部分相干照明条件下物镜表观传递函数的测定

余景池　艾 蕾

摘要：本文介绍了一种测量部分相干照明条件下表征物镜对基频响应的表观传递函数的方法。这种方法是将干涉仪得到的出瞳处波面的干涉图用 Zernike 圆多项式逼近，求得波差函数。然后根据部分相干理论计算出表观传递函数。

一、引　　言

根据部分相干理论，完全相干和完全非相干照明，严格地说，实际上是不存在的[1]。在自由空间中能存在的只是处于这二者之间的状态，即所谓的部分相干照明，如幻灯机，投影仪和显微镜等就是属于这类照明的系统。当然完全相干和完全非相干也是两个很重要的概念。在很多实际条件下，这二类系统是部分相干照明时的良好近似。对这二类系统的传递函数的测量在一些文献中已作了详细的叙述[2]。对于部分相干照明的情况，由于系统对复振幅和光强都不是线性的，此时系统所成的象中，除了物函数原有的频率外还存在着高次谐波。这就给实际测量带来了极大的困难。目前的方法是将系统进行简化，仅考虑其对基频的传递特性而忽略高次谐波的影响。而表征系统在部分相干照明条件下对基频传递特性的函数称之为表观传递函数[3]。

由于难以找到一个象非相干照明时的强度正弦波光栅和相干照明时的复振幅正弦波光栅那样的对部分相干照明条件下是线性传递的基准物，用现有的传递函数仪来直接测量部分相干照明时的表观传递函数是不大可能的。故我们利用干涉仪结合计算机处理来测量表观传递函数。这种方法还是有一定实用意义的。

二、由干涉图求波差

这一理论的详细内容请参看文献[4]。在此仅作简单的介绍。首先利用 Fizeau 干涉仪得到物镜出瞳处波面的干涉图。由此干涉图可求得一组对应于干涉条纹整数级的点之 x 和 y 的座标值。由这些在干涉图上接近均匀分布的点的组合，利用Gram-Schmidt正交法[5]和最小二乘原理可将干涉图样表示成以Zernike正交圆多项式为基底的级数。由此级数去除和干涉仪调整状态有关的项后之保留级数即为系统的波差函数，记为$W(x, y)$。则有：

$$W(x, y)=\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=0}^{i} D_{ij}x^{j}y^{i-j} \tag{1}$$

上式为由对应的 Zernike 级数经变换后所得的二维幂级数形式的波差函数，其中D_{ij}为常系数，x和y为规化的光瞳座标。

三、表观传递函数与波差函数的关系

设$f(x,y)$为系统的光瞳函数，则有关系如下：

$$f(x,y)=A(x,y)e^{ikw(x,y)} \qquad (2)$$

在一般情况下认为系统的振幅透过$A(x,y)$是各处一致的，且可规化为1。故(2)式可简化为：

$$f(x,y)=e^{ikw(x,y)} \qquad (3)$$

根据部分相干理论并比照传递函数的定义，可以导出在部分相干照明条件下表观传递函数与系统的瞳函数有如下的关系[6]：

$$pCTF(\bar{r},\bar{s})=\frac{\iint_{-\infty}^{+\infty}S_E(x,y)f(x-\bar{r},\ y-\bar{s})f^*(x,y)dxdy}{\iint_{-\infty}^{+\infty}S_E(x,y)f(x,y)f^*(x,y)dxdy} \qquad (4)$$

上式中$pCTF(\bar{r},\bar{s})$为表观传递函数。$S_E(x,y)$为等效光源的强度分布。$\bar{r}$，$\bar{s}$分别为规化的空间频率，所谓等效光源即实际光源在系统入瞳上的象。在规化条件上即为出瞳上象的大小。由于$S_E(x,y)$在等效象之外为零及$f(x,y)$在单位圆外为零，故(4)式实际上的取值范围是有限的，应为图1所示的三个圆之公共部分，也即应满足以下关系：

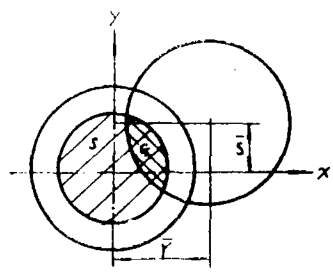

图1　积分范围示意图

$$\begin{cases} x^2+y^2\leqslant 1 \\ x^2+y^2\leqslant\sigma^2 \\ (x-\bar{r})^2+(y-\bar{s})^2\leqslant 1 \end{cases} \qquad (5)$$

通常设$S_E(x,y)$在其取值范围内是均匀的，同时将式(3)代入式(4)可得结果为：

$$pCTF(\bar{r},\bar{s})=\frac{1}{\sigma^2}\iint_G e^{ik[w(x-\bar{r},\ y-\bar{s})-w(x,y)]}dxdy \qquad (6)$$

