

扭转角动态实时监测系统

张 有 王家骥

摘要: 本文讨论了一种扭转角实时监测系统, 用以实时动态监测不同高度配置的设备基座之间的扭转角。通过定量的误差分析和计算, 该系统精度较高, 在技术上简便可行, 在工程实践中具有特殊的应用价值。

一、前 言

在工程实践中, 一些精密的测量设备或基准设备, 因系统的配置或功能方面的特殊要求, 往往分散于不同位置, 又由于连结这些设备的基础, 不可能是绝对刚体(如船体、机体、导弹弹体等), 在各种外界干扰下, 各设备之间必然存在三维的微小角变化, 其变化是随机的。应用通常的光学仪器来监测这些变化, 不能满足实际需要, 即便使用动态光电测角仪器(有专门研制), 也只容易实现对过连结两设备连线平面内的挠曲变形角的监测, 而对于绕两设备连线的扭转角, 欲实现实时动态监测, 极不容易, 其主要难点在于测扭基准的设计和建造, 为要达到精确的监测, 如采用一个刚体作基准的话, 该基准既要灵活, 又要有足够大的扭转刚度。对于处在同一水平面内的设备, 基座之间扭转角度的监测已很困难, 而对于竖直配置的设备, 其扭转角的动态实时监测, 尤其困难。

针对上述情况, 本文讨论了一种扭转角实时动态监测系统, 用以实时动态监测高处设备基座相对地面设备基座之间的扭转角。当然, 对于水平配置的情况, 也完全实用。

当上、下设备基座间距离(高度)14m, 非扭转偏摆角(俯仰及方位)不大于 $\pm 5'$, 最大扭转角变化于 $\pm 30'$ 之内时, 应用本监测系统, 其最大测角误差可期望不大于 $10'$ 随待测高度(距离)的减小, 测量精度可以线性提高。

二、系 统 构 成

监测系统由具有同一光源的两只发射光管、具有象方远心光路的接收光管、光电转换器、信息处理机、编码和显示电子系统构成。发射光管置于地面, 带有绕竖轴微动及俯仰和方位的微调机构, 用以实现光轴调准, 其光学示意图如图1所示。

接收光管置于上部, 采用象方远心光路, 用一个物镜将两发射光孔成象于同一像面, 并经第一准直镜之

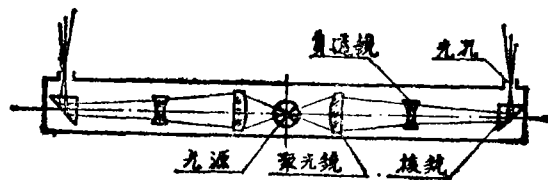


图1 发射光管光学示意图

后，由同一个旋转棱镜实现物空间扫描，接收物方信号，从而消除系统本身不对称影响。由于物空间和象空间之间的扭转角，是通过两个光孔相对位置变化，即对径测量来实现的，从而消除了物象空间非测量方向的干扰影响。接收光管的光学示意图如图 2 所示。

