

高精度伺服转台系统的数字仿真

权奇连

摘要: 本文叙述了高精度伺服转台控制系统动态特性的数字仿真。给出了系统频率特性的计算机绘制。

一、前言

高精度伺服转台的单板计算机控制系统的研制工作是从根据给定技术指标设计或构成一个数字控制系统(或方案)开始的。研制工作之前除了选择合适的主要元部件做实验外,还要对整个系统(动态)性能有所估计,这项工作借助控制系统的数字仿真可以完成。

在系统设计阶段结束之后,可用仿真技术来验证一下所设计方案的正确与否,能否达到预期的目标。如果不能达到目标,可以及时发现问题,修改方案,这样做既省时又有利于提高研制效率。伺服转台的计算机控制系统的设计步骤如图1所示。

大家知道,仿真的基础是数学模型。利用仿真进行研究时,一般有四个步骤^[1]:

1. 写出实际系统的数学模型,
2. 写出适合于计算机的仿真模型,
3. 编制计算机的仿真程序。
4. 对仿真模型进行修改、检验。

另外,我们的转台系统是一个采样控制系统。它是由连续部分和离散部分组成的。首先,我们要建立连续对象的离散化模型,这种离散化过程是进行数字仿真和分析整个数字控制系统所必需的。其次,把模拟补偿网络变换成数字算法。然后,对不同典型输入信号求出系统的输出,其输出为 Z 的多项式或变成差分方程。最后,用FORTRAN语言编程,在M-160计算机上进行计算和绘图。

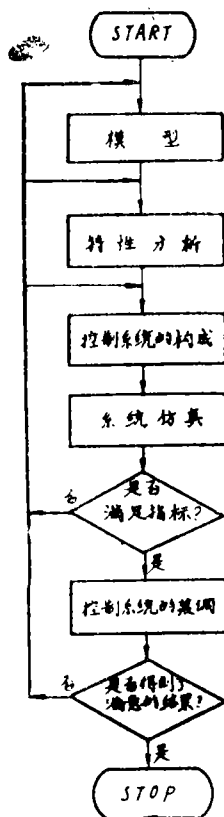


图1 控制系统的设计步骤

二、转台系统的数学模型

转台系统的结构图如图2所示。推导数学模型时我们忽略非线性摩擦力矩 M_f 和测速机

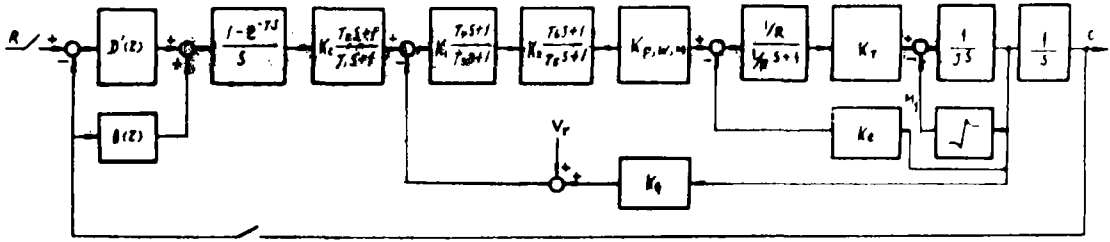


图2 转台系统的数学模型

纹波 V_r 。

直流力矩电机的传递函数:

$$W_M(s) = \frac{\frac{(1/R)K_T}{JS(T_e S + 1)}}{1 + K_e K_T \frac{1/R}{T_e S + 1} \cdot \frac{1}{JS}} = \frac{1/K_e}{T_M T_e S^2 + T_M S + 1}$$

$$\approx \frac{1/K_e}{(T_M S + 1)(T_e S + 1)} \quad (1)$$

其中 L —力矩电机电枢电感;

R —力矩电机电枢电阻;

$T_e = \frac{L}{R}$ —电气时间常数;

$T_M = \frac{JR}{K_e K_T}$ —机电时间常数;

K_e —力矩电机反电势常数;

K_T —力矩电机力矩常数;

