三轴稳定卫星太阳帆板的受控展开设计

白宝玉　孔令恺

（吉林工业大学）

摘要：为了达到在帆板展开过程中不影响卫星主体姿态的目的，本文利用重力作用下卫星姿态运动的动力学方程，提出使相对运动动量矩为零的设计准则。据此，设计了单侧及双侧两种太阳帆板结构，理论计算表明，该结构能在受控展开中保持主体姿态稳定性。

关键词：动量矩，太阳帆板，稳定性

一、带可控机构卫星姿态运动的动力学方程

卫星主体与可展太阳帆板属多刚体系统，其动力学方程为

$$\frac{d\vec{H}_s}{dt}=\frac{d}{dt}(\boldsymbol{I}\cdot\vec{\Omega}+\vec{H'})=\vec{M}_e \qquad (1)$$

如果不考虑重力梯度影响，对重力作用下的卫星，整个系统对质心动量矩守恒。于是，有

$$\boldsymbol{I}\cdot\vec{\Omega}+\vec{H'}=\vec{h} \qquad (2)$$

这就是卫星姿态运动的动力学方程。其中$\vec{h}$是帆板展开前卫星姿态动量矩。由于卫星在轨道上已处于三轴稳定状态，故$\vec{h}=0$。受控空间机构的运动直接改变各太阳帆板相对卫星主体的动量矩$\vec{h'}$，以及t时刻卫星对质心c的惯量张量$\boldsymbol{I}$，从而改变卫星主体姿态$\vec{\Omega}$。这里主体角速度$\vec{\Omega}$的三个分量是三个一阶微分方程式。

设在卫星主体上固结的中心惯量主轴系为$oxyz$。各太阳帆板的相对运动，以其相对于$oxyz$的运动来描述。记帆板s的质心展开前位置为$\vec{\rho_s}$，t时刻位置为$\vec{\rho_s'}$，卫星的质心坐标为

$$\vec{r_c}=\sum_s\frac{m_s}{M}\quad(\vec{\rho_s'}-\vec{\rho_s})$$

式中，m_s—帆板s的质量；M—卫星的质量。

设太阳帆板s在t时刻的中心主轴系为$c_s'x_s'y_sz_s$。以A_s，B_s，C_s表示其中心主惯量矩，Q_s'表示由$c_s'x_s'y_s'z_s'$到$oxyz$的变换矩阵，I^0表示卫星主体对0点的惯量张量。各量计算公式为

$$\boldsymbol{I}_s=diag(A_s,B_s,C_s)$$

$$\boldsymbol{I}=I^0+\sum_s[Q_s'I_sQ_s'^T+m_s(\rho_s'^2E-\rho_s'\rho_s'^T)]-M(r_c^2E-r_cr_c^T)$$

$$\overrightarrow{H'}=\sum_i \overrightarrow{r_i}\times m_i\overrightarrow{v_{ir}}$$

$$=\sum_s (\overrightarrow{\rho_s'}-\overrightarrow{r_c})\times m_s\overrightarrow{v_{rs}}+\sum_s I_s\overrightarrow{\omega_{rs}}$$

式中，$\overrightarrow{v_{rs}}$，$\overrightarrow{\omega_{rs}}$为第 s 帆板相对$oxyz$的速度和角速度，ρ和r_c是$\overrightarrow{\rho}$和 $\overrightarrow{r_c}$在主体系中的列阵。

根据卫星姿态运动的动力学方程，可知卫星主体姿态保持稳定，即$\overrightarrow{\Omega}=0$条件为

$$|\mathrm{I}|\neq 0;\quad \overrightarrow{H'}=0 \tag{3}$$

我们称（3）式为保证卫星主体姿态稳定的准则。下面将根据这个准则设计两种帆板结构，该结构在受控展开中，使卫星不会受到扰动。

二、单侧帆板三轴稳定卫星设计

图 1 为携带着中功率刚性太阳帆板的三轴卫星系统。卫星进入轨道时（$t=0$），帆板呈收拢状态。卫星主体的质心为 0 点，太阳帆板安装在卫星主体的单侧，且在卫星主体上有配重，以保证太阳帆板完全展开时系统的质心在0*点。