光电转换、信息处理、编码及显示电子系统如框图 3 所示。

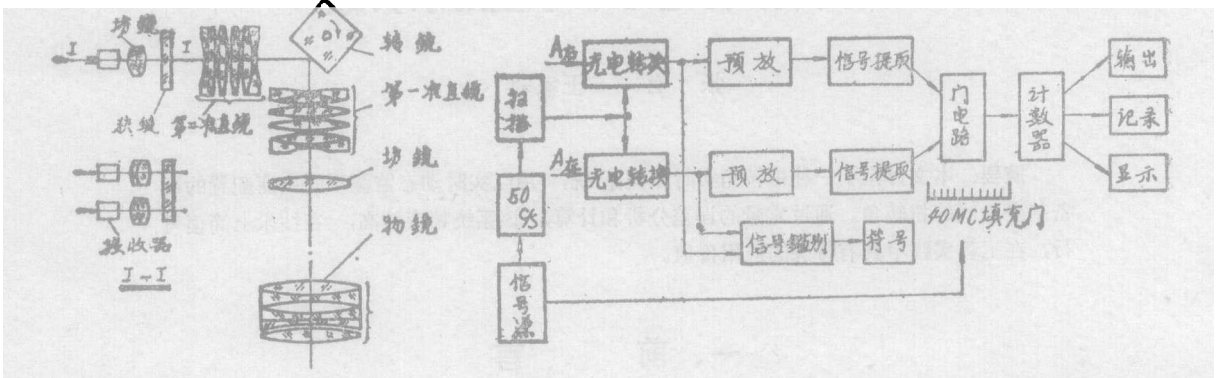


图 2 接收光管光学示意图

图 3 电子系统框图

三、测量原理

监测系统配置如图 4 所示。接收光管将作为目标物的两个光孔成象于象面，以地面基座为基准，测量上、下基座间的扭转角，该角是由于安放上、下两个基座的弹性体基础，在外界

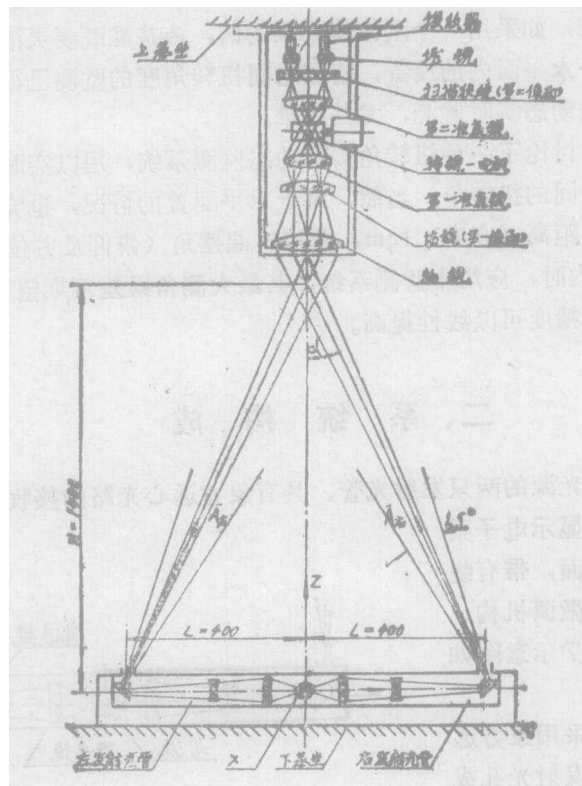


图 4 测量原理图

随机干扰作用下而产生，它是时间的函数。通过光点扫描狭缝和光电转换，电子系统把光学系统检出的角度量，转变成与之成比例的时间量，最后精确测量时间差，达到精密测角。

1. 测量系统的几何关系

由图 4 可见，由同一个光源发出的光，经左、右完全相同的光学系统，照明直径为 ϕ 的光孔，并以 1.5° 的发散角出射，其主光线 $\bar{A}_左$ 、 $\bar{A}_右$ 分别与中心线夹角为 α ，光孔至中心的距离（离轴距）均为 L 。 ϕ 光孔做为有限远目标，经高度 H ，由接收光管接收，经接收光学系统，两光孔象以平行光到达同一旋转棱镜，经转镜扫描后到达同一狭缝，以上、下对零时的输出为基准，当上、下基座间产生微小扭变角 φ_1 时，主光线 $\bar{A}_左$ 及 $\bar{A}_右$ 即在以 2α 为锥顶角的“锥体”表面上转动。 α 即为“离轴角”，其值 $\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{L}{H}$ 。从而产生 $\bar{A}_左$ 、 $\bar{A}_右$ 光线在 $OXYZ$ 坐标系内的空间偏转角，将狭缝沿 Y 向放置，即可取出其在 XZ 平面内的偏转角，它相对于零位基准的变化量，就是两基座间扭变角的大小，因 $\bar{A}_左$ 、 $\bar{A}_右$ 相对原点 O 扭转同样的 φ_1 角，故取两者的相对角变化量 $2\varphi_1$ 角进行测量。