J —总的转动惯量。

调速回路的闭环传递函数:

$$\Phi_0(S) = \frac{\frac{K_1(T_4 S + 1)}{(T_3 S + 1)} \cdot \frac{K_2(T_0 S + 1)}{(T_5 S + 1)} \cdot K_{P.W.M.} \cdot \frac{1/K_e}{(T_M S + 1)(T_e S + 1)}}{1 + K_0 \cdot \frac{K_1(T_4 S + 1)}{(T_3 S + 1)} \cdot \frac{K_2(T_0 S + 1)}{(T_5 S + 1)} \cdot \frac{K_{P.W.M.} \cdot 1/K_e}{(T_M S + 1)(T_e S + 1)}}$$

$$= \frac{1/K_0}{\frac{1}{K_1 K_2 K_{P.W.M.} \cdot 1/K_e K_0} \cdot \frac{(T_3 S + 1)(T_5 S + 1)(T_M S + 1)(T_e S + 1)}{(T_4 S + 1)(T_0 S + 1)} + 1}$$

(2)

其中 $K_1 K_2 = 600$

$T_5 = 5.4 \text{ sec}$

$K_{P.W.M.} = 10$

$T_0 = 0.15 \text{ sec}$

$1/K_e = 0.105 \text{ rad/sec/V}$

$T_M = 0.3 \text{ sec}$

$K_0 = 33.4 \text{ V/rad/sec}$

$T_e = 0.00588 \text{ sec}$

$$T_3 = 13.8 \text{ sec} \quad K_1 K_2 K_{P.W.M} \frac{1}{K_s} = 630 \text{ rad/sec/V}$$

$$T_4 = 1.35 \text{ sec} \quad K_1 K_2 K_{P.W.M} \frac{1}{K_s} \cdot K_o = 21042 > 1.$$

调速回路的等效闭环传递函数:

$$\Phi'_0(S) = \frac{1/K_o}{T_0^2 S^2 + 2T_0 \zeta S + 1} \approx \frac{0.03}{(3.08 \cdot 10^{-3})^2 S^2 + 2 \cdot (3.08 \cdot 10^{-3}) \cdot 0.81 S + 1} \quad (3)$$

其中 T_0 —等效时间常数 ($3.08 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$);

ζ —等效阻尼系数 (0.81)。

另外, 考虑到 T_0 很小, 这个拐点落在高频区。我们将式 (3) 进一步简化, 并考虑后面的积分器 $\frac{1}{S}$ 之后, 得被控对象的等效传递函数为^[1]

$$W_0(S) \approx \frac{K_o}{S} \quad (4)$$

其中 $K_o = 1/K_s$ (K_s 为测速机的比电势)。

模拟 PI 校正网络的传递函数:

$$W_c(S) = K_s \cdot \frac{T_2 S + 1}{T_1 S + 1} \quad (5)$$

其中 $K_s \approx 250$, $T_1 = 23 \text{ sec}$, $T_2 = 0.138 \text{ sec}$ 。

零阶保持器 (ZOH) 的传递函数:

$$W_h(S) = \frac{1 - e^{-Ts}}{S} \quad (6)$$

其中 T 为采样周期。

在控制器中, 我们将取

$$D'(S) = 1 \quad (7)$$

$$B(S) = \frac{1 - e^{-Ts}}{S} \cdot \frac{1}{S} \quad (8)$$

把图 2 进一步简化为图 3。

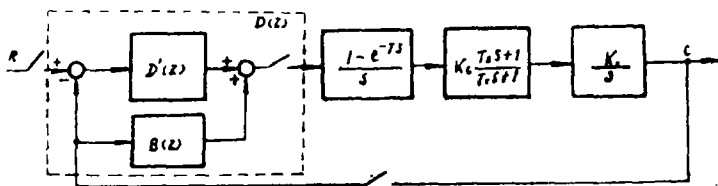


图 3 经过简化后的转台系统的数学模型

三、系统的仿真模型

设 $D'(Z) = 1$ (即数字控制器的补偿只用附加反馈 $B(Z)$ 来实现), 则系统的开环脉冲传递函数为^[2]

$$W(Z) = \frac{D'(Z)W'(Z)}{1 + B(Z)W'(Z)} \quad (9)$$

其中 $W'(Z) = W_c(Z) \cdot W_{0h}(Z)$; $W_c(Z)$ 为模拟校正网络的 Z 变换式, $W_{0h}(Z)$ 为被控对象 (包括零阶保持器) 的 Z 变换式。系统的闭环脉冲传递函数为

$$\frac{C(Z)}{R(Z)} = \Phi(Z) = \frac{W(Z)}{1 + W(Z)} = \frac{W'(Z)}{1 + [1 + B(Z)]W'(Z)} \quad (10)$$

