

测扭转角用 16m 光学参考基准的设计

史 济 成 苗 晶

摘要: 建立测量仪器之间相对角度测量用的长的光学参考基准, 是光学工程中的一种特殊应用。本文讨论了其设计的主要方面。对实际16m 光学参考基准的测试结果表明角稳定性优于 $2''$, 谐振频率高于50Hz。

一、前 言

在精密导航、跟踪测量、瞄准指向的工程中, 常常提出这样的课题。即当两设备之间的距离较长时, 需要精确测量一个设备的坐标系相对于另一个设备坐标系的三自由度变化角。在该项测量工作中, 其中二个自由度的变化角, 可以通过一个二维光电测角平行光管的测量来实现, 而垂直于距离线的扭转角的测量, 则比较困难。用分别装于设备基座上的光电测角光管, 对一个精密的具有角秒级稳定性的光学参考基准进行测量, 本来是一个成功的方法。但过去研制的光学参考基准长度较短, 不难实现, 而长达16m 的光学参考基准如要达到同样的性能指标, 难度就大得多。因此本项目系首次研制。本文概括了设计中考虑的主要方面, 并给出了满意的检测试验结果。

二、设计中考虑的主要方面

作为测扭用的光学参考基准, 是在一根抗扭刚度很好的长钢管的两侧, 分别装上反射镜。两反射镜的反射面平行, 并严格保持相对角关系不变。长钢管由两个端部及一个中部支承支持。为了使长钢管定向而又在自身挠曲、支承座之间存在相对位移及转动的情况下不发生卡滞, 从运动学角度需要严格地对长钢管实施六个自由度的限制。这种限制既不能少于六个, 也不能多于六个。按具体使用情况, 由每个支承座各限制二个自由度来实现, 见图1。

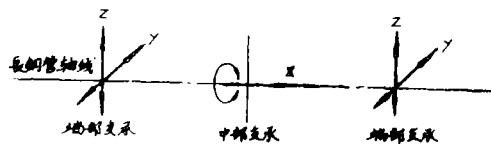


图1 三个支承座共限制长钢管六个自由度

在此前提下, 要求两反射镜的反射面如同一根16m长的整体玻璃平板, 在测扭方向自身无相对扭转, 达到角秒级的稳定性, 并要求在13Hz 外界强迫振动下不引起共振。

作为光学参考基准基体的长钢管, 如采用整段加工、安装, 由于太长会带来很大的困

难，故采用两段，用螺钉对接，固定于中部支承的内轴架上，见图 2。

上述前提确定之后，长钢管及其支承座在水平基础上就是一个双铰支座支承的梁。端部支承相当于可轴向移动的铰链支座。由于中部支承限制了钢管的轴向位移，所以分析时可设一个铰支座为固定，而另一个可位移。长钢管在支承处需精密加工，因此在全长上是非等截面的。其匀布载荷随长度变化。此外由于两侧安装反射镜部件及中部安装有中部支承的轴架，相当于该处有集中的外载荷。这些匀布载荷、外载荷及支承座的安排，均具有对称性，其简化图见图 3。