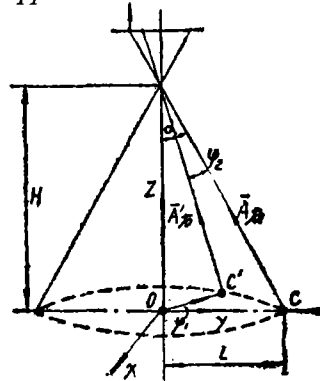


图 5

将系统简化如图 5，在中心 O 处设立右手直角坐标系 $OXYZ$ ，设两基座绕 Z 轴相对扭变 φ_1 角，即入射接收光管的主光线矢量 $\bar{A}_右$ 从基准位置 C 绕 Z 轴转到了 C' 点，显然，旋转矩阵为：

$$S_z = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

主光线矢量：

$$\bar{A}_右 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix}$$

放入射接收光管的光矢量 $\bar{A}'_右$ 为：

$$\begin{aligned} \bar{A}'_右 &= S_z \bar{A}_右 \\ &= \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\varphi_1 \sin\alpha \\ -\cos\varphi_1 \sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x' \\ A_y' \\ A_z' \end{pmatrix} \end{aligned}$$

于是，求得光矢量 $\bar{A}'_右$ 在 XZ 面内的变化角为：

$$\text{tg}\varphi_{2右} = \frac{A_x'}{A_z'} = \frac{-\sin\varphi_1 \sin\alpha}{\cos\alpha} = -\sin\varphi_1 \text{tg}\alpha \quad (1)$$

取 $\varphi_{2右}$ 、 φ_1 的一阶量，略去高阶小量，则有：

$$\varphi_{2右} = -\varphi_1 \text{tg}\alpha \quad (2)$$

因左侧测量系统具有同样的结果 $\varphi_{2左} = \varphi_1 \text{tg}\alpha$ ，但相差一符号（推导从略），而转动棱镜是扫描测取两角的差值，故有：

$$\varphi_2 = \varphi_{2右} - \varphi_{2左} = -2\varphi_1 \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

式(3)即为测量系统的几何关系式, 这是在没有非测量方向干扰情况下导出的结果, 由于对径测量, 在有干扰时, 仍有近似(3)式的结果, 试分析如下。

设上基座相对下基座绕X轴有一个小量的随机转角 δ , 绕Y轴有一个小量的随机转角 λ , 此时测量绕Z轴的扭变角 φ_1 。

此处有如下变换矩阵:

$$S_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}$$

$$S_y = \begin{pmatrix} \cos \lambda & 0 & -\sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{pmatrix}$$

$$S_z = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

又有

$$\overline{A}_{右} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \quad \overline{A}_{左} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$$

故 $\overline{A}_{右}' = S_x S_y S_z \overline{A}_{右}$

$$\begin{aligned} &= S_x S_y \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \\ &= S_x \begin{pmatrix} \cos \lambda & 0 & -\sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin \varphi_1 \sin \alpha \\ -\cos \varphi_1 \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha - \sin \lambda \cos \alpha \\ -\cos \varphi_1 \sin \alpha \\ -\sin \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -(\cos \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \sin \lambda \cos \alpha) \\ -\cos \delta \cos \varphi_1 \sin \alpha + \sin \delta (-\sin \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha) \\ \sin \delta \cos \varphi_1 \sin \alpha + \cos \delta (-\sin \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

所以

$$\operatorname{tg} \varphi_{2右} = \frac{-(\cos \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \sin \lambda \cos \alpha)}{\sin \delta \cos \varphi_1 \sin \alpha + \cos \delta (-\sin \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha)}$$

取式中的 $\varphi_{2右}$ 、 φ_1 、 λ 及 δ 的一阶量, 则有

$$\varphi_{2右} = - \frac{\varphi_1 \operatorname{tg} \alpha - \lambda}{\delta \operatorname{tg} \alpha + \lambda \varphi_1 \operatorname{tg} \alpha + 1}$$