为了获得闭环系统的离散模型, 我们将取 $K_0 = K_D \cdot K_0 \cdot 1/K_a \approx 3000 \text{ 1/sec}$, $T = 0.005 \text{ sec}$ 。其中 K_D 为数字控制器的增益。被控对象 (包括零阶保持器) 的离散化方程是:

$$W_{0h}(Z) = z \left[\frac{1 - e^{-Ts}}{S} \cdot \frac{K_0}{S} \right] = \frac{K_0 T}{Z - 1} = \frac{15}{Z - 1} \quad (11)$$

模拟校正网络的数字算法是^[4]:

$$W_c(Z) = \left[\frac{T_2 S + 1}{T_1 S + 1} \right]_{S = \frac{2}{T} \frac{1 - Z^{-1}}{1 + Z^{-1}}} = \frac{0.0061 - 0.0059Z^{-1}}{1 - 0.9998Z^{-1}} \quad (12)$$

被控对象与校正网络串联时, 可得

$$W'(Z) = W_c(Z) \cdot W_{0h}(Z) = \frac{0.0915(Z - 0.9672)}{(Z - 1)(Z - 0.9998)} \quad (13)$$

附加反馈 $B(Z)$ 是:

$$B(Z) = z \left[\frac{1 - e^{-Ts}}{S} \cdot \frac{1}{S} \right] = \frac{T}{Z - 1} = \frac{0.005}{Z - 1} \quad (14)$$

把式(13)和(14)代入式(10), 可得

$$\frac{C(Z)}{R(Z)} = \frac{\frac{0.0915(Z - 0.9672)}{(Z - 1)(Z - 0.9998)}}{1 + \left[1 + \frac{0.005}{Z - 1} \right] \cdot \frac{0.0915(Z - 0.9672)}{(Z - 1)(Z - 0.9998)}} \quad (15)$$

系统对单位阶跃输入信号 $R(Z) = \frac{Z}{Z - 1}$ 的响应为

$$C_s(Z) = \frac{0.0915Z^2 - 0.0885Z}{Z^3 - 2.9083Z^2 + 2.8196Z - 0.9113} \quad (16)$$

系统的输出响应曲线如图 4 所示。

系统对单位斜坡信号 $R(Z) = \frac{TZ}{(Z-1)^2}$ 的响应为

$$C_c(Z) = \frac{0.0004575Z^2 - 0.0004425Z}{Z^4 - 3.9083Z^3 + 5.728Z^2 - 3.731Z + 0.9113} \quad (17)$$

系统的输出响应曲线如图 5 所示。此时，计算步距等于采样周期。具体使用程序略。

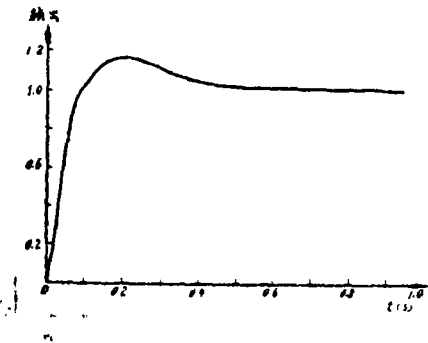


图 4 系统对单位阶跃信号的响应

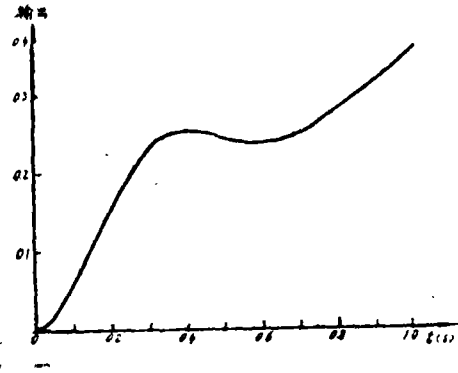


图 5 系统对单位斜坡信号的响应

下面考虑另一种情况：设 $D'(E) = 1$, $B(E) = 0$ ，即数字控制器算法 $D(E) = 1$ 的情况。因为系统的采样频率比较高（即 $\omega_s \geq 10\omega_c$ ），所以把采样控制系统可近似看作连续系统。这时，系统结构图如图 6 所示。

