90^\circ$ 时,两轴不能转动。可见单万向联轴节的传动比是在 $\cos \alpha$ 到 $1/\cos \alpha$ 之间变化的,即传动精度不高,并且 α 值越大,从动轴 P_2 转动得越不均匀。为消除单万向联轴节从动轴转动不均匀性,以实现等角速度的传动,可采用双万向联轴节,使两联轴节的影响互相抵消。并具有以下优点:

- (1) 可以增大主动与从动轴的轴间角 α ;
- (2) 单万向联轴节的轴间角 α 增大时,机械效率随之降低,用了两个联轴节的轴间角减半,每个联轴节中的损失不到一个联轴节的半数;
- (3) 主动和从动两轴可有横向位移。如果中间轴的长度可以改变,则横向位移还可在运动中变动。

但是双向万向联轴节是由两个单万向联轴节所组成，从而以下的阐述仍以单万向联轴节为基础。

一、现有万向联轴节的结构分析

目前用于精密机械的小型万向联轴节主要有图 2 所示的三种，它们的主要性能规格如表 1。

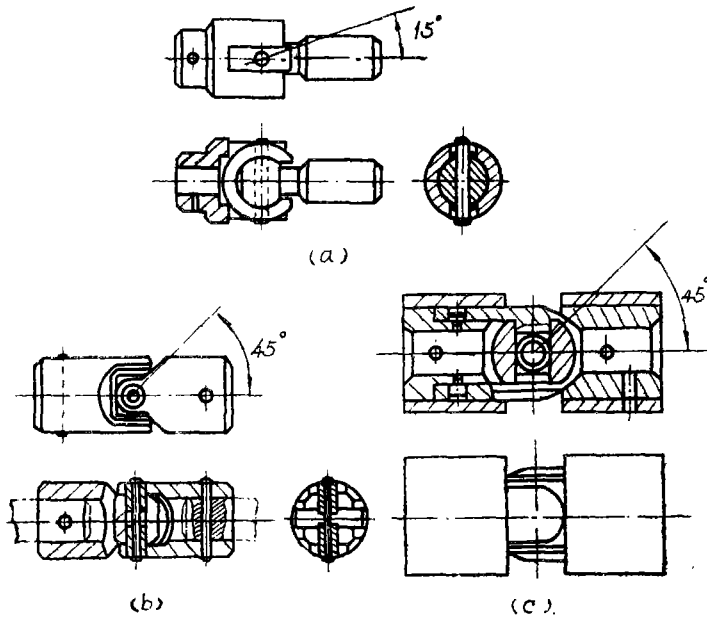


图 2

- a——圆环接头万向联轴节
- b——十字接头万向联轴节
- c——球形铰链万向联轴节

由表 1 可知，圆环接头联轴节可联接 $\phi 4、5、6、8、10$ 的轴，最大轴间角 α 为 15° 。球形铰链联轴节可联接 $\phi 6、8、10、12$ 的轴，最大轴间角 α 为 45° 。十字接头联轴节可联接 $\phi 10、12、16、20、25$ 的轴，最大轴间角 α 为 45° 。所以现有这三种联轴节的工作范围是较宽的。但是它们的结构都比较复杂，组合件也较多。球形铰链联轴节有 7 件，十字接头联轴节 6 件，结构相对简单的圆环接头联轴节也有 4 个组成件。这就给加工制造和装配带来一定困难，而且外形尺寸也较大。并有回差大、重量大和转动惯量大等缺点。

表 1 联轴节主要性能规格

	基本尺寸 $d \times D \times L$	轴间角 α ($^\circ$)	零件数	允许扭矩 ($g \cdot dm$)	空回 (分)
圆环接头型	$4 \times 10 \times 30$	15	4	175	
	$5 \times 15 \times 40$	15	4	195	
	$6 \times 16 \times 52$	15	4	440	
	$8 \times 20 \times 62$	15	4	660	
	$10 \times 25 \times 78$	15	4	840	