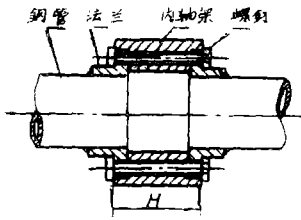


图2 两段钢管对接的结构

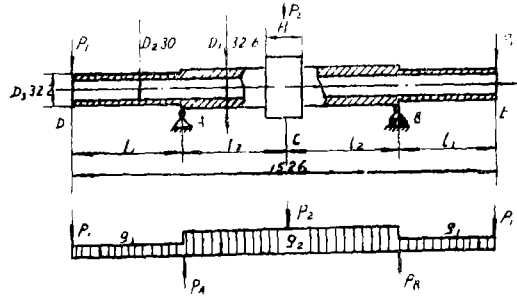


图3 长钢管结构及承载简化图

由静力学分析可知：

$$P_A = P_B = q_1 l_1 + q_2 l_2 + P_1 + \frac{P_2}{2} \quad (1)$$

由材料力学分析可知：

剪力方程在DA段：

$$Q(x) = -P_1 - q_1 x \quad (2)$$

坐标原点设在D点

剪力方程在AC段：

$$Q(x) = -P_1 - q_1 l_1 + P_A - q_2 x$$

坐标原点设在A点

剪力方程在CB段：

$$Q(x) = -P_1 - q_1 l_1 + P_A - q_2 x - P_2 \quad (3)$$

坐标原点仍设在A点

剪力方程在EB段：

与DA段相应，但符号相反。

其剪力图见图 4。

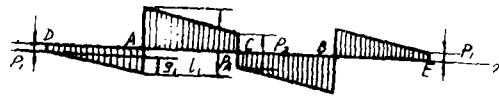


图4 剪力图

弯矩方程在DA段：

$$M(x) = -P_1 x - \frac{1}{2} q_1 x^2 \quad (4)$$

坐标原点设在D点

弯矩方程在AC段:

$$M(x) = -P_1(l_1 + x) - q_1 l_1(x + \frac{l_1}{2}) + P_A x - \frac{1}{2} q_2 x^2 \quad (5)$$

坐标原点设在A点

弯矩方程在CB段:

$$M(x) = -P_1(l_1 + x) - q_1 l_1(x + \frac{l_1}{2}) + P_A x - \frac{1}{2} q_2 x^2 - P_2(x - l_2) \quad (6)$$

坐标原点设在A点

弯矩方程在EB段: 与DA段相应

其弯矩图见图5。

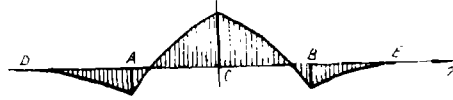


图5 弯矩图

对剪力图和弯矩图进行综合分析可见: 减少两侧 P_1 集中载荷, 可有效的减少两侧悬伸部分的剪力和弯矩。中部C处如无集中载荷 P_2 , 则切力恒为零, 反之恒为 P_2 。

在A、B、C三处的弯矩值为极值, 但由于该处有集中载荷, 故 $M(x)$ 曲线在该点不连续, 而为折点。于是可求长钢管在任一截面上任一点的垂直应力 σ ;

$$\sigma = \frac{M(x) \cdot Z}{J} \quad (7)$$

式中: J —— 对钢管截面中性轴的轴惯性矩

Z —— 截面上任一点到中性轴的距离

也可求任一点的挠度 δ ;

$$\delta = \frac{1}{EJ} [\int dx \int M(x) dx + Fx + G] \quad (8)$$

式中: F, G —— 积分常数, 可由支承的初始条件确定

而 δ 值的大小将影响长钢管的固有频率 f_0 , 例如: 在无悬伸的简单双支梁情况下

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{max}}} \quad (9)$$

为了保证大钢管具有高的抗扭刚度, 还需计算扭转角 θ ;

$$\theta = \frac{M_x L}{GJ_p} \quad (10)$$

式中: M_x —— 扭矩

G —— 剪切弹性系数, 钢为 $8.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

J_p —— 极惯性矩

$$J_p = \frac{\pi}{32} (D_1^4 - D_2^4) \quad (11)$$

L —— 参与扭转的长度

显然长钢管两侧悬伸处不承受扭矩, 参与扭转的最大长度是 $L = 2l_2$ 。

在此基础上, 进一步分析长钢管结构的薄弱环节:
如前所述, 长钢管是由两段对接用螺钉固定的, 由于结构上的原因, 螺钉不可能很粗, 实际是 8 个 M16 的螺钉均匀布于 $\phi 36.8\text{cm}$ 的圆周上。在螺钉固紧的基础上, 弯矩的存在使垂直于截面的内应力及弹性变形产生新的变化, 这种变化是很复杂的。在对接的法兰端面处, 在弯矩 M 值为正的情况下, 截面上方法兰端面与内轴架相应端面间将产生压应力, 截面下方各螺钉截面将产生拉应力, 见图 6。

