

平面光栅单色器系统光路设计和像差计算

郭志英 陈今涌

摘要: 本文根据Michael P. Chrisp的全息环面光栅系统波像差理论,重新推导了平面对称光栅系统的像差系数,使理论的适用范围延伸到多种面形(环面、抛物面、椭球面等)所组成的系统。应用上述公式,本文建立了适用于各种面形的光学系统像差计算程序,并对若干平面光栅单色器实例进行了分析计算。结果表明,该方法对设计分析这种系统是十分有效的。

一、引言

近年来,随着同步辐射研究的不断深入,人们对真空紫外极短波长区光学设备的研究显得越加重要。作为像质评价手段,光线追迹法已被普遍采用,但该方法只能对系统最终像质进行判断,无法对系统的中间过程进行分析,因而在光路设计中很不方便。美国的Chrisp^[1]等人在前人的工作基础上,得到了适用于全息环面光栅的像差公式,并用像差计算法成功地处理了环面光栅单色器系统的成像问题。从而不仅得到系统的最终像质,而且可知道系统中各元件的像质分布情况。

为使该方法能够在各种面形组成的单色器系统中普遍适用,成为有效的设计工具,本文除对环面光栅单色器系统的程序进行编制外,还对掠入射单色器中,尤其是平面光栅单色器系统经常用到的二次曲面面形(抛物镜、椭球镜等)的像差系数进行了推导,并建立了相应的计算程序。且对若干典型的掠入射系统实例进行了分析计算和光路设计。

二、波像差系数

(1) 面形方程的建立

抛物面和椭球面在以它们各自的顶点和中心点为坐标原点时建立的标准方程已经众所周知。但在掠入射系统中,常常用到的是这些镜面的离轴光线,因而需以二次曲面上任一点 P 作为坐标原点,以该点的切线和法线为坐标轴,建立新的面形方程。

如图1所示,我们对抛物面的标准方程进行坐标平移和坐标旋转,就得到了以 P 为原点的新的面形方程表达式:

$$Z^2 \sin^2 \theta + x^2 \cos^2 \theta + y^2 - 2xZ \sin \theta \cos \theta - 4f \cos \theta x = 0$$

将 $Z = Z(x, y)$ 展开的级数,并保留到四次项,便得到抛物面的幂级数方程;

$$Z = \frac{x^2}{2R} + \frac{y^2}{2\rho} - \frac{\sin\theta}{R^2\rho} x^3 - \frac{\text{tg}\theta}{2R\rho} xy^2 - \frac{5\sin^2\theta}{8R^2\rho} x^4$$