续表 1

	基本尺寸 $d \times D \times L$	轴间角 α ($^\circ$)	零件数	允许扭矩 ($g \cdot dm$)	空回 (分)
十字接头型	10×16×50	45	6	8500	50
	12×20×60	45	6	18000	40
	16×25×70	45	6	31500	35
	20×32×84	45	6	65000	30
	25×40×104	45	6	122000	30
球铰链型	6×16×35	45	7		
	8×18×40	45	7		
	10×22×45	45	7		
	12×26×50	45	7		
小型球接头型	4×9×32	40	3	260	34
	5×10×36	40	3	350	31
	6×12×42	40	3	640	43
	8×16×50	40	3	1500	32
	10×18×60	40	3	2100	29
	12×22×70	40	3	3900	29
	15×28×90	40	3	7400	22

二、新型球接头万向联轴节的结构分析

基于上述原因，针对精密机械和仪器设计制造的需要，我们设计研制了一种小型球接头万向联轴节如图 3，基本尺寸见表 1。

这种联轴节的结构简单，只用三个零件组成，轴间角 α 可达 40° 左右，允许传递的扭矩约比圆环接头联轴节大 $50\sim 150\%$ ，重量也较轻，优点较多。

有关的设计参数的考虑如下：

1. 最大轴间角 α

单万向联轴节主要用于联接相交轴。由联轴节的传动原理可知，只要联轴节的轴间角 α 小于 90° ，就能传递运动和扭矩。但从性能角度应考虑下列因素：

(1) 传动的均匀性

从公式 (1)， i_{21} 是 α 和 φ 的函数，当主动轴角速度确定后，被动轴角速度 ω_2 是一个变化的量，变化量的大小又与 α 的大小有关。 α 值较大时， ω_2 在轴转动一周的过程中的变化量也比较大，转动不均匀引起周期性的速度波动。传动的不均匀性可用不均匀系数 δ 和最大角速度 ω_{2max} 与最小角速度 ω_{2min} 的比值 λ 来表示 (如图 4a、b)。当 $\alpha = 0^\circ \sim 35^\circ$ 时，不均匀系数 δ 从 0 增大到 0.4， λ 从 1 增大到 1.5，所以这段区间联轴节传动较平稳。当 $\alpha = 35^\circ \sim 45^\circ$ 时， δ 从 0.4 增加到 0.7， λ 从 1.5 增加到 2，这时 δ 和 λ 随 α 增加得较快。当 $\alpha > 45^\circ$ 时， $\delta \gg 0.7$ ， $\lambda \gg 2$ ，而且增加急剧，因此传动不均匀，出现幅值很大的周期性速度波动。引起附加的动载荷和弹性振

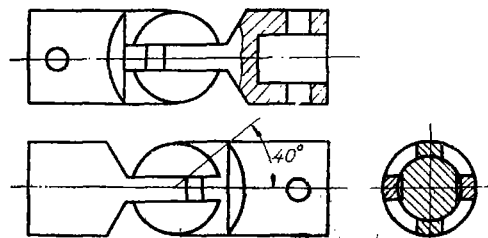


图 3 小型球接头万向联轴节

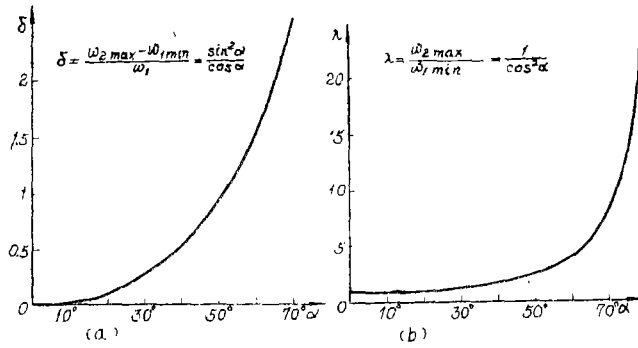


图4

a——不均匀系数 δ 变化曲线
b——最大与最小角速度比值 λ 的变化曲线

动。因此 α 角不宜过大，以限制联轴节的速度波动及其引起的不良影响。

(1) 受力的均匀性

由联轴节的受力分析可知，被动叉受恒定的扭矩 M_2 时，主动叉不仅受扭矩 M_1 的作用，而且还受弯矩 M 的作用，

$$M_1 = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1} \times M_2 \quad (2)$$

$$M = \frac{\sin \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1} \times M_2 \quad (3)$$

假设联轴节在转动一周内，主动叉上所受的最大扭矩与最小扭矩的比值为 λ_{m_1} ，最大弯矩与最小弯矩的比值为 λ_m ，即

$$\lambda_{m_1} = \frac{M_{1max}}{M_{1min}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad (4)$$

$$\lambda_m = \frac{M_{max}}{M_{min}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (5)$$

