

# 部分相干系统 标准物体成像的计算机模拟

王 裕 林

**摘要:** 本文研究了部分相干条件下,不同相干度对标准物体象场分布的影响。表明了照明条件与部分相干光学系统成象之间有着十分密切的关系。基于 H.H.Hopkins 的部分相干成象理论,在 IBM-PC/XT 个人计算机上,建立了模拟部分相干条件下,一维标准物体成象的 FORTRAN 程序,从而为部分相干光学系统(微缩、显微系统等)的设计评价和最佳照明条件的选择,提供了可靠的途径;从对象差光学系统的计算表明,标准物体的象场强度分布,很灵敏地反映了光学系统的品质,它可以做为部分相干条件下,实际光学系统的质量判据。

## 一、引 言

迄今为止,对相干、非相干光学系统的成象性质,已做了系统、深入的研究和较为充分的描述。建立了如瑞利判据、中心点亮度法及光学传递函数等评价方法。光学系统的成象,对于非相干和相干系统,两者可以分别用对强度和振幅的正弦(余弦)周期物的调制度及位相的传递来描述。这是基于它们分别对强度和振幅的传递呈线性。但对于部分相干系统,由于它对强度和振幅的传递是非线性的,因此,用类似的方法进行处理,理论上是不正确的。如何评价部分相干系统的象质,至今仍无十分令人满意的结果。部分相干光学系统的成象质量,不仅决定于系统的结构参数,而且与照明方式有着很密切的关系。理论和实践表明:采用部分相干照明时,可以在相当一段空间频率(低频)范围内,提高光学系统的调制传递本领。

由光穿过部分透明物而形成象的光学系统是一类典型而重要的光学系统,如显微镜、放大器、投影仪及光谱仪等。在这类系统中,用的是部分相干照明。从一个空间不相干的光源发出的光,经过传播以后,都具有一定的相干性。因此,被一个光源(直接或由聚光镜)照明的物体,本质上都是部分相干的。已有研究报道表明:“热”光源本身也有一定程度的相干性<sup>[1,2]</sup>。所以,自发光的物体也是部分相干的。由于部分相干系统对振幅和强度的传递是非线性的,因此,仅适用于非相干线性系统的 O.T.F. 方法已不再适用。

对于部分相干系统的成象, H. H. Hopkins<sup>[3,4,5]</sup> 提出了部分相干照明成象系统的一套系统而严格的理论。表明部分相干系统对相互强度的传递呈线性,描述此类系统恰当的物理量不是强度,也不是振幅,而是相互强度。基于部分相干系统对相互强度呈线性, Hopkins 用象与物的相互强度谱之比定义为部分相干传递函数;进而又引入了交叉传递函数。这样虽然对线性系统的描述理论上是严格的,但相互强度是空间两点的函数,部分相干传函和交叉

传函是频谱域两个频率之间的关联函数，它们既不能测量又无直观的形象，不宜用来对系统进行评价。采用对基频的传递定义的表现传递函数，忽略了高次谐波成份。由于在部分相干情形下，无论用振幅型正弦物，还是用强度型正弦物，必将在其象中产生高次谐波。所以，很难找到在部分相干条件下单一频率的正弦基准物。Ichioka<sup>[6]、[7]</sup>等人讨论了正弦复振幅周期物的部分相干象，并用象的最大、最小亮度来定义广义的对比度，去研究物、象的广义对比度的变化关系，这样做就抛开了正弦基准物的概念，且比较易于测量。但由于象的高次谐波的产生，广义对比度的定义存在问题。

在实际工作中，人们关心的是物体经过光学系统所成象的情形如何。近几年有人研究了标准物体在部分相干条件下的象场分布，并以此对其象质做出评价。美国的光学设计软件系统Code V已建立了相应的程序<sup>[8]</sup>。山本公明<sup>[9]</sup>、松本宏一<sup>[10]</sup>等，亦做了相应的研究。

本文研究了部分相干条件下，不同相干度对标准物体象场分布的影响。表明了照明条件与成象之间有着十分密切的关系。研究了部分相干条件下系统成象计算的简化计算方法。在IBM-PC/XT上，开发了部分相干条件下，一维标准物体象场分布的FORTRAN计算程序，给出了相应的计算公式和程序框图。用所开发的程序，对国外有关文献给出的计算实例，做了相应的数值计算，并对计算结果做了对比分析，对程序的准确度和精度做了验证。对一个实际光学系统做了数值计算，并对计算结果做了分析、讨论。表明：标准物体的象场分布，很灵敏地反映了光学系统的品质，具有直观、形象、易于测量的特点，可以做为部分相干条件下，实际光学系统的质量判据；并为最佳照明条件的选择，提供了可靠的途径。