$$+ \frac{\sin^2\theta}{8\rho^3} y^4 + \frac{3\sin^2\theta}{4R\rho^2} x^2 y^2$$

其中: $R = 2f/\cos\theta$ $\rho = 2f\cos\theta$

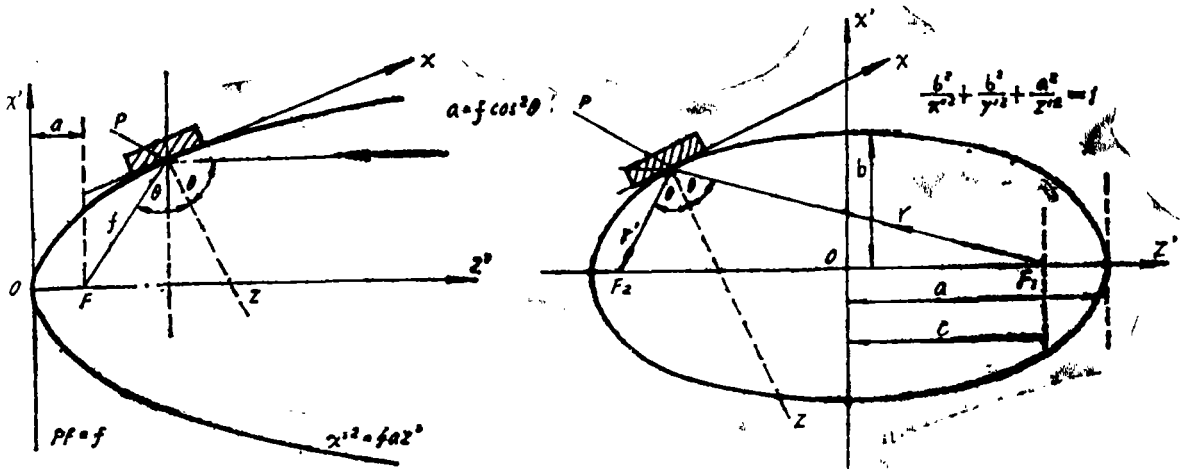


图 1

图 2

同理，我们对椭球面标准方程进行坐标平移和坐标旋转，便得到其新的面形方程为：

$$Z^2 \left[\frac{\sin^2\theta}{b^2} + \frac{1}{a^2} \right] + x^2 \left[\frac{\cos^2\theta}{b^2} \right] + \frac{y^2}{b^2} - Z \left[\frac{4f\cos\theta}{b^3} \right]$$

$$- xZ \left[\frac{\sqrt{e^2 - \sin^2\theta} \cdot 2\sin\theta}{b^3} \right] = 0$$

其中: $F = \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right]^{-1}$ (r, r' 分别为物距和像距)

$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ (a, b 分别为椭球长半轴和短半轴)

将椭球方程 $Z = Z(x, y)$ 展开成幂级数，并保留到幂级数的四次项，便得到椭球面的级数

方程:

$$Z = \frac{x^2}{2R} + \frac{y^2}{2\rho} - \frac{\sin\theta\sqrt{e^2 - \sin^2\theta}}{2R\rho} x^3 - \frac{\sin\theta\sqrt{e^2 - \sin^2\theta}}{2\rho^2} x y^2$$

$$+ \frac{b^2}{8R\rho^2} \left[\frac{5\sin^2\theta\cos^2\theta}{b^2} - \frac{5\sin^2\theta}{a^2} + \frac{1}{a^2} \right] x^4 + \frac{b^2}{8\rho^3} \left[\frac{\sin^2\theta}{b^2} + \frac{1}{a^2} \right] y^4$$

$$+ \frac{\sin^2\theta}{2\rho^3} \left[-\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{b^2}{a^2} \left(1 - \frac{ctg^2\theta}{2} \right) \right] x^2 y^2$$

其中, $R = 2f/\cos\theta$, $\rho = 2f\cos\theta$

(2) 波像差系数

我们根据Chrisp的波像差理论,对通过光栅的波像差函数进行展开,也就是对 $MP = \left[\left(x - r_m \sin\alpha \right)^2 + \left(\frac{y}{r_s} - u \right)^2 r_m^2 + \left(Z - r_m \cos\alpha \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ 进行级数展开^[1], (其中的Z为光学表面的面形方程)并将上述二次曲面的级数方程代入波像差函数表达式,就得到了像差系数 a_{ijk} , b_{ijk} , c_{ijk} , d_{ijk} 的表达式。详见表1。从而得到了波像差W,且有:

$$W = \sum_{i,j,k} K_{ijk} W_{ijk} x^i y^j$$

$$W_{ijk} = -a_{ijk} u^k - b_{ijk} u'^k - \frac{m\lambda}{\lambda_0} (d_{ijk} u_d^k - c_{ijk} u_c^k)$$

$$a_{ijk} = f_{ijk}(\alpha, r_m, r_s, l), b_{ijk} = f_{ijk}(\beta, r'_m, r'_s, l'), c_{ijk} = f_{ijk}(\gamma, r_c, r_o, r_e),$$