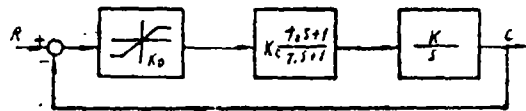


图 6 连续系统的数学模型

系统的闭环传递函数为

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \Phi(S) = \frac{K_c T_2 S + K_c}{T_1 S^2 + (K_c T_2 + 1)S + K_c} \quad (18)$$

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{414S + 3000}{23S^2 + 415S + 3000}$$

$$C(S)(23S^2 + 415S + 3000) = R(S)(414S + 3000)$$

$$\frac{d^2c(\tau)}{d\tau^2} + \frac{415}{23} \frac{dc(\tau)}{d\tau} + \frac{3000}{23} c(\tau) = \frac{414}{23} \frac{dr(\tau)}{d\tau} + \frac{3000}{23} r(\tau) \quad (19)$$

为了得到一阶动力学方程，设

$$x_1(\tau) = c(\tau)$$

$$x_2(\tau) = \frac{dc(\tau)}{d\tau}$$

$$Y(\tau) = \frac{414}{23} \frac{dr(\tau)}{d\tau} + \frac{3000}{23} r(\tau)$$

于是，式(19)等效于下面两个一阶微分方程：

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(\tau)}{d\tau} &= x_2(\tau) \\ \frac{dx_2(\tau)}{d\tau} &= -\frac{415}{23} x_2(\tau) - \frac{3000}{23} x_1(\tau) + Y(\tau) \end{aligned} \quad (20)$$

对上面微分方程组，可用二阶龙格-库塔数值积分法进行解^[9]。

当输入单位阶跃函数和单位斜坡函数时，用FORTRAN程序计算并绘制系统的输出响应，如图7和8所示。这时，初始输入参数是：

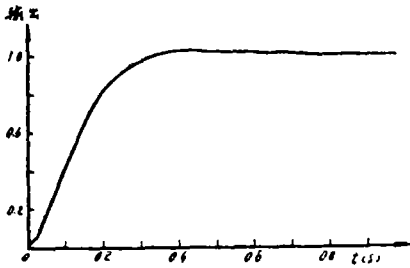


图7 系统对单位阶跃信号的响应

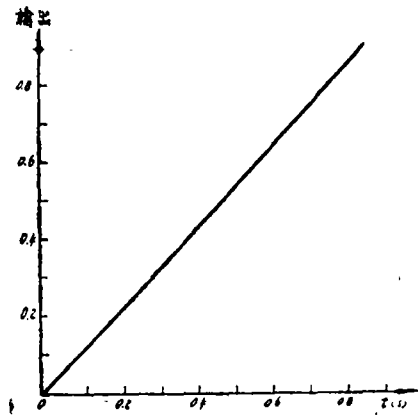


图8 系统对单位斜坡信号的响应

$\tau_0 = 0.000$ (初始时间)

$\tau_f = 1.000$ (最终时间)

$\Delta\tau = 0.010$ (时间增量)

$x_1(\tau_0) = 0.000$

$x_2(\tau_0) = 1.000$

这里，具体使用程序略。由图4和7、5和8比较可知，在 $D(Z) \approx 1$ 和 $D(Z) = 1$ 时，仿真结果是有区别的，其原因在于附加反馈 $B(Z)$ 所致。

四、用数字计算机绘制开环和闭环系统的频率特性

绘制系统的频率特性时，我们仍将采样控制系统看作连续系统（当然，这种考虑是不够严密的，因为采样总是带来滞后）。由图6可知，系统的开环传递函数为

$$W(S) = \frac{K_0(T_2S + 1)}{S(T_1S + 1)} = \frac{3000(0.138S + 1)}{S(23S + 1)}$$

$H(S) = 1$ (反馈通道传递函数)