我们注意到: $\delta \operatorname{tg} \alpha \approx 0, \lambda \varphi_1 \operatorname{tg} \alpha \approx 0$

最后有 $\varphi_{2右} = -(\varphi_1 \operatorname{tg} \alpha + \lambda)$

对于左侧测量系统:

$$\overline{A}_{左'} = S_x S_r S_z \overline{A}_{左}$$

经过类似上述的推导, 有:

$$\overline{A}_{左'} = \begin{pmatrix} \cos \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha - \sin \lambda \cos \alpha \\ \cos \delta \cos \varphi_1 \sin \alpha + \sin \delta (\sin \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha) \\ - \sin \delta \cos \varphi_1 \sin \alpha + \cos \delta (\sin \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha) \end{pmatrix}$$

$$[\operatorname{tg} \varphi_{2左} = \frac{\cos \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha - \sin \lambda \cos \alpha}{- \sin \delta \cos \varphi_1 \sin \alpha + \cos \delta (\sin \lambda \sin \varphi_1 \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha)}$$

取 $\varphi_{2左}, \varphi_1, \lambda$ 及 δ 的一阶量, 则有

$$\varphi_{2左} = \frac{\varphi_1 \operatorname{tg} \alpha - \lambda}{- \delta \operatorname{tg} \alpha + \lambda \varphi_1 \operatorname{tg} \alpha + 1}$$

我们注意到: $\delta \operatorname{tg} \alpha \approx 0, \lambda \varphi_1 \operatorname{tg} \alpha \approx 0,$

最后有 $\varphi_{2左} = \varphi_1 \operatorname{tg} \alpha - \lambda$

故测量系统测得的扭变角为

$$\varphi_2 = \varphi_{2右} - \varphi_{2左} = -2\varphi_1 \operatorname{tg} \alpha$$

上式与前述的(3)式完全相同, 可是非扭方向的干扰, 在扭转方向上不出现大的附加偏差点, 只出现高阶影响, 且量值很小, 完全可以忽略不计。

2. 测量光管的测量方程

经过如上的几何推导, $\varphi_2 = f(\varphi_1)$, 测量光管即对 φ_2 角进行测量。物方产生 φ_2 角度变化时, 经接收光管镜组放大, 至转镜处的角度为 $\varphi_2 \Gamma$, Γ 为接收光管的角放大率, 该角度需由转镜转动 $2\omega t$ 角的时间 t 来计量, 式中 ω 为电机的角速度, 放

$$\varphi_2 \Gamma = 2\omega t$$

其中

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \rho$$

$$t = N\tau = N/f_0$$

所以

$$\varphi_2 = \frac{\pi n \rho N}{15 \Gamma f_0} \quad (4)$$

式中 n ——电机转速 (转/分)

$$\rho = 206265''$$

Γ ——光管的角放大率,

$$f_0 = \frac{1}{\tau} \text{——基准计数脉冲频率。}$$

N ——计数脉冲数。

对于单个脉冲 (1 个计数码) 所代表的角度值为

$$\varphi_{02} = \frac{\varphi_2}{N} = \frac{\pi n \rho}{15 \Gamma f_0} \quad (5)$$