## 二、基本理论

部分相干象的性质与物面上任意两点 $P_1、P_2$ 的相干度 $\mu(P_1, P_2)$ 有密切的关系。而物平面的相干度，可以由照明系统的相互强度的传播特性来确定。在准单色扩展光源照明下，假定系统满足远场条件和等晕条件（光刻、显微镜头等近似满足这一条件），忽略照明系统的象差影响，假设有一个半径为 $R_0$ 的均匀光强分布的圆形非相干面光源 $\sigma$ 照明物体，光源 $\sigma$ 的光强分布为 $I(\bar{z}_0, \bar{y}_0)$ ，如图1所示， $(\bar{z}_0, \bar{y}_0)$ 是面光源所在平面的座标， $(\bar{z}, \bar{y})$ 是物所在平面的座标。

物面的相干度为：

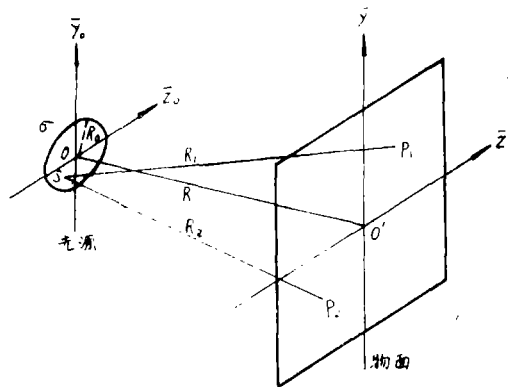


图 1

$$\mu(P_1, P_2) = \frac{1}{\sqrt{I(P_1)} \sqrt{I(P_2)}} \iint_{\sigma^0} I(\bar{z}_0, \bar{y}_0) \frac{\exp[i\bar{k}(R_1 - R_2)]}{R_1 R_2} ds \quad (1)$$

式中,  $I(\bar{z}_0, \bar{y}_0) = \text{常数}$

$$I(P_1) = \iint_{\sigma^0} \frac{I(\bar{z}_0, \bar{y}_0)}{R_1^2} ds$$

$$I(P_2) = \iint_{\sigma^0} \frac{I(\bar{z}_0, \bar{y}_0)}{R_2^2} ds$$

设  $P_1, P_2$  的座标分别为  $(\bar{z}_1, \bar{y}_1), (\bar{z}_2, \bar{y}_2)$ , 满足远场条件, 式 (1) 简化为:

$$\mu(P_1, P_2) = \frac{1}{R_0^2 \pi} \iint_{\sigma^0} \exp \left[ -i\bar{k} \frac{(\bar{z}_1 - \bar{z}_2)\bar{z}_0 + (\bar{y}_1 - \bar{y}_2)\bar{y}_0}{R} \right] d\bar{z}_0 d\bar{y}_0 \quad (2)$$

我们采用如下正则座标:

$$z = \frac{n_0 \sin \alpha_0 \bar{z}}{\bar{\lambda}_0} \quad y = \frac{n_0 \sin \alpha_0 \bar{y}}{\bar{\lambda}_0} \quad (\text{物面})$$

$$z_0 = \frac{\bar{z}_0}{R_0} \quad y_0 = \frac{\bar{y}_0}{R_0} \quad (\text{光源面})$$

则式 (2) 变为:

$$\mu(P_1, P_2) = \frac{1}{\pi} \iint_{\sigma^0} \exp \{ -i2\pi M [ (z_1 - z_2)z_0 + (y_1 - y_2)y_0 ] \} dz_0 dy_0 \quad (3)$$