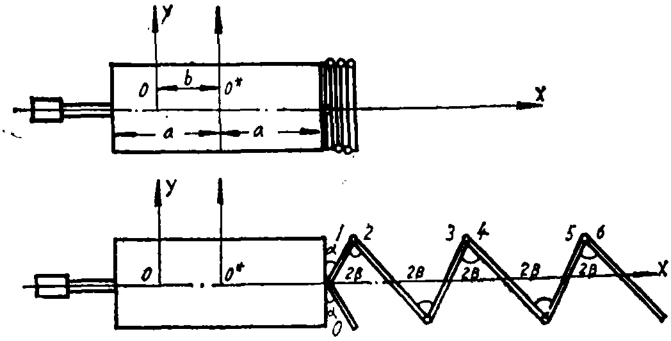

图 1

卫星由主体，帆板1—6及配板 0 组成，共 8 个刚体。卫星主体与帆板、配板之间，各帆板之间均用柱铰连接。各柱铰都有控制机构，以保证帆板、配板展开过程中，卫星主体与帆板、配板之间，相邻的帆板之间夹角如图 1 所示，也就是说，整个系统只有两个受控变量$\alpha(t)$和$\beta(t)$。这里，帆板 1 和配板 0 的质量均为m，尺寸为$4l\times 2l$；帆板2、4、6的质量均为2m，尺寸为$4l\times 4l$，$J_s=\frac{8}{3}ml^2$；帆板3、5的质量均为2m′，尺寸为$4l\times 4l$，$J_{s'}=\frac{8}{3}m'l^2$。

按照上述的结构，系统在任意时刻 t 的质心坐标为

$$\overrightarrow{r_c}=\frac{l}{M}\overrightarrow{i}\,[38m\sin\alpha+36\sin(2\beta-\alpha)m+24m'\sin\alpha+24\sin(2\beta-\alpha)m']$$

系统对质心 c 的惯量矩阵为

$$\mathrm{I}=\begin{vmatrix}A&0&0\\0&B&0\\0&0&C\end{vmatrix}+2\begin{pmatrix}1+\cos^2\alpha&-\sin\alpha\cos\alpha&0\\-\sin\alpha\cos\alpha&1+\sin^2\alpha&0\\0&0&1\end{pmatrix}J_{s'}$$

$$+3\begin{pmatrix}1+\cos^2(2\beta-\alpha) & \frac{1}{2}\sin2(2\beta-\alpha) & 0\\ \frac{1}{2}\sin2(2\beta-\alpha) & 1+\sin^2(2\beta-\alpha) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}J_s+\cdots$$

$$+\Sigma m_s(\rho_s'^2E-\rho_s'\rho_s'^T)-M(r_c^2E-r_cr_c^T)$$

$$=\begin{pmatrix}I_{11} & I_{12} & 0\\ I_{21} & I_{22} & 0\\ 0 & 0 & I_{33}\end{pmatrix}$$

计算结果表明

$$|I|\neq 0$$

由于 $\sum_{s=0}^{6}(\vec{\rho_s'}-\vec{r_c})\times m_s\vec{v_{rs}}$

$$=[(a+b+l\sin\alpha)\vec{i}+l\cos\vec{j}-r_c\vec{i}]\times(l\dot{\alpha}\cos\alpha\vec{i}-l\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{j})$$

$$+[(a+b+l\sin\alpha)\vec{i}-l\cos\alpha\vec{j}-r_c\vec{i}]\times(l\dot{\alpha}\cos\alpha\vec{i}+l\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{j})$$

$$+\sum_{s=2}^{6}(\rho_s'\vec{i}-r_c\vec{i})\times m_sv_{rs}\vec{i}$$

$$=0$$

则太阳帆板和配板相对卫星主体的动量矩以及该动量矩的坐标列阵分别为

$$\vec{H'}=\sum_{s=0}^{6}I_s\cdot\vec{w_{rs}}$$

$$\begin{pmatrix}H_x'\\ H_y'\\ H_z'\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}* & * & 0\\ * & * & 0\\ 0 & 0 & J_s\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 2\dot{\beta}-\dot{\alpha}\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}* & * & 0\\ * & * & 0\\ 0 & 0 & J_s'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -\dot{\alpha}\end{pmatrix}$$

$$+\begin{pmatrix}* & * & 0\\ * & * & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{8}J_s\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \dot{\alpha}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}* & * & 0\\ * & * & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{8}J_s\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -\dot{\alpha}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 6J_s\dot{\beta}-(3J_s+2J_s')\dot{\alpha}\end{pmatrix}\qquad(4)$$