式(4)即为测量光管的测量方程式, φ_{02} 为最小分辨角。由式(5)可看出, 恰当的选择

和调整参数 n, Γ, f_0 , 可以得到预期的 φ_{02} 值。

3. 监测系统的参数方程式

将(4)式代入(3)式, 整理后得

$$\varphi_1 = -\frac{\pi n \rho N H}{30 \Gamma f_0 L} \quad (6)$$

从而, 系统的角分辨率 (即 $N=1$ 时的 φ_1 角) 为

$$\varphi_{01} = -\frac{\pi n \rho H}{30 \Gamma f_0 L} \quad (7)$$

式(6)即为本监测系统的参数方程式, 其中 n, Γ, f_0 为确定了参数, 为保证系统的角分辨率不变, 对不同距离(H)的测量, 用调节 L 来达到。

对(6)式全微分, 则有

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_1 &= \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \right| \Delta n + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial H} \right| \Delta H + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial \Gamma} \right| \Delta \Gamma + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial f_0} \right| \Delta f_0 \\ &\quad + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial L} \right| \Delta L + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial N} \right| \Delta N \\ &= \frac{\pi n H \rho N}{30 \Gamma f_0 L} \left(\frac{\Delta n}{n} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta \Gamma}{\Gamma} + \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta N}{N} \right) \\ &= \varphi_{01} N \left(\frac{\Delta n}{n} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta \Gamma}{\Gamma} + \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta N}{N} \right) \quad (8) \end{aligned}$$

由式(8)可以定量的计算光学系统, 机械结构及有关扫描器的各参数对测量精度的影响。当然, (8)式列出的误差项目并没有包括本系统的所有误差源, 另外一些误差源在以下的分析中引入。

四、测量系统的误差计算

由以上叙述和推导可知, 本文所提到的监测系统, 原理正确, 实现也不难, 那么, 其测量精度又会怎样? 下面, 我们设定一组参数, 对其进行数量上的误差分析。设上、下基座高度 $H=14\text{m}$, 离轴距 $L=400\text{mm}$, $n=1500\text{rpm}$, $\Gamma=10^\circ$, $f_0=2 \times 10^7\text{Hz}$, $\varphi_{1\text{max}} = \pm 30'$, 转镜为四面体棱镜。

将数据代入, 有

$$\text{角分辨率 } \varphi_{01} = \frac{\pi \times 1500 \times 206265 \times 14000}{30 \times 10 \times 2 \times 10^7 \times 400} = 2.835''$$

$$\varphi_{1\text{max}} \text{ 的码值, } N_{\text{max}} = \pm \frac{30'}{2.835''} = \pm 635\text{yd}$$

$$\text{单个码的时间 } \tau = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{2 \times 10^7} = 50\text{ns}$$

引入的误差分述如下:

1. 量化误差

此项误差为系统角分辨率的凑整误差, 按等概率分布,

$$\sigma_1 = \frac{\varphi_{01}}{\sqrt{3}} = \pm 1.64''$$

2. 原理误差

(1) 高程差引起的误差

设两设备间的距离测量误差 $\Delta H = \pm 20\text{mm}$, 则按(8)式, 高程差引起的最大角误差

$$\Delta\varphi_{1\text{max}} = \varphi_{01} N \frac{\Delta H}{H} = 2.835'' \times 635 \times \frac{20}{14000} = 2.57''$$

该误差为随机量, 按正态分布, 则有

$$\sigma_2 = 2.57''/3 = \pm 0.86''$$

(2) 非线性误差

接收光管的视角放大率为 $\Gamma = \text{tg}w/\text{tg}w_1$, w, w_1 分别为象方和物方视场角, 可见光学的视角放大率随视场而变, 不是线性变化, 亦即角放大率在不同的视场角下不为常数。而转镜扫描后的电子学处理是按 w/w_0 线性折算的, 其中 w_0 为电子学换算至物方的视场角。按接收光管为象方远心光路, 必须同时接收到 14m 远处相距 $2L = 800\text{mm}$ 的两个光孔目标, 其对仪器的张角 $2w = 2 \times 1.64^\circ$, 若以此处视场作为标定的基准, 设存在的最大非测量方向视场为 $\psi = \pm 21'$, 其计算数据如表所列。