式中:

$$M = n_0 \sin \alpha_c / n_0 \sin \alpha_0$$

$$\bar{k} = 2\pi n_0 / \bar{\lambda}_0$$

$n_0 \sin \alpha_c$  为照明系统的数值孔径,  $n_0 \sin \alpha_0$  为物镜的数值孔径。

$\bar{\lambda}_0$  为光在真空中的平均波长。

积分域  $\sigma^0$  为单位圆。

$M$  被定义为部分相干系数, 它的数值表示物平面相干度的大小。由式 (3) 得到:

$$\mu(P_1, P_2) = \frac{1}{\pi} \frac{J_1(2\pi M \sqrt{(z_1 - z_2)^2 + (y_1 - y_2)^2})}{M \sqrt{(z_1 - z_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} \quad (4)$$

式中:  $J_1$  为一阶贝塞尔函数。

当  $M = 0$  时,  $\mu = 1$  (完全相干)

当  $M \rightarrow \infty$  时,  $\mu = 0$  (完全非相干)

当  $0 < M < \infty$  时,  $1 > \mu > 0$  (部分相干)

因为在研究物象关系时, 我们只关心物象强度的相对变化量。故此, 假定照到物面的均匀光强度为 1, 则有下式成立:

$$J^-(P_1, P_2) = \mu(P_1, P_2) \quad (5)$$

式中： $J^-$ 表示入射到物面的相互强度。

设被照明的物体是局部透明或半透明的， $F(z, y)$  是物体的振幅透过率函数；系统满足等晕条件，有如下两式成立：

$$\begin{aligned} J^-(z_1, y_1; z_2, y_2) &= J^-(z_1 - z_0, y_1 - y_0) \\ K(z, y; z', y') &= K(z' - z, y' - y) \end{aligned} \quad (6)$$

$K(z, y; z', y')$ 为系统的透射函数。 $(z', y')$ 是物面正则坐标 $(z, y)$ 对应的象面正则坐标。部分相干成象公式如下：

$$\begin{aligned} f(\xi, \eta) &= \iint_{-\infty}^{\infty} F(z, y) \exp[2\pi i(\xi z + \eta y)] dz dy \\ j^-(\xi, \eta) &= \iint_{-\infty}^{\infty} J^-(z, y) \exp[2\pi i(\xi z + \eta y)] dz dy \\ k(\xi, \eta) &= \iint_{-\infty}^{\infty} K(z, y) \exp[2\pi i(\xi z + \eta y)] dz dy \\ T(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) &= \iint_A j^-(\xi, \eta) k(\xi + \xi_1, \eta + \eta_1) k^*(\xi + \xi_2, \eta + \eta_2) d\xi d\eta \\ i(\xi, \eta) &= \iint_{-\infty}^{\infty} T(\xi + \xi', \eta + \eta'; \xi', \eta') f(\xi + \xi', \eta + \eta') f^*(\xi', \eta') d\xi' d\eta' \\ I(z', y') &= \iint_{-\infty}^{\infty} i(\xi, \eta) \exp[-2\pi i(\xi z' + \eta y')] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (7)$$

$(\xi, \eta)$  为频谱面坐标。在我们选取的正则坐标下，光学系统的振幅响应函数与光瞳函数互为傅里叶变换。 $k(\xi, \eta)$ 在数值上就等于光瞳函数 $G(\alpha, \beta)$ 在 $\alpha = \xi, \beta = \eta$ 上的值； $(\alpha, \beta)$ 为光瞳坐标。

$$G(\alpha, \beta) = \begin{cases} \exp[i2\pi W(\alpha, \beta)] & \alpha^2 + \beta^2 < 1 \text{ (瞳内)} \\ 0 & \text{瞳外} \end{cases}$$

$W(\alpha, \beta)$  为光学系统的波象差。

即：

$$k(\xi, \eta) = G(\xi, \eta)$$

式(7)中的 $T$ 就是所谓的交叉传递函数，在非相干情形下，且只考虑单一频率， $T$ 就变为 $O.T.F$ ；在相干极限下， $T$ 就为 $K \cdot K^*$ 。 $T$ 的积分区域 $A$ 如图2所示， $C_0$ 是以 $(0, 0)$ 为圆心，以 $M$ 为半径的圆； $C_1$ 是以 $(-\xi_1, -\eta_1)$ 为圆心的单位圆； $C_2$ 是以 $(-\xi_2, -\eta_2)$ 为圆心的单位圆。 $A$ 为 $C_0, C_1, C_2$ 的