$$d_{ijk} = f_{ijk}(\delta, r_d, r_a, r_g)$$

表1: $f_{ijk}(\alpha, r_m, r_s, l)$

f_{ijk}		K_{ijk}
f_{100}	$-\sin\alpha$	1
f_{200}	T	$\frac{1}{2}$
f_{020}	\hat{S}	$\frac{1}{2}$
f_{300}	$\frac{T\sin\alpha}{r_m} + \left\{ \frac{\cos\alpha\sin\theta}{2R\rho} \cdot K \right\}^*$	$\frac{1}{2}$
f_{120}	$\frac{S\sin\alpha}{r_m} + \left\{ \frac{\cos\alpha\sin\theta}{2\rho^2} \cdot K \right\}^*$	$\frac{1}{2}$
f_{220}	$\frac{2\bar{S}\sin^2\alpha}{r_m^2} + \frac{T\bar{S}}{r_m} + \frac{S}{R\rho} + \left\{ \frac{E\cos\alpha}{\rho} \right\}^*$	$\frac{1}{4}$
f_{400}	$\frac{4T\sin^2\alpha}{r_m^2} - \frac{T^2}{r_m} + \frac{S}{R^2} + \{N\}^*$	$\frac{1}{8}$

f_{040}	$\hat{S} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{\hat{S}}{r_s} \right) + \left\{ \frac{K^2 \cos \alpha}{4\rho^3} \right\}^*$	$\frac{1}{8}$
f_{102}	$\sin \alpha \left(1 - \frac{l^2 \cos \alpha}{r_m \rho} \right) + \left\{ \frac{Kl^2 \cos \alpha \sin \theta}{2\rho^2} \right\}^*$	$\frac{1}{2}$
f_{202}	$V + \frac{l^2}{\rho} \left(\frac{S}{R} - \frac{V \cos \alpha}{r_m} \right) + \left\{ \frac{El^2 \cos \alpha}{\rho} \right\}^*$	$\frac{1}{4}$
f_{022}	$\frac{\cos \alpha}{\rho} - \frac{3}{r_s} + \frac{4l \cos \alpha}{r_s \rho} + \frac{\hat{S} l^2}{\rho} \left(\frac{3}{\rho} + \frac{\cos \alpha}{r_s} \right) - \frac{2l^2 \cos \alpha}{r_s \rho^2} +$ $\left\{ \frac{3l^2 \cos \alpha}{R\rho^2} - 3Jl \right\}^*$	$\frac{1}{4}$
f_{011}	$-1 + \frac{l \cos \alpha}{\rho}$	1
f_{013}	$1 - \frac{l \cos \alpha}{\rho} - \frac{l^2 \cos \alpha}{r_s \rho} - \frac{l^3}{l^2} \left(\hat{S} - \frac{\cos^2 \alpha}{r_s} \right) + \left\{ Jl^2 - \frac{l^3 \cos \alpha}{R\rho^2} \right\}^*$	$\frac{1}{2}$
f_{111}	$\sin \alpha \left(-\frac{1}{r_s} + \frac{l \cos \alpha}{r_m \rho} \right) - \left\{ \frac{Kl \cos \alpha \sin \theta}{2\rho^2} \right\}^*$	1
f_{031}	$\frac{\hat{S}}{r_s} - \frac{\hat{S}l}{\rho} \left(-\frac{1}{\rho} + \frac{\cos \alpha}{r_s} \right) + \left\{ J - \frac{l \cos \alpha}{R\rho^2} \right\}^*$	$\frac{1}{2}$
f_{211}	$\frac{-V}{r_s} - \frac{l}{\rho} \left(\frac{S}{R} - \frac{V \cos \alpha}{r_m} \right) - \left\{ \frac{l \cos \alpha}{R\rho} \left(\frac{4}{R} - \frac{3}{\rho} \right) + \right.$ $\left. \frac{Kl \sin 2\alpha \sin \theta}{2r_m \rho^2} + H \right\}^*$	$\frac{1}{2}$