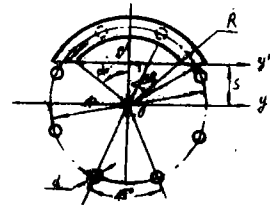


图 6 由弯矩引起应力变化的截面

中性轴 $o'y'$ 通过这些截面的重心 o' ,

$$\text{即 } \int_F Z dF = 0 \quad (12)$$

由于截面形状复杂, 需列出一系列方程式求出中性轴 $o'y'$ 的位置 S , 即偏离通过大钢管中心 o 的 oy 轴的距离。先求上方受压应力的环形截面重心至 o 点的距离 e_1 :

$$S = R \cos \alpha_R = r \cos \alpha_r \quad (13)$$

$$F = \frac{R^2}{2} (2\alpha_R - \sin 2\alpha_R) \quad (14)$$

式中: F —— 由 R 圆及 $o'y'$ 轴线相割的面积。

$$f = \frac{r^2}{2} (2\alpha_r - \sin 2\alpha_r) \quad (15)$$

式中: f —— 由 r 圆及 $o'y'$ 轴线相割的面积。

$$e_F = \frac{4}{3} \cdot \frac{R \sin^3 \alpha_R}{2\alpha_R - \sin 2\alpha_R} \quad (16)$$

式中: e_F —— F 面积重心至 o 点的距离。

$$e_f = \frac{4}{3} \cdot \frac{r \sin^3 \alpha_r}{2\alpha_r - \sin 2\alpha_r} \quad (17)$$

式中: e_f —— f 面积重心至 o 点的距离。

$$e_1 = (F \times e_F - f \times e_f) / (F - f) \quad (18)$$

再求下方受拉应力的螺钉截面重心至 o 点的距离 e_2 :

$$\therefore 2 \times \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{\phi}{2} \times \cos 22.5^\circ = 6 \times \frac{\pi d^2}{4} \times e_2$$

$$\therefore e_2 = \frac{\phi}{6} \cos 22.5^\circ \quad (19)$$

由于 $o'y'$ 是中性轴, 上、下各截面重心至中心轴 $o'y'$ 的距离与各截面积之积应相等, 即满足

$$6 \times \frac{\pi d^2}{4} (e_2 + S) = (F - f)(e_1 - S) \quad (20)$$

如不能满足, 则判断受拉螺钉的分布个数需作修改, 并重复上述计算过程。

在 $d = 1.5$, $R = 19.75$, $r = 16.6$, $\phi = 36.8$ 的情况下, 求出: $S = 14.19\text{cm}$
 $o'y'$ 轴位置确定之后, 即可求其轴惯性矩:

$$J_1 = \int Z^2 dF = J_{v_1} + J_{v_2} + J_{v_3} \quad (21)$$

式中各部分轴惯性矩推导如下:

$$J_{v_1} = 2 \times \frac{\pi d^4}{64} \left[\left(\frac{\phi}{2} \cos 22.5^\circ + S \right)^2 + \left(\frac{\phi}{2} \cos 67.5^\circ + S \right)^2 + \left(S - \frac{\phi}{2} \cos 67.5^\circ \right)^2 \right] \quad (22)$$

J_{v_1} 为螺钉截面至 $o'y'$ 轴的轴惯性矩。

$$J_{v_2} = \frac{R^4 - r^4}{4} (\alpha_r + \sin \alpha_r \cdot \cos \alpha_r) - 2S \left(\frac{2}{3} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \cdot \frac{\sin \alpha_r}{\alpha_r} \right) \cdot \alpha_r (R^2 - r^2) + S^2 \alpha_r (R^2 - r^2) \quad (23)$$

J_{v_2} 为环带扇形部分截面至 $o'y'$ 轴的轴惯性矩。

$$J_{v_3} = 2 \times \frac{(R \sin \alpha - r \sin \alpha_r) [(R - r) \sin(90^\circ - \alpha_r)]^3}{12} \quad (24)$$