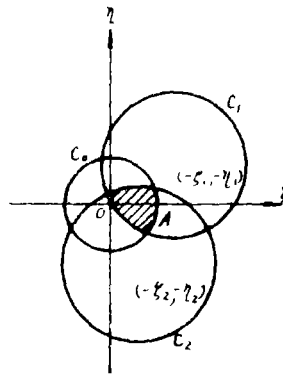


图2

重叠区域。

### 三、程序设计和计算方法

上面所述的部分相干理论，是系统而严格的。但是，若完全按照上述公式（7）在计算机上实现，无疑要做冗长的数值积分，需要花费大量的机时，这对于计算机，尤其是个人计算机是不适宜的。目前，个人计算机流行，在个人计算机上开发光学设计软件已成为一种趋势，不但要求程序具有人一机对话的功能，运算速度也要求快。我们在IBM-PC/XT上开发了这一程序。为了满足速度的要求，仅限于一维物体这一重要情形，并将计算公式做了简化。实践证明，这种简化是行之有效的。

程序用 FORTRAN 语言写成。可在 IBM-PC/XT 及其兼容机上运行；要求内存不小于 160K。若 PC 机上装配有 8087 浮点数据处理芯片，能使运算速度大大提高。程序的结构框图如图 3 所示。

当仅考虑一维物体时，公式组（7）变为：

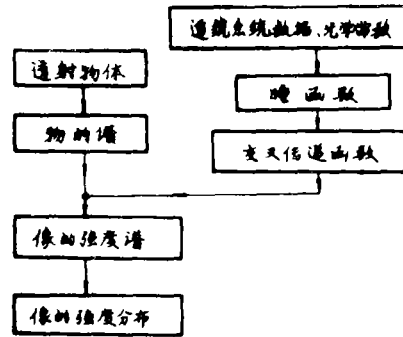


图 3

$$\left. \begin{aligned}
 f(\zeta) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(z) \exp(2\pi i \zeta z) dz \\
 j^-(\zeta, \eta) &= \iint_{-\infty}^{\infty} J^-(z, y) \exp[2\pi i (\zeta z + \eta y)] dz dy \\
 k(\zeta, \eta) &= \iint_{-\infty}^{\infty} K(z, y) \exp[2\pi i (\zeta z + \eta y)] dz dy \\
 T(\zeta_1, \zeta_2) &= \iint_{\mathcal{A}} j^-(\zeta, \eta) k(\zeta + \zeta_1, \eta) k^*(\zeta + \zeta_2, \eta) d\zeta d\eta \\
 i(\zeta) &= \int_{-\infty}^{\infty} T(\zeta + \zeta', \zeta') f(\zeta + \zeta') f^*(\zeta') d\zeta' \\
 I(z') &= \int_{-\infty}^{\infty} i(\zeta) \exp(-2\pi i \zeta z') d\zeta
 \end{aligned} \right\} (8)$$

当考虑一维周期物时，式组（8）可做进一步简化。设一维周期物在正则座标下的周期为  $P$ ，相应的频率为  $\zeta_p = 1/P$ ，它的透过率函数可以展开成傅里叶级数：

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i2\pi n \zeta_p z} \quad (9)$$

$F(z)$  的傅里叶变换为  $f(\zeta)$ ：

$$f(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(n\xi_p - \xi) \quad (10)$$

利用 $\delta$ 函数的性质, 则象强度谱:

$$\begin{aligned} i(\xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} T(\xi + \xi', \xi') f(\xi + \xi') f^*(\xi') d\xi' \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(n\xi_p - \xi) \end{aligned} \quad (11)$$

象的强度分布为:

$$I(z') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n c_n^* e^{i2\pi n \xi_p z'} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{式中, } C_n &= c_n c_n^* T(n\xi_p, 0) + \sum_{n'=1}^{\infty} c_{n+n'} c_{n'}^* T[(n+n')\xi_p, n'\xi_p] \\ &\quad + \sum_{n'=1}^{\infty} c_{n-n'} c_{n'}^* T[(n-n')\xi_p, -n'\xi_p] \end{aligned}$$

$n$ 和 $n'$ 的取值范围, 由物理上的限制为有限形式。利用解析的方法, 可以求出 $j^-(\xi, \eta)$ :

$$j^-(\xi, \eta) = \begin{cases} \frac{1}{M^2 \pi} & \text{当 } \xi^2 + \eta^2 \leq M^2 \\ 0 & \text{当 } \xi^2 + \eta^2 > M^2 \end{cases} \quad (13)$$