w_0 (s)	w_1 (s)	$w_s = w_1 - w_0$ (s)	w_0 (s)	w_1 (s)	$w_s = w_1 - w_0$ (s)
1080.000	1080.380	0.978	5220.000	5333.180	113.182
1260.000	1261.550	1.554	5400.000	5525.530	125.527
1440.000	1442.320	3.320	5580.000	5718.760	138.764
1620.000	1623.310	8.306	5760.000	5912.930	152.928
1800.000	1804.540	4.537	5940.000	6108.060	168.056
1980.000	1986.040	6.043	6120.000	6304.180	184.184
2160.000	2167.850	7.851	6300.000	6501.350	201.349
2340.000	2349.990	9.989	6480.000	6699.590	219.594
2520.000	2532.490	12.486	6660.000	6898.950	238.950
2700.000	2715.370	15.371	6840.000	7099.460	259.462
2880.000	2898.670	18.672	7020.000	7301.170	281.168
3060.000	3082.420	22.419	7200.000	7504.110	304.112
3240.000	3266.640	26.640	7380.000	7708.330	328.333
3420.000	3451.370	31.366	7560.000	7913.880	353.877
3600.000	3636.630	36.628	7740.000	8120.790	380.788
3780.000	3822.460	42.455	7920.000	8329.110	409.107
3960.000	4008.880	48.876	8100.000	8538.890	438.887
4140.000	4195.930	55.925	8280.000	8750.170	470.168
4320.000	4383.630	63.633	8460.000	8963.000	503.004
4500.000	4572.030	72.031	8640.000	9177.440	537.439
4680.000	4761.150	81.152	8820.000	9393.530	573.529
4860.000	4951.030	91.029	9000.000	9611.320	611.323
5040.000	5141.690	101.693			

象方视场: $w = 1^\circ \sim 25^\circ$ (STEP 0.5°)

物方视场: (1) 电子学换算的 $w_1 = \frac{w}{\Gamma}$ (取 $\Gamma = 10^*$)

(2) 光学计算的 $w_1 = \text{tg}^{-1}(\text{tg}w/\Gamma)$

图 6 所示为非线性误差曲线及在 $\pm 21'$ 范围内的最大误差

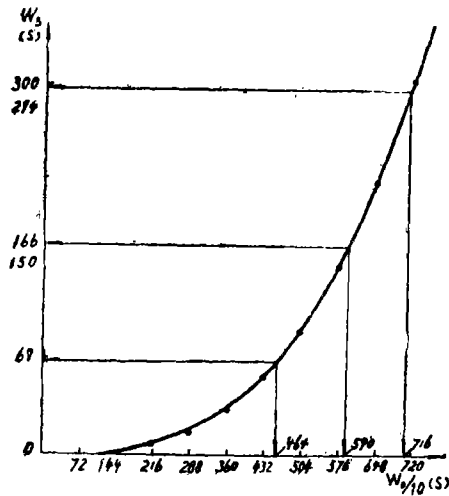


图 6

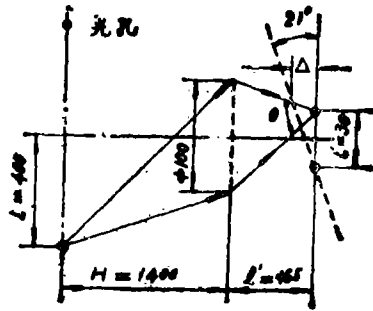


图 7

由图得 $\Delta\varphi_{2max} = (294 - 166) - (166 - 69) = 31''$

由 (3) 式得 $\Delta\varphi_{1max} = \Delta\varphi_{2max} / 2\text{tg}\alpha = 31/2 \cdot \frac{400}{14000} = 542.5''$

可见其误差已大到不可允许，因而在光学设计上进行了非线性修正，在保证工作视场内的角放大率 $\Gamma = \text{常数}$ ，即物镜的设计按 $f \cdot \theta = \text{const}$ 进行修正后，其残余误差 $\Delta\Gamma_{max} \leq 0.015$ ，代入 (8) 式得

$$\Delta\varphi_{1x} = \Delta\varphi_{01} N \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} = 2.835'' \times 635 \times \frac{0.015}{10} = 2.7''$$