表1中, $T(\alpha, r_m) = \frac{\cos^2 \alpha}{r_m} - \frac{\cos \alpha}{R}$

$$V(\alpha, r_m) = \frac{\cos \alpha}{R} - \frac{1}{r_m} + \frac{3\sin^2 \alpha}{r_m}$$

$$S(\alpha, r_m) = \frac{1}{r_m} - \frac{\cos \alpha}{R}$$

$$\hat{S}(\alpha, r_s) = \frac{1}{r_s} - \frac{\cos \alpha}{\rho}$$

$$\tilde{S}(\alpha, r_m, r_s) = \frac{r_m}{r_s^2} - \frac{\cos \alpha}{\rho}$$

{ } *项为抛物面和椭球面的附加项, 即环面时 { } *为零。且: 抛物镜:

$$K = 2\cos \theta, J = 0, H = 0$$

$$E(\alpha, r_m) = \frac{4}{R^2} + \frac{2\sin \alpha \tan \theta}{Rr_m} - \frac{3}{R\rho}$$

$$N(\alpha, r_m) = \frac{1}{R\rho} \left(\frac{6\cos \alpha \cos^2 \theta}{R} + \frac{\sin 2\alpha \sin 2\theta}{r_m} - \frac{5\cos \alpha}{R} \right)$$

椭球面: $K = -2\sqrt{e^2 - \sin^2\theta}$

$$E(\alpha, r_m) = \frac{1}{R^2} - \frac{3\sin^2\theta}{R\rho} + \frac{2\sin^2\theta b^2}{a^2\rho^2} \left(1 - \frac{\text{ctg}^2\theta}{2}\right) + \frac{K\sin\alpha\sin\theta}{r_m\rho}$$

$$N(\alpha, r_m) = \frac{\cos\alpha}{R} \left[\frac{1}{R^2} - \frac{b^2}{\rho^2} \left(\frac{5\sin^2\theta\cos^2\theta}{b^2} - \frac{5\sin^2\theta}{a^2} + \frac{1}{a^2} \right) + \frac{2\sin\alpha\sin\theta \cdot K}{r_m\rho} \right]$$

$$J(\alpha) = \frac{b^2\cos\alpha}{a^2\rho^3}$$

$$H(\alpha) = \frac{2b^2\cos\alpha\sin^2\theta}{a^2\rho^3} \left(1 - \frac{\text{ctg}^2\theta}{2}\right)$$

平面、柱面、球面是环面的特例。它们的像差系数可由环面的像差系数表达式求出。只是作些简单代换:

平面: $R = \infty, \rho = \infty$

柱面: $R = \infty$ 或 $\rho = \infty$

球面: $R = \rho$

抛物柱面的情况只要将抛物面像差系数公式中代入 $R = \infty$ 或 $\rho = \infty$, 椭球柱面也只要将椭球面像差系数公式中代入 $R = \infty$ 或 $\rho = \infty$ 即可。

三、计算实例

我们用上述像差系数公式, 编制了适合于各种面形的光学系统像差计算程序, 并对若干典型掠入射系统实例进行了计算。在此, 仅介绍用本方法对平面光栅单色器系统进行设计计算的两个实例。

图3就是H. Petersen^[2]所采用的较好的一种平面光栅-椭球镜掠入射单色器系统。其中的平面光栅用于非平行光。该系统可得到很高的物像缩放比。

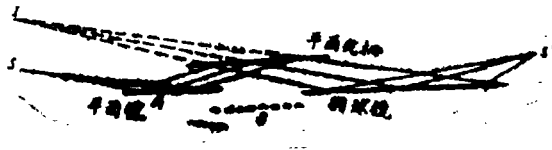


图3

其中, S 为实际源, I 为虚设光源。 I, S' 分别位于椭球镜的两个焦点上, 在波长扫描时, 平面镜沿 AB 方向移动, 平面光栅绕顶点转动, 以满足平面光栅的聚焦条件 $r' = r - \frac{\cos^2\beta}{\cos^2\alpha}$

即保证 $\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = C$ 为常数。其系统结构参量如表2, 由H. Petersen 追迹的结果^[2]如图4, 由

