

静电偏转系统解析公式

李 集 田

摘要: 本文根据偏转系统实际电位分布, 考虑到轴向电场的影响, 从电子运动方程出发, 导出比传统解析公式精度更高的斜偏转板系统和喇叭形偏转板系统的偏转灵敏度解析公式。最后, 对这些公式进行了讨论。

一、引 言

偏转系统是很多电子束器件中不可缺少的部件。有磁偏转系统和静电偏转系统之分。前者不改变在偏转系统中运动的电子能量, 因而聚焦良好, 在要求高质量、大偏转角(如显像管偏转角达 110° 以上)时, 往往采用它; 主要缺点是电感、分布电容大、不能用于高频情况、功耗大、笨重也限制了它的应用。静电偏转系统主要优点在于不耗功率、轻巧、高频特性好; 但电子通过偏转系统时改变电子能量, 以致引起偏转像差, 大偏转角时尤为严重。因此, 静电偏转系统主要用于偏转角不很大情况, 特别适用于高频情况(如示波管、条纹管)。

对于静电偏转系统的设计, 完全可以用追踪电子轨迹的方法进行电子光学计算, 并能得到相当满意的精度。然而, 在实际工作中, 用一些现成的解析公式、对特定的偏转系统进行解析计算, 仍然有着普遍的实际意义。

很多学者(如苏联学者М. Я. Муляров), 早期曾对各种静电偏转系统进行过深入研究, 并给出过各种计算公式。人们也一直利用这些公式对偏转系统进行理论分析和指导设计。然而, 在他们给出的斜偏转板和喇叭形偏转板偏转灵敏度的计算公式中^[1], 都是假设轴向电场为零的条件下推导出来的, 因为与实际场分布情况不符, 而致计算误差。本文正是针对这个问题, 从偏转系统实际场分布出发, 导出偏转系统的偏转灵敏度解析表达式。

二、斜偏转板系统

图1给出斜偏转板系统的示意图。其中 d_1 、 d_2 分别为该系统入口和出口处板间距离; l_1 为偏转板沿轴长度(z 轴上投影); l 则为偏转板出口处至荧光屏距离, 在直角坐标系 yOz 中, 横轴与电子光学旋转轴重合, 原点选在入口平面与轴交点上。

对于在入口处处在轴上的电子($y_0 = 0$), 在偏转板区间作曲线运动, 且其轨迹与轴夹角逐渐增大, 在出口处有最大的夹角 α_{max} ; 离轴

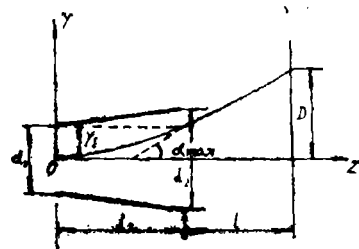


图1

的纵向距离为 y_1 ，以后电子在无场区 ($E = 0$) 运动，作直线运行，于是在荧光屏上的偏转量为：

$$D = y_1 + \tan \alpha_{m.s.} \cdot l \quad (1)$$

偏转灵敏度：

$$\delta = \frac{D}{V_s} \quad (2)$$

式(2)中 V_s 为加在两偏转板间电压。

在偏转板区间内任一点电位都是 y, z 函数，其分布为：

$$V(y, z) = V_0 + \frac{V_s}{2} + \frac{V_s}{d_1 + kz} \cdot y \quad (3)$$

式(3)中 V_0 为未加偏转电压 V_s 时的空间电位，一般取电子光学系统的最后加速极电位（阳极电位）； k 为斜偏转板与轴夹角正切：

$$k = \frac{d_2 - d_1}{l_1} \quad (4)$$

求电场强度：

$$E_y = - \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{V_s}{d_1 + kz} \quad (5-a)$$

$$E_z = - \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{V_s k}{(d_1 + kz)^2} \cdot y \quad (5-b)$$

为下面计算方便起见，把 E_z 化成仅含 z 的函数，取 $y = \bar{y} = \frac{d_2}{4}$ （因为在偏转区间内， y 的取值范围为 $0 \sim \frac{d_2}{2}$ ）。于是

$$E_z \approx \frac{V_s k d_2}{4(d_1 + kz)^2} \quad (5-b)'$$

由电子运动方程^[2]

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = - \eta E_z = - \frac{\eta V_s d_2 k}{4(d_1 + kz)^2} \quad (6-a)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = - \eta E_y = \frac{\eta V_s}{d_1 + kz} \quad (6-b)$$

式中 $\eta = e/m$ 为电子的荷质比。对(6-a)积分，并由初始件 $t = 0$ 时， $\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0}$

$= v_{z0} = \sqrt{2\eta V_0}$ ，则有

$$\left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = v_{z0}^2 + \frac{\eta V_s d_2}{2(d_1 + kz)} - \frac{\eta V_s d_2}{2d_1}$$

$$= v_{z0}^2 \left[1 - \frac{V_s \cdot d_2 \cdot kz}{4d_1(d_1 + kz)V_0} \right]$$

$$\frac{dz}{dt} = v_{z0} \left[1 - \frac{V_s d_2 kz}{4V_0 d_1 (d_1 + kz)} \right]^{1/2}$$