J_{v_3} 为环带两侧三角形截面至 $o'y'$ 轴的轴惯性矩。

代入上述各值后得: $J_1 = 1451.3\text{cm}^4$

而附近大钢管截面的

$$J = \frac{\pi}{64} (D_1^4 - D_2^4) \quad (25)$$

式中: D_1 为钢管外径

D_2 为钢管内径

在 $D_1 = 32.6\text{cm}$, $D_2 = 30\text{cm}$ 情况下, 求得 $J = 15681\text{cm}^4$, 显然 J_1 比 J 小 10.8 倍, 按式 (7)、(8), 该处应力及挠度变大, 但更主要的是: 在其它截面, 中性轴均通过大钢管的中心轴线 oo' , 而在此处中性轴 $o'y'$ 上移一个距离 S , 这意味着在此处大钢管将产生“缝隙” Δh , 实际上是由于应力变化而产生的弹性变形增量, 而这种“缝隙”将会使大钢管下陷, 在该处产生很大的挠度 δ' , 见图 7。



图 7 因中性轴偏移而使钢管对接处下陷 δ'

由图 7 可导出 δ' 与 Δh 的关系式:

$$\delta' = l_2 \times \sin \left[\cos^{-1} \left(1 - \frac{\Delta h}{2l_2} \right) \right] \quad (26)$$

为了得到定量的分析计算结果, 需先求出连接处的弯矩值, 取过去类似设计中采用的数据: $l_1 = \frac{l_2}{2.3}$, $P_1 = 15\text{kg}$, $P_2 = 80\text{kg}$, 则按式 (5) 得: $M_c = 136915.4\text{kg} \cdot \text{cm}$ 将 M_c 及 J_1 代入式 (7), 并求最大应力, 即求距中性轴 $o'y'$ 最远处的螺钉应力, 代入 $Z = \frac{\phi}{2} \cos 22.5^\circ + S$, 得 $\sigma = 2942.3\text{kg}/\text{cm}^2$, 该处螺钉在拉应力作用下将产生弹性变形 ΔH , 按虎克定律:

$$\sigma = E \times \frac{\Delta H}{H} \quad (27)$$

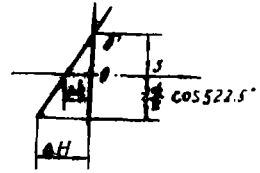
式中: E 为弹性系数, 钢为 $2 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$

H 为固紧螺钉长度。

取 $H = 9 \text{cm}$, 按式 (27) 可求得: $\Delta H = 0.013 \text{cm}$

由于弹性变形是以截面绕中性轴 $o'y'$ 转动的形式形

成, 见图 8, 故在钢管截面中心 o 处将发生弹性变形 Δh , 图 8 由弯矩引起截面绕 $o'y'$ 轴转动



$$\Delta h = \frac{S}{S + \frac{\phi}{2} \cos 22.5^\circ} \times \Delta H \quad (28)$$

代入各值, 得 $\Delta h = 0.006 \text{cm}$

将 Δh 及有关值代入式 (26), 得 $\delta' = 1.79 \text{cm}$, 该值比由整段大钢管计算的 δ 大一个数量级以上, 这将严重降低大钢管的固有频率, (如按式(9)估算, f_0 仅 3.7Hz)。

三、设计原则及实验结果

综上所述可见, 为了使作为光学基准基体的长钢管具有高的固有频率和角度稳定性, 必须针对两段钢管连接处 (这对加工、安装的工艺性来说是完全必需的) 这一主要薄弱环节采取措施, 即在设计上需尽量使该处的剪力 Q 及弯矩 M 值趋于零。

为了减少该处剪力 (其值为 P_2), 将中部支承座作了改进, 使该处钢管由原来承载内、外轴架及轴承的重量, 减少到仅承受内轴架的重量, 见图 9。此外也要尽量减轻反射镜组件的重量 P_1 。

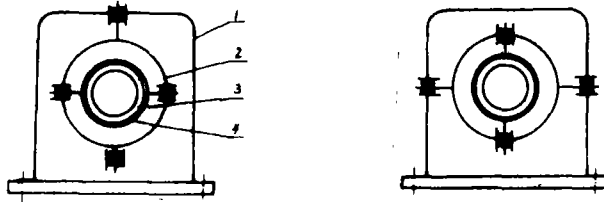


图 9 中部支承结构的改进 (左图为原结构, 右图为现结构)