本程序对上述系统进行计算，得到的结果见图 5。

表2				$C = 1.459$
	$r(\text{mm})$	$r'(\text{mm})$	α	β
平面光栅	15000	-31930	85.66°	-83.66°
椭球镜	32591	1540.8	88°	-88°

光栅密度: 600l/mm

水平发散角: 2mrad

椭球镜半长轴 $a = 17065.9\text{mm}$

光源线度: 0.2mm

椭球镜半短轴 $b = 247.3\text{mm}$

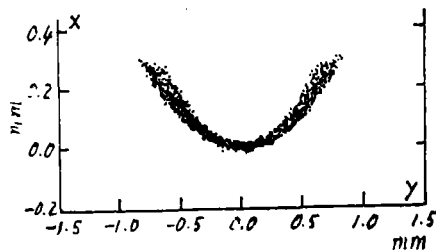


图4 exit slit at 1540.8mm

图4所示光斑大小: $dx \approx 0.3\text{mm}$, $dy \approx 1.6\text{mm}$

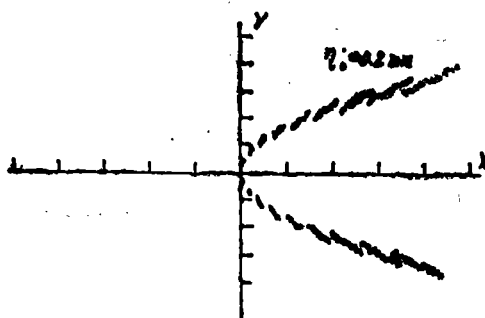


图5 $x = -6.324742E-02$ $y = -0.2413023$

图5中x-, y-后面的数字表示点列图上沿x轴和y轴方向的每个格代表的实际尺寸。

其中光斑大小: $dx \approx 6.3 \times 10^{-2} \times 4.8 \approx 0.302\text{mm}$

$dy \approx 0.24 \times 7.5 = 1.8\text{mm}$

由两种方法得到的结果比较看出，本程序像差计算法与光线追迹法得到的结果相符合，误差也很小。说明本文推导的椭球面像差公式及程序编制都是正确的。

从像差条件来看，常数 $C = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$ 越接近1越有利，但实际上光栅衍射效率在 $C = 2.25$ 时达

最佳值^[2]。表 3 列出了 $C = 2.25$ 时椭球镜—平面光栅系统的结构参量。其点图结果见图 6。

其中 $dx \approx 9.2 \times 10^{-2} \times 5 = 0.46 (\text{mm})$

$dy \approx 0.36 \times 8 = 2.88 (\text{mm})$

表 3				$C = 2.25$
	$r (\text{mm})$	$r' (\text{mm})$	α	β
平面光栅	15000	-75937.5	87.70°	-84.80°
椭球镜	76598.5	1540.8	88°	-88°

光束发散角: $0.25 \text{mrad} \times 2 \text{mrad}$

光源线度: 0.2mm

光栅密度: 600l/mm

椭球镜:

半长轴 = 39069.65mm

半短轴 = 379.14mm

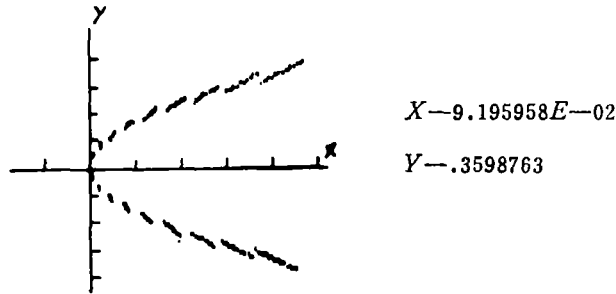


图 6

在图 3 中, 对平面光栅有:

子午方向, $r' = -c^2 r = -5.06r$, 弧矢方向: $r' = -r$

由于子午像与弧矢像相距离很大, 因而产生严重的像散。对于子午方向成像质量略有影响, 但弧矢方向因光斑尺寸太大, 能量分散, 不能满足使用要求。为了克服该系统的像散, 我们