H. H. Hopkins称 $j^-(\xi, \eta)$ 为有效光源。

尽管做了上述简化, 但在求交叉传递函数 $T$ 时, 仍不可避免地要做二重数值积分, 这是影响程序运行速度的决定因素。而且, 数值积分的精度直接影响我们的计算象强度分布的精度。我们采用了精度高、速度较快的高斯方法计算数值积分。

我们建立的程序, 能计算任意视场、任意方位的一维周期物体, 经过实际光学系统的象场分布; 并可计算交叉传递函数, O.T.F和波象差。标准物体可根据要求随时增加, 我们暂选取如图4、图5所示的两种一维物做为标准物体。

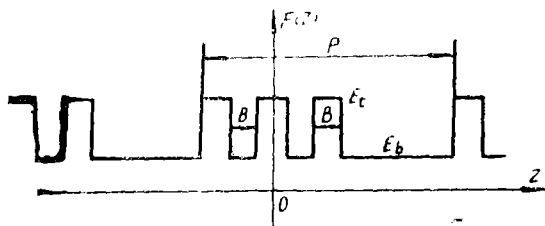


图 4

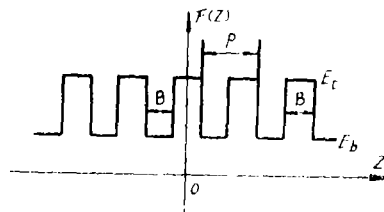


图 5

只要适当地选取坐标,  $F(z)$ 总可以表为偶函数, 并展开成傅里叶级数:

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi n \xi_p z) \quad (14)$$

式中,  $\xi_p = 1/P$

$$c_n = \frac{2}{P} \int_0^{\frac{P}{2}} F(z) \cos(2\pi n \xi_p z) dz$$

图 4 所示的标准物体:

$$\begin{cases} c_0 = E_b + \frac{B}{P}(E_t - E_b) \\ c_n = \frac{\sin(n\pi B/P)}{n\pi} \cdot (E_t - E_b) \end{cases} \quad (15)$$

图 5 所示的标准物体:

$$\begin{cases} c_0 = E_b + (3B/P) \cdot (E_t - E_b) \\ c_n = \left[ \sin\left(\frac{n\pi B}{P}\right) + \sin\left(\frac{5n\pi B}{P}\right) - \sin\left(\frac{3n\pi B}{P}\right) \right] \cdot (E_t - E_b) / n\pi \end{cases} \quad (16)$$

### 四、数值计算和分析

为了检验程序的准确度和精度,在程序设计的过程中,我们对各个子程序(数值积分、光程差、波象差子程序等)分别做了数值校对,保证了各个子程序的正确性和精度。

迄今为止,国外有人做了这方面的工作。但在他们的研究报告中,没有给出具体的计算数据。只有松本宏一, Matthew P. Rimmer and Bruce R. Irving 在各自发表的文章中,给出了理想系统象场能量分布图。我们对他们所做的数值计算做了分析,并用我们的程序做了相同的数值计算。图 6 所示的象场能量分布曲线,为数值孔径  $NA = 0.35$  波长  $\lambda = 4360 \text{ \AA}$ , 靶宽  $B = 1 \mu\text{m}$ , 部分相干系数  $M = 0.5$ , 无离焦完善系统所成象的能量分布曲线。同松本宏一所做的计算结果做比较,两者是一致的。采用的标准物体如图 4 所示。

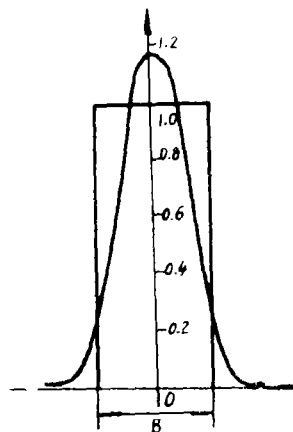


图 6

$NA = 0.35$   
 $\lambda = 4.360 \times 10^{-4} \text{ m m}$   
 $B = 1 \mu\text{m}$   
 $M = 0.5$   
 无离焦、完善系统