由（4）式可知，只要合理选择系统的参数，使公式

$$\frac{d\beta}{d\alpha}=\frac{3J_s+2J_s'}{6J_s}$$

成立，在帆板、配板的展开过程中，就有$\vec{H'}=0$。为同时满足边界条件

$$\alpha=\beta=0$$

令 $\frac{d\beta}{d\alpha}=1$， $\frac{3J_{\bullet}+2J_{\bullet}'}{6J_z}=1$，于是，得

$$m'=1.5m;\quad \alpha=\beta$$

这个结果告诉我们，将第3块、第5块帆板的质量取为第2块帆板质量的1.5倍，并加配板0；太阳帆板按$\alpha=\beta$的受控关系展开，卫星将不发生扰动。

三、双侧帆板三轴稳定卫星设计

图2为双侧携带中功率折叠式太阳帆板的三轴稳定卫星系统。卫星主体的质心为0点。双侧帆板也是由收拢状态受控展开。

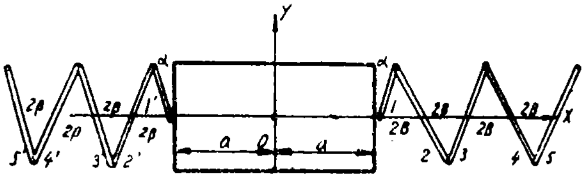

图2

卫星由主体、帆板共11个刚体组成。帆板1和1′的质量均为m，尺寸为$4l\times2l$，其余帆板的质量均为2m，尺寸为$4l\times4l$。各连接柱铰中安装有受控机构，使转角如图所示，控制变量为$\alpha(t)$和$\beta(t)$。

上述结构具有对称性，系统对质心0的惯量矩阵I为对角矩阵，因此，有

$$|I|=I_{11}\cdot I_{22}\cdot I_{33}\neq0$$

系统在任意时刻t的质心坐标为

$$\vec{r}_c=\frac{2ml}{M}(\cos\alpha-1)\vec{j}$$

其相对运动的动量矩将为$\vec{H}'=0$。具体计算如下：

$$\sum_i(\vec{\rho}_i'-\vec{r}_c)\times m_i\vec{v}_{ir}$$

$$=m\left[(a+l\sin\alpha)\vec{i}+l\cos\alpha\vec{j}-\frac{2ml}{M}(\cos\alpha-1)\vec{j}\right]\times(l\dot{\alpha}\cos\alpha\,\vec{i}-l\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{j})$$

$$+m\left[-(a+l\sin\alpha)\vec{i}+l\cos\alpha\vec{j}-\frac{2ml}{M}(\cos\alpha-1)\vec{j}\right]\times(-l\dot{\alpha}\cos\alpha\,\vec{i}-l\dot{\alpha}\sin\alpha\vec{j})$$

$$+\sum_{i=2}^{5}\left[\rho_i'\vec{i}-\frac{2m}{M}(\cos\alpha-1)\vec{j}\right]\times m_iv_{ir}\vec{i}+\sum_{i=2'}^{5'}\left[\rho_i'\vec{i}-\frac{2m}{M}\cos\alpha-1)\vec{j}\right]$$

$$\times m_iv_{ir}\vec{i}$$

$$=0$$

$$
\begin{pmatrix} H_x' \\ H_y' \\ H_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & J_{z1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & J_{z1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}
$$

$$
+ 2 \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\dot{\beta} - \alpha \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} - 2\dot{\beta} \end{pmatrix}
$$

$$
+ 2 \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha} \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
$$

上述理论计算表明，卫星在太阳帆板的展开过程中不发生扰动的理想状态可以实现。为满足边界条件 $\alpha=\pi/2$，$\beta=\pi/2$，只须控制 $\alpha(t)=\beta(t)$ 即可。而这正是多数卫星的展开方式。

双侧对称太阳帆板，对主体的质量、尺寸，帆板的质量、尺寸等结构参数，均无限制性要求。结构对称性本质上决定了最优目的实现。

四、小　　结

携带太阳帆板的三轴稳定卫星进入轨道后，在帆板的受控展开中会在 Z 轴方向上发生扰动。为保持卫星稳定，动力学方程要求各帆板的相对动量矩为零。据此准则本文设计的两种帆板（结构对称、简单调整质量比和添加配板），经计算表明，在通常的展开中，能保证 $\overrightarrow{H'}=0$，又 $|I|\neq 0$，从而卫星不受扰动。

本文利用结构对称性及添加配板，保证卫星稳定的计算简单方便；对主体结构参数并无限制，给应用带来很大方便。该计算同样适用于添减帆板及其它类似的问题。

参 考 文 献

[1] 钟奉俄；失重状态下人体的姿态控制，《力学学报》，18　2　1968

[2] 洪嘉振；三轴稳定卫星的太阳帆板受控展开，《上海力学》，6　4　1985

[3] 哈尔滨工业大学；理论力学

Controlled Spread Design of Solar Cell Arrays on Three-Axis-Stabilized Satellte

Bai Baoyu Kong Lingkai

Abstract

A design criterion is proposed in this paper in order not to affect the attitude of the satellite during the spreading of the array. The criterion is to make angular momentum of the relative motion zero, based on the dynamical equations to the attitude of the satellite under gravitational force. Solar cell arrays of two kinds the single and the double sides, are designed accordingly. Theoretical calculations indicate that such structures can keep the attitude of the satellite stabilized.

Key words, momentum, solar cell array, stability.