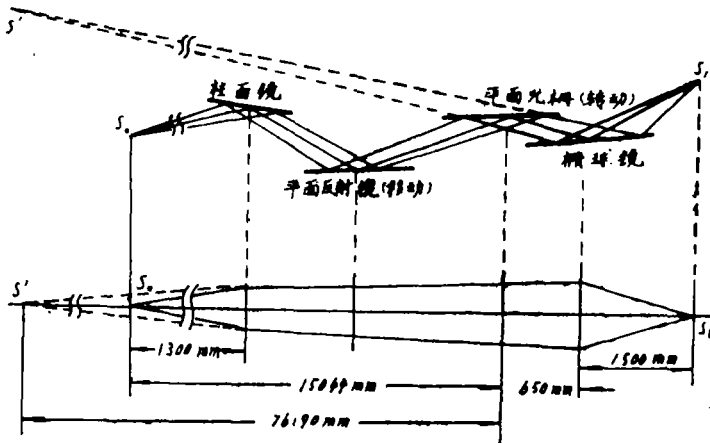


图 7

采用了如图 7 所示的系统,即在图 3 所示的系统中加了一块柱面镜。

其中,柱面镜 $R = \infty$, $\rho = 1100.164\text{mm}$

平面光栅间隔 1200/mm

柱面镜,椭球镜的掠入射角均为 2°

当扫描波长为 13Å ,平面光栅入射角为 88.39° ,衍射角为 -86.38° 时,输出的像面点列图见图 8。其中,

$$dx = 1.46 \times 10^{-3} \times 5 = 7.3 \times 10^{-3}\text{mm}$$

$$dy = 4.29 \times 10^{-4} \times 8 = 3.4 \times 10^{-3}\text{mm}.$$

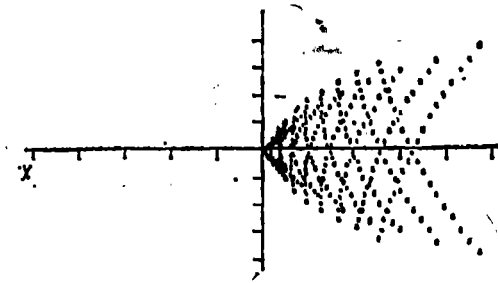


图 8 $x-1.463002E-03$ $y-4.290804E-04$
光束发散角 $0.25\text{mrad} \times 4\text{mrad}$

计算结果表明,加柱面镜后系统的成像质量有很大提高,光斑尺寸能满足一般要求。

四、结 论

本文推导的一整套像差系数公式及编制的像差计算程序和得到的光学表面的像差值和最终的点列图分布等,可对掠入射光栅单色器系统进行像差计算和像质分析。设计者可根据像差特征,通过改变面形形状及各光学表面之间的距离等,有目的地对产生主要像差的因素加以控制,得到符合实际要求的设计方案。本方法对已有系统进行像差计算和分析,也很方便、有效。

参 考 文 献

- [1] Michael P. Chrisp, Appl. Opt., 22, 1508 (1983)
- [2] H. Petersen, Optics. Commun., 40, 6, (1982)

Optical Design and Aberration Calculation for Plane Grating Monochrometer System

Guo Zhiying Chen Jinyong

Abstract

In this paper, we deduced the coefficients of wave front aberration for plane symmetric grating system combined with in more kinds of surface figure(toroid, paraboloid, ellipsoid etc), according to Micheal P. Chrisp's wave front aberration theory of holographic toroidal grating system and have worked out the calculation programs with respect to the coefficients. We have also done calculations for several plane grating monochrometers. It has shown that the method is very effective for design and analysis of these system.

参 考 文 献

参 考 文 献

1. Michael P. Chrisp, Appl. Opt., 22, 1828(1983)
2. M. P. Chrisp, Optics Commun., 101, 6(1983)