我们对长春光机所杨广泽等设计的图形发生器光学系统做了数值计算,图形发生器是目前国内外大规模集成电路主要制版设备。我们得到了该系统( $NA = 0.25$ ,  $\lambda = 4358 \text{ \AA}$ ),采用图 4 所示的标准物体时的若干视场(CFLD),不同方位( $\varphi$ ),不同照明条件( $M$ )的象场能量分布曲线,从中得到系统的(对称的、不对称的)象差,使象强度分布发生了变形和位移;由于该系统的象差已得到较好的校正,变形和位移量比较小。在其它条件完全相同的情况下,不同的照明条件(不同的 $M$ ),象场的能量分布不一致。即存在一个最佳照明条件的选择问题。对于实际光学系统,通过选择最佳照明条件,可以得到最佳象质。对于图形发生器光学系统,要求象场的能量分布最大限度地和物相似。从我们计算得到的象场能量分布曲线得出: $M$ 越小,反差越大;但由于照明光的

相干性变好，图形之间的相关，使象场能量分布曲线发生变形。综合各个视场的情况，以 $M$ 值在0.3—0.5之间为最佳。图7—图11所示的是0.7071视场， $45^\circ$ 方位， $NA=0.25$ ， $\lambda=4358 \text{ \AA}$ ， $B=0.00125$ ， $M=0.1$ 、0.3、0.5、0.7、1.0的象场能量分布曲线。

一个光学系统的分辨率，是人们常常关心的问题。我们的程序，能够给出直观、形象和数量的概观。我们对图形发生器光学系统，在 $NA=0.25$ ， $M=0.5$ ，方位 $\varphi=0.0$ 的条件下，400线对/mm(曲线1)、476线对/mm(曲线2)、588线对/mm(曲线3)、714线对/mm(曲线4)、1000线对/mm(曲线5)的如图4所示的标准物体做了数值计算，得到了各自相应的象场能量分布曲线。为了清楚起见，我们把它们绘制在同一张图上，如图12所示。从图12看，系统的分辨率变得非常直观、明确。