在一般情况下，表观传递函数是一个复函数。比照非相干时传递函数的记法，仍将其模记为MTF，其幅角项记为PTF。上式中G如图1所示区域。

无象差时部分相干照明时的表观传递函数的模示于图2中。为了便于比较同时在图2中给出了非相干和相干情况下的MTF曲线。

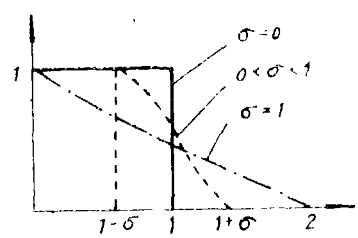

图2　不同照明条件下的MTF曲线

四、测量过程及结果

根据以上理论，分别编写了波差计算程序和表观传递函数的计算程序。波差计算程序在文献[4]中已经验证。在此对表观传递函数的计算程序进行了验证。表 1 列出了当$W(x,y)=0,\sigma=0.8$和$W(x,y)=1.2(x^2+y^2),\sigma=1$时MTF 的理论值和程序计算值。其最大的偏差小于0.01。这证明了该程序是具有足够精度。

表1 表观传递函数的理论值和程序计算值的比较

MTF值 项目 / 规化频率	$W(x,y)=0$ $\sigma=0.8$ 理论值	计算值	误差	$W(x,y)=1.2(x^2+y^2)$ $\sigma=1$ 理论值	计算值	误差
0.2	1.000	1.010	0.01	0.287	0.286	0.001
0.4	0.879	0.888	0.009	-0.086	-0.0865	0.0005
0.6	0.722	0.731	0.009	-0.0329	-0.0324	0.0005
0.8	0.565	0.572	0.007	0.0113	0.0112	0.0001
1.0	0.414	0.420	0.006	0.0162	0.0148	0.0014
1.2	0.274	0.278	0.004	0.0018	0.0081	0.0063
1.4	0.152	0.147	0.005	0.0081	0.0135	0.0054
1.6	0.055	0.047	0.007	0.0078	0.0089	0.0011

以下介绍6.3×显微物镜的实测结果。首先在激光球面干涉仪上取得波面的干涉图，经程序计算求得其直角座标下的波差展开式系数D_{ij}。表 2 为前28项D_{ij}的值。然后由表观传递函数的计算程序计算得对应于不同σ值时的MTF 值。图 3 为测量的结果，其分别对子午和弧矢面进行了计算。

表2 直角座标形式下的展开式系数

D_{ij} y幂次 / x幂次	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	1.62576	-0.58810	-3.71614	0.550629	1.83900
1	0	-0.04606	-0.09513	0.89478	0.00889	-0.67037	
2	1.24390	-0.20239	-6.76346	0.65344	5.18987		
3	0.43725	1.03941	0.15066	-1.51017			
4	-1.81320	-0.49099	4.93918				
5	-0.53627	-0.42034					
6	0.15850						

以上方法给部分相干照明条件下的象质评价提供了一种有用的手段，解决了在这一领域仍无可用的仪器这一问题。但本方法忽略了成像的非线性部分而和实际情况有一定的偏离，这是应该注意的。

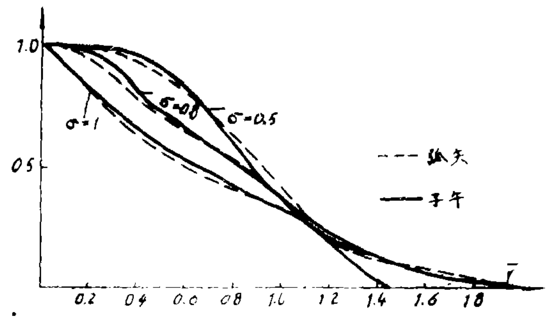

图 3　不同σ时6.3×显微物镜的MTF曲线

参 考 文 献

[1] Parrent, G. B;«Imaging of Extended Polychromatic Source and Generalized Transfer Function», J. Opt. Soc. Am., 1960, 51, No. 2, 143.

[2] Goodman, J. W; «傅里叶光学导论», (詹达三等译, 科学出版社, 1979), 125.

[3] Thompson, B. J.; «Image Formation with Partially Coherent Light» from «Progress in Optics» E. Wolf Ed, 1970, Ⅶ, 139.

[4] 余景池; «由干涉图计算波差和传递函数» 光学学报, 1984, 4, No. 9, 814.

[5] 南京大学数学系计算数学专业编; «数值逼近方法», (科学出版社1978),

[6] 久保田广著　刘瑞祥译; «波动光学», (科学出版社1983), 472.

Measurement of the Apparent Transfer Function of Systems with Partial Coherence Illumination

Yu Jingchi　Ai Lei

Abstract

This paper discribes a method for measuring apparent transfer function which specifies the basic frequency response of lenses with partial coherent illumination. This method is to use the Zernike's circular polynomials to approximate the interference pattern which represents the wavefront at the exit pupil and to obtain the function of wavefront errors, then according to partial coherence theory to calculate the apparent transfer function.