两者反映了主动叉上受力的变动量与 α 角的关系，其变化曲线与图4b相同。由此可见到，当 α 由 0° 增大到 35° 时， λ_{m_1} 和 λ_m 都从1增大到1.5，增加量较小。当 α 继续增大到 45° 时，两比值均由1.5增大到2，这时联轴节转动一周中的扭矩变化量和弯矩变化量已很大。当 $\alpha > 45^\circ$ 时，两值将急剧增大，联轴节的扭矩波动很大，将产生交变应力、引起振动，并降低叉子的疲劳强度。

(3) 传动效率

联轴节的效率与 α 角有关。当其具体结构参数确定以后，效率 η 将随 α 值的增大而下降， $\alpha = 0 \sim 45^\circ$ 时， η 由1减小到83% (图5)。

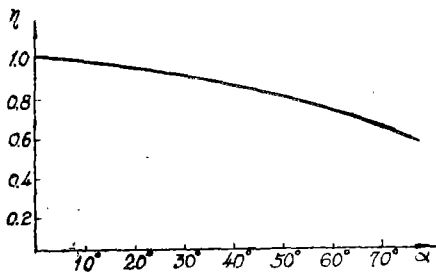


图5 传动效率变化曲线

(4) 结构因素

球形接头联轴节的最大轴间角 α 的大小，与其结构尺寸有关，当联轴节的 α 角达到一定值时，联轴节的两个接叉(即一接叉的顶端面将与另一接叉的侧平面)相接触，限制了 α 角的进一步增大，否则就将发生干涉，不能工作。

球形接头万向联轴节的最大轴间角 α 与结

构参数的关系参见图 6。

首先从图 6 中, 如果要使万向接叉的叉口能够叉入球接头中, 必须使 $2e_1 \geq 2e$ 。

$$\because e_1 = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - a^2}, \quad e = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2}$$

又设 $d_1 \approx d$,

$$\therefore a = \frac{f}{2}$$

再从图中, $OA = \frac{f}{2}$, $OC = a$, 又因 $OC \perp HB$, $OA \perp GA$ 和由圆的切线定理得

$$\angle COB = \frac{1}{2} \angle \beta,$$

$$\sin \beta = \frac{HG}{HB} = \frac{HG}{HC + CB}$$

因为 $HG = f$

$$HC = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - a^2} = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 - f^2} = e$$

$$CB = a \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{f}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$$

代入上式后得出

$$\sin \beta = \frac{f}{e + \frac{f}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}$$

$$\text{因为 } \sin \beta = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2}}$$

$$\text{所以 } \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2}} = \frac{f}{e + \frac{f}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}$$

$$\text{化简后得出 } \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{f}{2e} = \frac{f}{\sqrt{d_1^2 - f^2}}$$

$$\beta = 2 \operatorname{arctg} \frac{f}{\sqrt{d_1^2 - f^2}}$$

由于 $\alpha = 90^\circ - \beta$,

所以 α 角与结构参数的关系式为

$$\alpha = 90^\circ - 2 \operatorname{arctg} \frac{f}{\sqrt{d_1^2 - f^2}} \quad (6)$$

亦即是 α 角的大小取决于结构参数 f 和 d_1 。可见在 d 一定的情况下, α 与 f 成正比, f 增大, α 减小, 联轴节的强度和刚度改善。 f 减小, α 增大, 强度和刚度减弱。在 f 一定的情况, α 与 d_1 成正比, α 随 d_1 的增大而增大, 但是 d_1 的增大受到 $D - d_1$ 的限制, d_1 增加较大时, $D - d_1$ 减小很多, 联轴节接叉的受力面积减小, 单位比压增大, 从而使联轴节的耐磨性下降, 缩短联轴节的寿命。