此随机误差按正态分布，均方根误差为

$$\sigma_3 = 2.7/3 = \pm 0.9''$$

(3) 象点弥散误差

由于有非扭方向变化 $\psi = 21'$ ，图 7 所示为最坏情形，对其分析如下：设取物镜焦距 $f = 450\text{mm}$ ，口径 $D = 100\text{mm}$ ，光孔象离轴距 $L' = 30\text{mm}$ ，则 $\theta = 2\text{tg}^{-1} \frac{50}{l'}$ ，

$$\text{其中 } l' = \frac{Hf}{H-f} = \frac{14000 \times 450}{14000 - 450} = 465\text{mm}$$

所以 $\theta = 12.3^\circ$

偏摆 $21'$ 时，小孔象离开象面 $\Delta \approx L' \text{tg} 21' \approx 0.18\text{mm}$ ，

此时弥散圆加大的直径为

$$d_0 = \Delta \text{tg} 12.3^\circ \approx 0.04\text{mm}$$

当扫描半径 $f_2 = 45\text{mm}$ 时，物方 $1''$ 变化而导致光点在象面的位移量为

$$\Delta S = f_2 \varphi_2 \Gamma / \rho = 45 \times 1 \times 10 / 206265 = 0.0022\text{mm}$$

弥散圆加大，意味着光电脉冲前沿提前 $d_0/2$ ，故以脉冲前沿取门控信号，会引入误差 $\Delta\varphi_2 = d_0/2 \Delta S \approx 9''$ ，由 (3) 式得 $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 / 2\text{tg}\alpha \approx 157.5''$ ，这是不允许的。因而，本监测系统采用取光电脉冲极大值作为门控信号，其极大值漂动可在 50ns 以内，即相当一码的数量，按

正态分布, 其均方根误差为

$$\sigma_4 = 2.835/3 = \pm 0.95''$$

综合原理误差:

$$\sigma_{II} = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2} = \sqrt{0.86^2 + 0.9^2 + 0.95^2} = \pm 1.57''$$

3. 电子学处理误差

(1) 光能改变及其他干扰引起的光电脉冲极值的抖动和相移, 电子学处理上反映出一个计数码的误差, 有两路共同作用, 按正态分布, 则均方根误差为

$$\sigma_5 = \frac{\varphi_{01}}{3} \sqrt{2} = \frac{2.835}{3} \sqrt{2} = \pm 1.34''$$

(2) 信号噪声引起的误差

外界电磁干扰, 电源干扰, 会引起光电脉冲微小抖动。光学系统内杂散光引起背景不均匀, 会导致光电脉冲变形, 以致提取信号时, 会引起过零点漂移, 造成误差。一般此项误差最大为50ns, 影响一个码, 有两路共同作用, 按正态分布, 则其均方根误差

$$\sigma_6 = \frac{\varphi_{01}}{3} \sqrt{2} = \frac{2.835}{3} \sqrt{2} = \pm 1.34''$$

(3) 电机转速不均匀所致误差

电机电源的电压幅值波动, 波形失真, 频率不稳, 电机制造时的工艺误差, 转镜的动平衡性等, 均引起电机的转速不均匀, 电机的转速不均匀度为 $\Delta n/n = 1/1000 \sim 5/10000$, 代入(8)式, 有

$$\Delta \varphi_{1max} = \varphi_{01} N \frac{\Delta n}{n} = 2.835 + 635 \times \frac{1}{1000} = 1.8''$$

按正态分布, 其均方根误差

$$\sigma_7 = \frac{1.8}{3} = \pm 0.6''$$

综合电子学处理误差

$$\sigma_{III} = \sqrt{\sigma_5^2 + \sigma_6^2 + \sigma_7^2} = \sqrt{1.34^2 + 1.34^2 + 0.6^2} = \pm 1.47''$$