1—支承座 2—外轴架 3—钢管 4—内轴架

为了使弯矩 M 值在该处趋于零, 必须对两个端部支承座的位置作合理的布局, 实际上这是按式 (5) 代入 $x = l_2$, 而求 $M(l_2) = 0$ 的解。代入 $P_1 = 7.5 \text{kg}$, $P_2 = 25 \text{kg}$ 及 $l_1 + l_2 = 763$, 并求出:

$$q_1 = \frac{\pi}{4} (32.2^2 - 30^2) \cdot \gamma = 0.84 \text{kg/cm}$$

$$q_2 = \frac{\pi}{4} (32.6^2 - 30^2) \gamma = 1 \text{kg/cm}$$

式中 γ ——钢的比重, 为 0.0078kg/cm^3

可得 $M(l_2) = 0$ 的具体方程:

$$0.081 l_2^2 + 660.9 l_2 - 250233.5 = 0 \quad (29)$$

解方程, 得 $l_2 = 356.9 \text{ cm}$, (另一解为负值, 无意义)

$$\therefore l_1 = 763 - 356.9 = 406.1 \text{ cm}$$

对接处弯矩及剪力值趋于零, 也使螺钉不产生由 Q 、 M 引起的附加应力, 保证了固紧可靠, 也就保证了扭转角可按 (10) 式进行计算, 在扭矩——实际上是由两个端部支承的可绕长钢管轴转动的滚动轴承摩擦力矩 M_T 形成:

$$M_x = M_T = P_A \times k \times 2r_0 \quad (30)$$

式中: k — 滚动摩擦系数

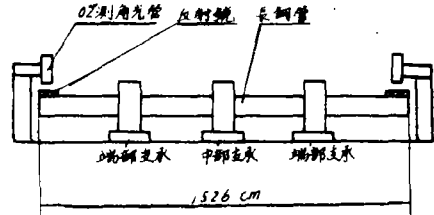
取 $k = 0.006$ (因轴承加预载)

r_0 — 滚动轴承半径, $r_0 = 17.5$

由 (1) 式得: $P_A = P_B = 718 \text{ kg}$,

代入, 得 $M_x = 150.8 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

再代入 (10) 式, 得 $\theta = 4.2 \times 10^{-6}$



按照上述原则设计的大钢管一支承座系统, 在加工、装配后进行了性能检测试验, 见图10。

图10 检测试验示意图

精度试验: 用吊车使中部支承座转动长钢管一个角度 β , 两侧用 $0.2''$ 测角光管分别读出该转角 β_1 及 β_2 , 得出两转角之差 $\beta_1 - \beta_2$, 在正、反不同方向转动, 共测了 5 次, 平均相差为 $2''$, 达到了角秒级的高稳定度。

共振试验: 在直流电机轴上装一个偏心块, 再将电机固定于靠近端部支承的钢管上。(因地基的强迫振动通过端部支承传到长钢管上), 以不同电压调速, 使在长钢管上形成不同频率的强迫振动, 用 $0.2''$ 测角光管观察返回十字丝像的抖动。实测结果为: 当强迫振动频率由低至 50 Hz 以上时, 十字丝像的抖动幅值仅为 $3''$ 左右, 始终未引起共振, 其性能远超过在 13 Hz 下不发生共振的技术指标。与之对比, 过去研制的较短的 12 m 长钢管一支承座系统, 在 20 Hz 下即发生较强的共振, 当钢管对接处个别螺钉未拧紧时, 在 10 Hz 以内即发生共振。

本项工作的设计由苗晶同志完成, 安装由仇延昌, 王洪海同志完成。

Design of 16m Optical Reference for Measuring Twist Angle

Shi Jicheng Miao Jing

Abstract

It is a special application to establish a long optical reference for measuring relative angle between measurement instruments in optical engineering.

This paper discusses main problems in design. The results tested from an actual 16m optical reference show that the angular stability is better than 2" and the resonant frequency is higher than 50 Hz.