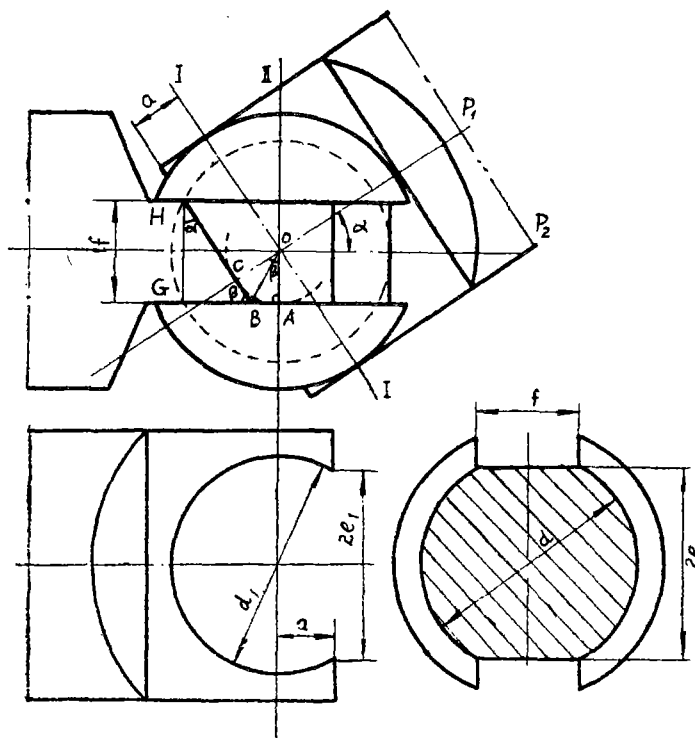


图 6

综上所述,可见 α 角大于或等于 45° 时,不论从传动均匀性、受力均匀性和效率考虑均是不利的,从结构考虑也是不可能实现的。为此在很多文献资料中均推荐采用小于 $35^\circ \sim 45^\circ$ 。上述的圆环接头联轴节采用 $\alpha = 15^\circ$,十字接头和圆球铰链联轴节 $\alpha = 45^\circ$ 。我们研制设计的小型球接头万向联轴节采用 $\alpha = 40^\circ$ 。

2. 联轴节的直径系列设计

现有的精密机械三种常用万向联轴节的直径系列参见表 1。为此我们对小型球接头万向联轴节选用的直径范围为 $\phi 4 \sim 15$ 。并且基本上按 10 号系列分档,即是采用了 $\phi 4$ 、5、6、8、10、12、15 共 7 个规格,舍去了 $\phi 7$ 、9、11 三个不标准的直径尺寸。

选定的联轴节及其零件(万向接叉和球形接头)的结构尺寸如表 2、3 和 4 所示。

对于万向接叉孔 d_1 与球形接头轴 d_2 的配合,万向接叉宽 f 与球形接头槽的配合,以及联

表 2 单万向小型球接头联轴节结构尺寸 (mm)

序号	d	D	L	L_3	L_4	C	销钉 $k \times D$	α°
1	4	9	32	16	7.5	3.5	2×9	40
2	5	10	36	18	9	4.5	2×10	40
3	6	12	42	21	10	4.5	3×12	40
4	8	16	50	25	11	5.5	3×16	40
5	10	18	60	30	15	7	4×18	40
6	12	22	70	35	17	8	5×22	40
7	15	28	90	45	21	10	6×28	40

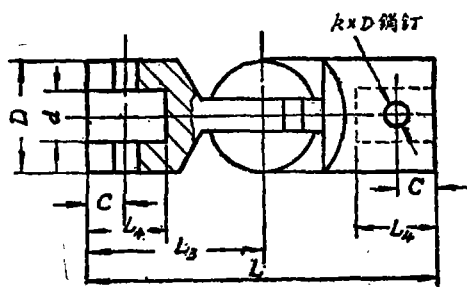


表3 球接头的结构尺寸 (mm)

序号	d	D	f	d_2	g
1	4	9	2.4	6	5.5
2	5	10	2.8	7	6.4
3	6	12	3.2	8	7.3
4	8	16	4.2	10	9
5	10	18	5	12	10.9
6	12	22	6.2	15	13.7
7	15	28	8	20	18.3

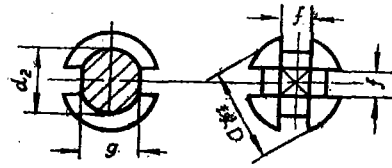
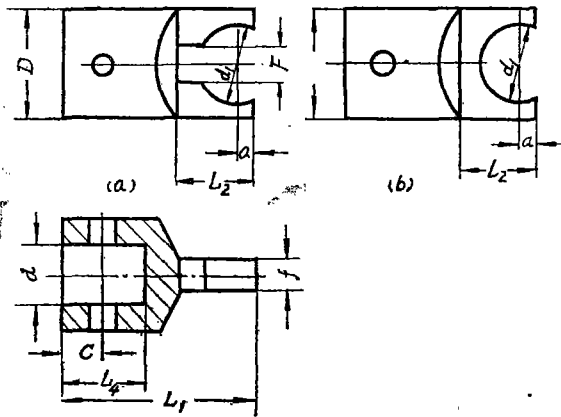