4. 加工及标定误差

(1) 狭缝加工毛刺及不直度引起的误差,

要求加工毛刺及不直度 $\Delta' < 0.3 \mu\text{m}$, 当第二准直镜 $f_2 = 45 \text{mm}$ 时, 带来的最大测角误差

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_{1max} &= \rho \Delta' / f_2 \Gamma 2 \text{tga} \\ &= 206265 \times 0.3 / 45 \times 1000 \times 10 \times 2 \times \frac{400}{14000} \\ &= 2.41'' \end{aligned}$$

按正态分布, 均方根误差

$$\sigma_8 = \frac{2.41}{3} = \pm 0.8''$$

(2) 标定误差

整机装定后, 需用标准仪器进行测角标定, 设标准仪器的精度为 $0.2'' \sim 0.5''$, 即

$\Delta\varphi_{1max} = 0.5''$ ，按正态分布，则引入的误差 $\sigma_{标} = \frac{\Delta\varphi_{1max}}{3} = -0.17'' < \frac{1}{10}\varphi_{01}$ 数值很小，对仪器标定带来的误差不大。但仪器需由数码显示，有一个码的凑整误差，其均方根误差为

$$\sigma_{\theta} = \frac{\varphi_{01}}{\sqrt{3}} = \frac{2.835}{\sqrt{3}} = \pm 1.64''$$

综合加工装调误差

$$\sigma_{IV} = \sqrt{\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\theta}^2} = \sqrt{0.8^2 + 1.64^2} = \pm 1.8''$$

5. 全系统误差综合

各项误差列如下：

(1) 量化误差： $\sigma_I = \pm 1.64''$

(2) 原理误差： $\sigma_{II} = \pm 1.57''$

(3) 电子学处理误差： $\sigma_{III} = \pm 1.47''$

(4) 加工装调误差： $\sigma_{IV} = \pm 1.8''$

系统的总均方根误差

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma} &= \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2 + \sigma_{IV}^2} = \sqrt{1.64^2 + 1.57^2 + 1.47^2 + 1.8^2} \\ &= \pm 3.25'' \end{aligned}$$

系统的最大误差

$$\sigma_{\Sigma max} = 3\sigma_{\Sigma} = \pm 9.75''$$

由误差分析可见，对于可能引起较大误差的误差源，均采取了切实可行的技术措施予以解决。因此，该监测系统的精度置信度是很高的。另一方面，如果测量高度(H)减小时，例如减小一倍，在离轴距不变的情况下，其角分辨率提高一倍， $\varphi_{01}' = 1.418''$ ，这时的精度可以进一步提高，达到 $\rho_{\Sigma}' = \pm 1.76'' (\sigma_{\Sigma max}' = \pm 5.28'')$ 。

五、小 结

本文所设想的方案，为竖直配置的设备基座间的微小扭变角实时动态监测，提供了一种可靠的途径，工程实践中，具有广泛的应用价值。通过原理分析及误差计算，我们确信，这种应用几何光学方法及电子学处理方法综合起来的技术，现实可行，精度很高，可达到国外同类仪器的水平。如果在光学系统中采取适当的分光措施，也可以同步地实时动态监测另外两个角度，这是国内外其它同类仪器所不及的。当然，对于水平配置的设备，本监测系统也完全实用。

参 考 文 献

- [1] M.Monty Merlen, System Transfers Azimuth from Tower Top to Ground Monitor, ' <Missile and Rockets>1963, 13, No.3, 32~33.
- [2] 肖明耀; 实验误差估计与数据处理, 科学出版社, 1980年。
- [3] 波加列夫、李嘉梅译; 光学调整问题, 国防工业出版社, 1977年。
- [4] 连铜淑; 棱镜调整, 国防工业出版社, 1978年
- [5] 毛英泰; 误差理论与精度分析, 国防工业出版社, 1982年。

Dynamical Real-Time Monitor System for Twist Angle

Zhang You Wang Jiaqi

Abstract

This paper mainly discusses a real-time monitor system for metering the twist angle between foundations of deferent heights. It has been shown by error analysis and calculation that the system has higher accuracy than usual, it is available technologically and easy to use, therefore, it will be of special values in engineering practice.