考虑到 $V_0 > V_e$ [3]

$$\frac{dz}{dt} \approx v_{e0} \left[1 - \frac{V_e d_2 k z}{8V_0 d_1 (d_1 + k z)} \right] \quad (7)$$

积分(6-b)

$$\frac{dy}{dt} = \eta V_e \int \frac{dt}{d_1 + k z}$$

由(7)式进行置换变量

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{\eta V_e}{v_{e0}} \int \frac{dz}{d_1 + (1-p) \cdot k z} \\ &= \frac{\eta V_e}{v_{e0}} \frac{1}{(1-p)k} \ln[d_1 + (1-p)kz] + c \end{aligned}$$

上式中:

$$p = \frac{V_e \cdot d_2}{8V_0 \cdot d_1} \quad (8)$$

考虑到 $t=0$ 时, $z=0$, $\frac{dy}{dt}=0$, 可定积分常数 c , 有

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\eta V_e}{v_{e0}(1-p)k} \cdot \ln \frac{d_1 + (1-p)kz}{d_1} \quad (9)$$

由公式(7)、(8)和(9)可求出电子在偏转场内轨迹的斜率

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dz} &= \frac{dy/dt}{dz/dt} \\ &= \frac{V_e}{2V_0(1-p) \cdot k} \ln \frac{d_1 + (1-p)kz}{d_1} \cdot \frac{d_1 + kz}{d_1 + (1-p)kz} \end{aligned} \quad (10)$$

将 $z=l_1$ 代入(10)式, 可求出电子离开偏转板时最大偏转角度。

$$\begin{aligned} \tan \alpha_{max} &= \frac{V_e}{2V_0(1-p)k} \cdot \frac{d_2}{d_1 + (1-p)kl_1} \cdot \ln \frac{d_1 + (1-p) \cdot kl_1}{d_1} \\ &= \frac{V_e}{2V_0(1-p)k} \cdot \frac{d_2}{h} \cdot \ln \frac{h}{d_1} \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $h = d_1 + (1-p)kl_1 = d_1 p + (1-p)d_2$, 积分(10)式

$$y = \frac{V_e}{2V_0(1-p)k} \int \ln \frac{d_1 + (1-p)kz}{d_1} \cdot \frac{d_1 + kz}{d_1 + (1-p)kz} dz$$

令 $x = \frac{d_1 + (1-p)kz}{d_1}$, $dx = \frac{(1-p)k}{d_1} dz$, 于是

$$y = \frac{V_e \cdot d_1}{2V_0(1-p)^2 \cdot k^2} \cdot \int \ln x \cdot \frac{x-p}{x} dx$$

由初始条件 $t=0$ 时, $y=0, z=0, x=1$.

$$y = \frac{V_a}{2V_0} \cdot \frac{d_1}{(1-p)^{3/2} k^2} [x(\ln x - 1) - \frac{p}{2} (\ln x)^2 + 1] \quad (12)$$

当 $z = l_1$ 时, 为电子离开偏转板时, 偏转距离, 这时 $x = \frac{h}{d_1}$

$$\begin{aligned} y_1 &= y|_{z=l_1} \\ &= \frac{V_a}{2V_0} \cdot \frac{1}{(1-p)^{3/2} k^2} \left[h \ln \frac{h}{d_1} - \frac{d_1 p}{2} (\ln \frac{h}{d_1})^2 - (h - d_1) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

由 (1) 式

$$\begin{aligned} D &= y_1 + \tan \alpha_{max} \cdot l \\ &= \frac{V_a \cdot l_1}{2V_0(d_2 - d_1)} \cdot \frac{1}{(1-p)} \left\{ \left[\frac{h \cdot l_1}{(1-p)^2 \cdot (d_2 - d_1)} + \frac{d_2}{h} l \right] \ln \frac{h}{d_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{l_1}{(1-p)^2(d_2 - d_1)} \left[(h - d_1) + \frac{d_1 p}{2} (\ln \frac{h}{d_1})^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

偏转灵敏度

$$\begin{aligned} S = \frac{D}{V_a} &= \frac{l_1}{2V_0(d_2 - d_1)} \cdot \frac{1}{(1-p)} \left\{ \left[\frac{hl_1}{(1-p)^2(d_2 - d_1)} + \frac{d_2}{h} l \right] \ln \frac{h}{d_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{l_1}{(1-p)^2(d_2 - d_1)} \left[(h - d_1) + \frac{d_1 p}{2} (\ln \frac{h}{d_1})^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