表4 叉形接头的结构尺寸 (mm)



序号	d	D	d_1	L_1	L_4	a	f	c	L_2	F
1	4	9	6	17.2	7.5	1.2	2.4	3.5	6.7	3
2	5	10	7	19.4	9	1.4	2.8	4.5	7.4	3.5
3	6	12	8	22.6	10	1.6	3.2	4.5	8.6	4
4	8	16	10	27.1	11	2.1	4.2	5.5	11.1	5
5	10	18	12	32.5	15	2.5	5	7	12.5	6
6	12	22	15	38.1	17	3.1	6.2	8	15.1	7
7	15	28	20	49	21	4	8	10	19	9

轴节安装孔 d 与连接轴的配合公差, 根据国家标准规定优先采用基孔制的原则, 并考虑到转动灵活、传动精度高、回差小等要求, 设计中均按 $\frac{H7}{g6}$ 公差配合。

零件的形位公差, 参照精度分析的原则确定, 特别考虑了对称平面的对称度, 以及球形接头上两个滑动槽之间的垂直度要求。

三、新型球接头万向联轴节的许用扭矩及其变形

一般来说, 精密机械和仪器中常用的万向联轴节传递的扭矩很小, 这类零件很少会出现强度破坏, 为此在设计计算中主要考虑了刚度、接触表面应力和耐磨损等因素。

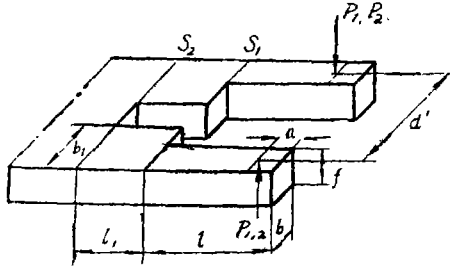
计算时, 首先将带有缺口的万向接叉简化成表5中所示形状(简化后的结构尺寸见表5), 并假定万向联轴节在传递扭矩的过程中, 接叉的两臂上分别受大小相等方向相反的集中力偶 Pd 的作用, 力偶的大小等于联轴节所受的扭矩。今45钢的屈服极限 $\sigma_s = 3600 \text{kg/cm}^2$, 由材料力学不难推导出在接叉危险截面 S_1 和 S_2 处, 不被压弯所能承受的集中力的计算公式为

$$P_2 = \frac{\sigma_s \times b_1 \times f^2}{6(l + l_1 - a)}, \quad P_1 = \frac{\sigma_s \times b \times f^2}{6(l - a)} \quad (7)$$

计算结果见表6, 并从而得出许用扭矩值 $[M] = P \times d'$ 。

校核万向联轴节的刚度条件是在许用扭矩的作用下, 接叉端部的挠度应当小于叉子与球接头槽宽 f 的最小配合间隙, 以免转动不灵活或被卡死。

表5 简化后的万向交叉结构尺寸 (mm)



序号	d	D	b	b ₁	l	l ₁	f	a	d'
1	4	9	1.5	3	3.8	2.9	2.4	1.2	7.5
2	5	10	1.5	3.3	4.4	3	2.8	1.4	8.5
3	6	12	2	4	5.1	3.5	3.2	1.6	10
4	8	16	3	5.5	6.3	4.7	4.2	2.1	13
5	10	18	3.5	6	7.6	4.8	5	2.5	15
6	12	22	3.5	7.5	9.7	5.5	6.2	3.1	19
7	15	28	4	9.5	12.9	6.1	8	4	24