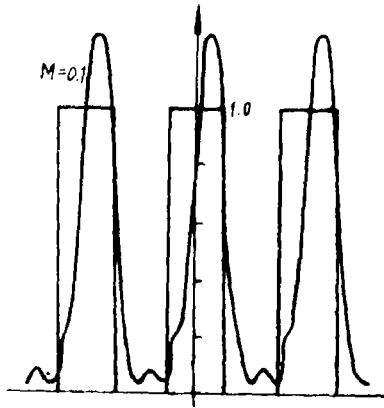


图7

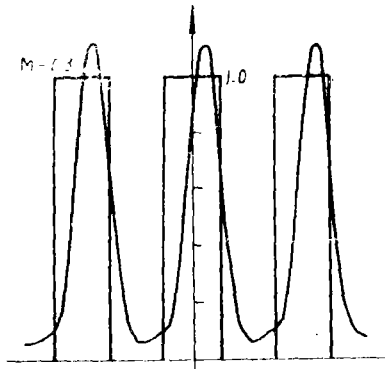


图8

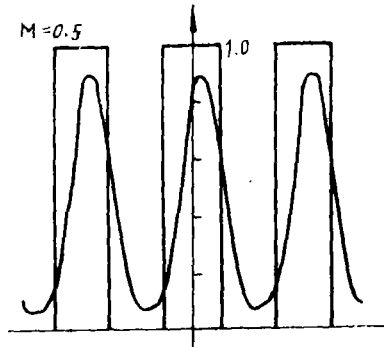


图9

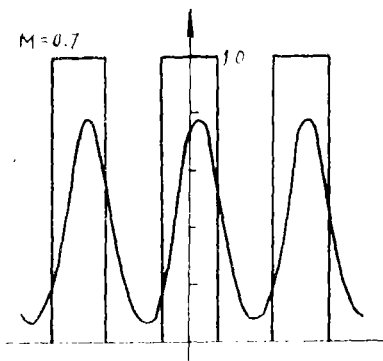


图10

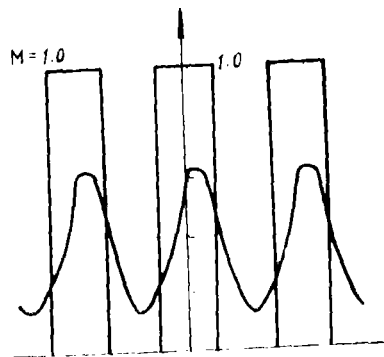


图11

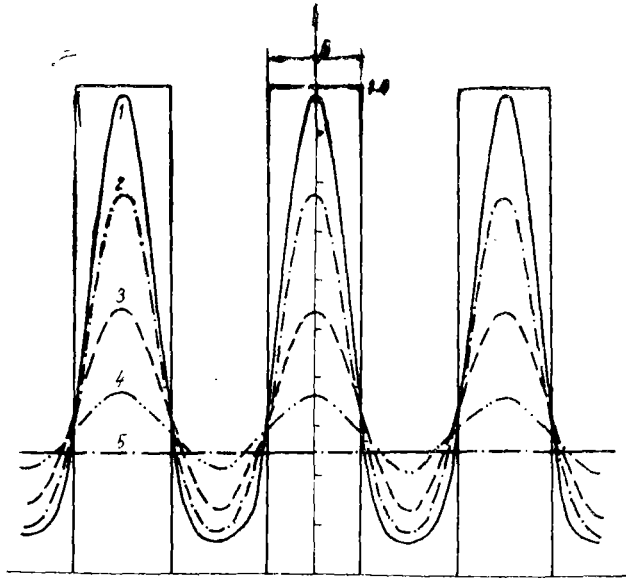


图12

对图形发生器光学系统的分辨率要求，由感光干版的感光性质决定，在我们的研究中，没有涉及这一部分。

## 五、结 论

光学系统标准物体的象场分布，提供了关于光学系统的特征、物空间光辐射场的相干性、以及系统与物空间光辐射场之间的联系的各种信息。说明了象质和照明条件的关系。本文基于H. H. Hopkins的部分相干成像理论，对部分相干系统一维标准物体的成像公式做了有效的简化，在IBM-PC/XT上较为成功地开发了模拟一维标准物体成像的FORTRAN程序。标准物体的象场分布灵敏、综合地反映了系统的品质，从而为部分相干光学系统（微缩、显微系统）的设计评价和最佳照明条件的选择，提供了可靠的途径。由于它与应用条件紧密联系，是观察对象的直观反映，对照明条件做了充分考虑，从而显示了它的独特优点，期望程序的建立能为目前在设计阶段评价部分相干系统的象质提供一个有效途径。

### 参 考 文 献

- [1] 王之江,《光学设计理论基础》第二版,1985,399.
- [2] E. Wolf, J. O. S. A., 1978, 68, 6.
- [3] H. H. Hopkins, The Concept of Partial Coherence in Optics, Proc. Roy. Soc., 1951, A208, 263.
- [4] H. H. Hopkins, On the Diffraction Theory of Optical Images, Proc. Roy. Soc., 1953, A217, 408.
- [5] H. H. Hopkins, Image Formations with Coherent and Partially Coherent Light, Photographic Scientists and Engineers, 1977, 21, No. 3.
- [6] Y. Ichioka, K. Yamamoto and T. Suzuki, Image of a Sinusoidal Complex Object

- in a Partially Coherent Optical System, J.O.S.A., 1975, 65, 892.
- [7] Y. Ichioka and T. Suzuki, *Image of a Periodic Complex Object in an Optical System Under Partially Coherent Illumination*, J.O.S.A., 1976, 66, 921.
- [8] Matthew P. Rimmer and Bruce R. Irving, *Calculation of Partially-Coherent Imagery*, SPIE, 237, 150.
- [9] 山本公明, 部分的コヒーレント照明下の結像(1), 光学, 第15卷, 第1号(1986年2月)。
- [10] 松本宏一等, 縮小投影露光光学システムの計算機による評価, 光学, 第11卷, 第6号, 1982年12月, 625(101)。

## A Computer Simulation for the Imaging of Standard Objects in Partially Coherent Optical System

Wang Yulin

### Abstract

This paper deals with the influences of diffraction degrees of coherence on the image field distribution of standard objects. Indicating the very close connections between the illuminating condition and image formation in partially coherent illumination optical systems. Based on and simplified the imagery theory of H. H. Hopkins, a FORTRAN program to simulate image of one dimensional standard objects under partially coherent illumination has been developed, thus obtaining a reliable method for selecting the optimal illuminating condition and for evaluating the optical system with partially coherent illumination. Our calculation on optical system with aberration shows that the image intensity distribution of a standard object can reflect sensitively the image quality of the optical systems which therefore can be adopted as a quality criterion for practical optical systems with partially coherent illumination.