图9表示FORTRAN程序的逻辑流程图^[9]。它用来计算及绘制下列开环和闭环系统频率特性的数值：

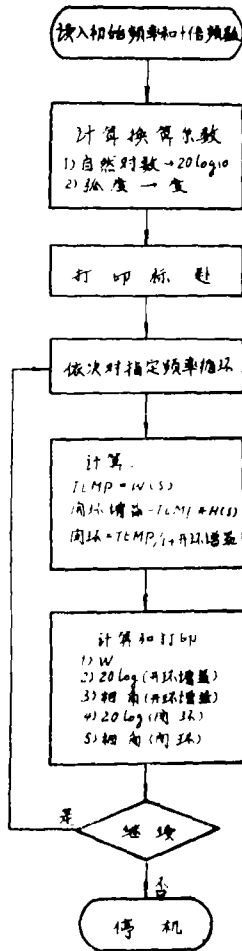


图9 计算开环和闭环系统频率特性的程序流程图

- | | |
|--|-------------|
| 1) $20\log W(S) H(S) $ | } 对应于开环频率特性 |
| 2) $\angle W(S) H(S)$ (相角) | |
| 3) $20\log \left \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{W(S)}{1+W(S)} \right $ | } 对应于闭环频率特性 |
| 4) $\angle \frac{C(S)}{R(S)}$ (相角) | |

这里具体使用程序从略。在程序执行时，应先给定频率的初值和所要求的频率范围内十倍频的数目。用计算机所绘制的开环和闭环系统的频率特性如图10所示。由图

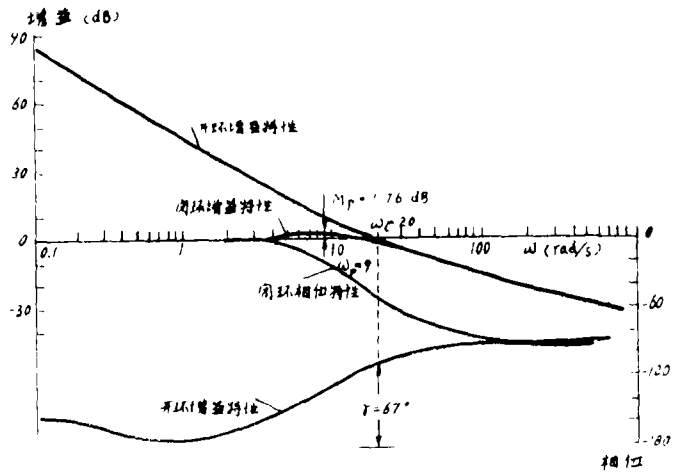


图10 $W(S) = \frac{3000(0.138S + 1)}{S(23S + 1)}$ 的开环和闭环频率特性

可知，在剪切频率 $\omega_c = 20\text{rad/sec}$ 时，相位裕量为 67° ，在 $\omega_p = 9\text{rad/sec}$ 下闭环峰值为 1.76dB ，故系统是稳定的。

五、结 束 语

在转台系统仿真过程中，尽管我们所取的仿真模型是近似的，线性的，但控制系统的仿真结果表明，无论在 $D(Z) \approx 1$ 或 $D(Z) = 1$ 时，系统总是稳定的。实际系统的动态特性与仿真结果是比较接近的。

仿真结果的置信度取决于模型描述、仿真模型的准确性和仿真方法的正确性。

在系统仿真过程中，得到郑敬德和王盾同志的热情帮助，在此表示谢意。

参 考 文 献

- [1] 权奇连,王才胜; 高精度伺服转台的单板计算机控制, 光学机械, 1986. 5.
- [2] B. A. 别塞克尔斯基著, 林桦 古明译; 数字自动控制系统, 科学出版社, 1984.
- [3] S. M. Shinnars; Modern Control System Theory and application, Addison-Wesley Publishing Company, 1972.
- [4] 熊光楞编著; 控制系统数字仿真, 清华大学出版社, 1982.

Digital Simulation for a High Precision Servo Table System

Quan Qilian

Abstract

In this Paper the digital simulation of dynamic characteristics for a high precision servo table system is described. And the open and closed-loop frequency responses are given.