表6 单万向小型球接头联轴节的力学性能

名称	单位	联轴节直径						
		4	5	6	8	10	12	15
集中力 P ₁	kg	19.9	23.5	35	75.6	102.9	122	172
集中力 P ₂	kg	18.9	25.8	35	65.4	90.9	142.9	243
计算集中力 P	kg	19	23	35	65	90	122	172
许用集中力 [P]	kg	3.47	4.12	6.4	11.5	14	20.5	30.8
安全系数 η		5.48	5.58	5.47	5.65	6.43	5.95	5.58
许用扭矩 [M]	g·dm	260	350	640	1500	2100	3900	7400
槽 f 的配合间隙 α	μm	+18 +2	+18 +2	+24 +4	+24 +4	+24 +4	+29 +5	+29 +5
挠度 y	μm	4	4	5	7	7	7	8
比压 q _{max}	kg/cm ²	193	196	200	182.5	160	189	193
转动惯量 J	g·dm ²	0.75	0.99	2.9	11.5	21.8	54.6	197
重量 m	g	7.3	9.6	16.4	34.9	51	88	229

万向交叉可看作是由两段截面不等的悬臂梁组成，交叉端部的挠度近似等于两段悬臂梁挠度的叠加（图7）。

第1段（BD段）看作是在截面B固定的悬臂梁，受剪力P的作用，由此而在端部D引起的挠度^[4]为

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \frac{P(l-a)^2}{6EJ} [3l - (l-a)] \\
 &= \frac{2P(l-a)^2(2l+a)}{Eb_1f^3} \quad (8-1)
 \end{aligned}$$

第2段（AB段）内，截面B上的剪力和弯矩分别是P和P(l-a)，由于这两个因素引起的截面B的挠度和转角为

$$\begin{aligned}
 y_2 &= \frac{Pl_1^3}{3EJ_1} + \frac{P(l-a) \cdot l_1^2}{2EJ_1} \\
 &= \frac{6P(l-a)l_1^2 + 4Pl_1^3}{Eb_1f^3} \quad (8-2) \\
 \theta_B &= \frac{Pl_1^2}{2EJ_1} + \frac{P(l-a)l_1}{EJ_1} \\
 &= \frac{6Pl_1^2 + 12P(l-a)l_1}{Eb_1f^3}
 \end{aligned}$$

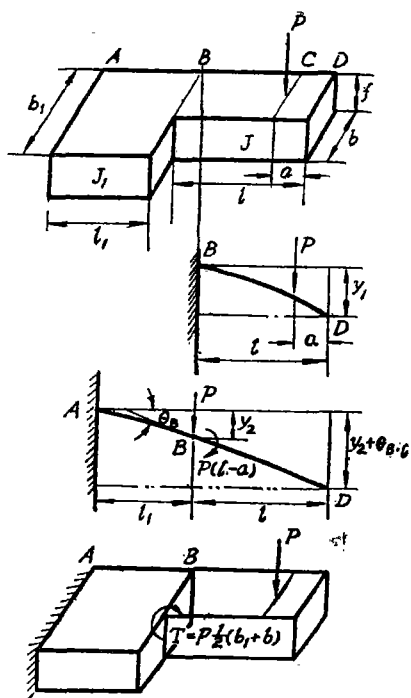


图7 交叉上的力的分布

此时外伸部分BD上无载荷，仍为直线，而且 θ_B 又是一个非常小的角度，所以由此转角 θ_B 在D点引起的挠度可以写成

$$y_3 = \theta_B \times l = \frac{6Pl_1^2l + 12P(l-a)l_1l}{Eb_1f^3} \quad (8-3)$$

第2段梁AB还受有扭矩 $P \cdot \frac{1}{2}(b_1 - b)$ 的作用，反映到交叉的端部产生的变形量，可近似认为^[4]

$$\begin{aligned} y_4 &= \varphi \cdot l_1 \\ &= \frac{T \cdot l_1}{G \cdot J_r} \cdot l_1 = \frac{\frac{1}{2}P(b_1 - b)l_1}{G\beta fb_1^3} \cdot l_1 \\ &= \frac{P(b_1 - b)l_1^2}{2G\beta fb_1^3} \end{aligned} \quad (8-4)$$

式中 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ， $G = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ， β 是一个与比值 b_1/f 有关的系数 [4]。从而交叉端部D的挠度将由以上四个部分叠加而成即 $y = y_1 + y_2 + y_3 + y_4$ 。今将设计参数代入，计算得出交叉端部的挠度值参见表6中所示。由此可见，表中所列的计算挠度 y 略大于叉子与槽之间的最小配合间隙 x ，但远小于平均配合间隙。

影响球形接头万向联轴节使用寿命的主要因素是它的耐磨性。如果耐磨性差，配合间隙就会很快增大，引起回差增加和传动精度下降。小型联轴节的耐磨性取决于交叉和球接头的材料、配合表面的质量和比压强度。我们设计的联轴节材料，采用调质处理，硬度 $H_{RC} 20 \sim 25$ ，表面光洁度 $\nabla 6$ ，参考有关资料确定许用比压强度 $[p] = 200 \text{ kg/cm}^2$ 。

万向交叉表面上的分布力状态是很复杂的，根据И.М.Меерович的实测结果大致成为图8所示形状^[3]，即是各个截面内成三角形分布，宏观上看又呈抛物线状分布。考虑到球形接头尺寸较小受力面比较集中，我们近似认为交叉的后部不受力，只有离叉子端部 $2a$ 的一段

φ_1 的函数。 α 一定时,在联轴节转动一周的过程中,联轴节的受力情况可描绘成图9中所示的曲线。

由于联轴节在转动过程中,假设 M_2 是一个固定值,而 M_1 则随转角 φ_1 而变化。当 $\varphi = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ 时, $\cos\varphi = \pm 1, M_1 > M_2$ 。如果 M_2 为联轴节的许用扭矩,则主动接叉上所受的扭矩就会大于许用值,这是不允许的。所以我们必须限制 M_2 从而使主动接叉上的最大扭矩不大于许用扭矩。

为此,我们规定主动接叉上所受的扭矩为许用扭矩 $[M]$ 。则

$$\frac{[M]}{M_2} = \frac{\cos\alpha}{1 - \sin^2\alpha \cos^2\varphi}$$

当 $\varphi = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ 时, $\cos\varphi = \pm 1, \cos^2\varphi = 1$, 则

$$M_2 = \cos\alpha \times [M]$$

以上我们只是从联轴节受扭矩的角度出发,没有考虑弯矩的作用。实际工作中,只要有轴间角 α 存在,联轴节的主动接叉上就会受弯矩的作用,所以主动接叉的受力将是由扭矩和弯矩的合成。所以必须使 M_2 的关系式中引进一个系数 k 使 $M_2 = k \times \cos\alpha \times [M]$ 。

设 $k[M]$ 和 M 的作用效果等于 $[M]$ 的作用效果,即

$$\sqrt{(k[M])^2 + ([M]\text{tg}\alpha)^2} = [M]$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2\alpha}} = \cos\alpha$$

从而得出联轴节所能传递的扭矩相对于 α 角的关系式为

$$M_2 = [M] \cdot \cos^2\alpha \tag{10}$$

最后,将上列的联轴节的力学性能的设计计算结果归纳列入于表6中供设计参考用。

现已小批量试制生产了系列内的 $\phi 6$ 小型球接头万向联轴节(图10),应用于车载式模拟训

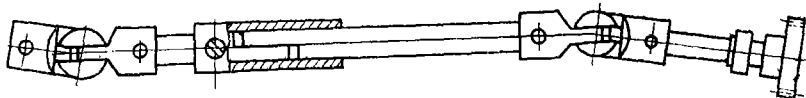


图10 万向传动轴

练工程车的光学实景显示仪中,作为中部齿轮传动装置与仪器底部传动箱输出轴之间的万向传动轴^[5],实践表明这类联轴节的工作性能良好。

五、结 语

1. 通过对现有的常用联轴节的结构性能分析表明,小型球接头万向联轴节具有结构简单、组合零件数目少、轴间夹角大和传递的扭矩大等优点,它是一种比较适用于精密机械和精密仪器的新型结构。

2. 在联轴节的系列设计中,分析了结构参数的关系。推导出了设计参数 $f = 2\alpha$,以及轴间角 α 与接叉圆孔直径 d_1 及接叉宽 f 之间的关系式。并且推导出了联轴节传递的扭矩与轴间角 α 的计算关系式。

参 考 文 献

- [1] 《光学仪器设计手册》，国防工业出版社，1972年
- [2] E. A. 伊凡诺夫著；《传动联轴器》机械工业出版社，1960年
- [3] И. М. Меерович；“Исследование и расчет универсальных шпинделей прокатных станов”，Машгиз，1954.
- [4] 刘鸿文主编；《材料力学》，上册，人民教育出版社，1980年版
- [5] 孙麟治、孟庆来；《光学机械》，1980.2