三、喇叭形偏转系统

喇叭形偏转系统示意图如图 2 所示。它是平行板偏转系统和斜偏转板系统组合而成。如图 2 所示, d_1 为平行板部分偏转板间距; d_2 为斜偏转板部分出口处偏转板间距; l_1 和 l_2 分别为平行板长度和斜偏转板长度; l 为偏转板出口至荧光屏之间距离。在 yOz 平面内, 仍取电子光学旋转轴 z 为横坐标, 原点 O 取在 z 轴与偏转系统入口平面交点处。

计算时分成两部分, 第一为平行板区, 其特点是 $E_x = 0$; 第二为斜偏转板区其特点是 $E_x \neq 0$

在平行板区间有:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \quad (16-a)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\eta E_y \quad (16-b)$$

对 (16-b) 两次积分

$$y = \eta \frac{V_a}{2d_1} \cdot t^2 \quad (17)$$

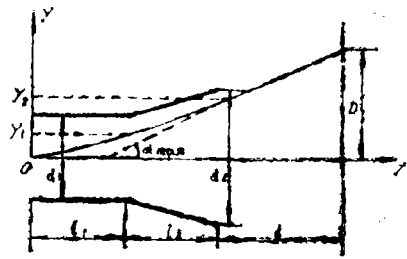


图 2

$$\text{由 (16-a) } \frac{dz}{dt} = v_{z0} = \sqrt{2\eta V_0} \quad (18)$$

当 $z = l_1$ 时,

$$t_1 = t|_{z=l_1} = \frac{l_1}{\sqrt{2\eta V_0}}$$

代入 (17) 式, 可算出电子束在 $z = l_1$ 时偏转距离

$$y_1 = \frac{V_s \cdot l_1^2}{4V_0 d_1} \quad (19)$$

在斜偏转板区间有:

$$V(y, z) = V_0 + \frac{V_s}{2} + \frac{V_s}{d_1 + k(z - l_1)} y \quad (20)$$

$$\text{式中 } k = \frac{d_2 - d_1}{l_2}$$

由 (20) 可求:

$$E_y = - \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{V_s}{d_1 + k(z - l_1)} \quad (21-a)$$

$$E_z = - \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{V_s \cdot ky}{[d_1 + k(z - l_1)]^2}$$

$$\approx \frac{V_s \cdot k \cdot d_2}{4[d_1 + k(z - l_1)]^2} \quad (21-b)$$

由电子运动方程:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\eta E_z = - \frac{\eta V_s \cdot k d_2}{4[d_1 + k(z - l_1)]^2} \quad (22-a)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\eta E_y = \frac{\eta V_s}{d_1 + k(z - l_1)} \quad (22-b)$$

积分 (22-a) 式得到

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{2\eta V_0} \left[1 - \frac{V_s d_2 k (z - l_1)}{4V_0 d_1 [d_1 + k(z - l_1)]} \right]^{1/2}$$

$$\approx v_{z0} \left[1 - \frac{V_s d_2 k (z - l_1)}{8V_0 d_1 [d_1 + k(z - l_1)]} \right]$$

$$= v_{z0} \left[1 - \frac{p \cdot k (z - l_1)}{d_1 + k(z - l_1)} \right] \quad (23)$$

$$\text{积分 (22-b) 式; } \frac{dy}{dt} = \eta V_s \int \frac{dt}{d_1 + k(z - l_1)}$$

$$= \frac{\eta V_s}{v_{z0}} \int \frac{dz}{d_1 + (1-p)k(z - l_1)}$$

$$= \frac{\eta V_s}{v_{z0}} \int \frac{1}{(1-p)k} \ln[d_1 + (1-p)k(z - l_1)] + c$$

由初始条件: $z = l_1$ 时, $\left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{z=l_1} = \frac{\eta V_a l_1}{d_1 \cdot v_{e0}}$

$$c = \frac{\eta V_a l_1}{d_1 \cdot v_{e0}} - \frac{\eta V_a}{u_{e0}(1-p)k} \cdot \ln d_1$$

于是
$$\frac{dy}{dz} = \frac{\eta V_a}{u_{e0}} \left\{ \frac{1}{(1-p)k} \ln \frac{d_1 + (1-p)k(z-l_1)}{d_1} + \frac{l_1}{d_1} \right\} \quad (24)$$

由(23)和(24)可求得电子束轨迹斜率:

$$\frac{dy}{dz} = \frac{V_a}{2V_0} \cdot \frac{d_1 + k(z-l_1)}{d_1 + (1-p)k(z-l_1)} \left[\frac{1}{(1-p) \cdot k} \ln \frac{d_1 + (1-p)k(z-l_1)}{d_1} + \frac{l_1}{d_1} \right] \quad (25)$$

如将 $z = l_1 + l_2$ 代入(25)式可算出电子离开偏转系统出口处最大偏转角度:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{\max} &= \left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=l_1+l_2} \\ &= \frac{V_a}{2V_0} \frac{d_2}{(1-p)kh} \cdot \ln \frac{h}{d_1} + \frac{V_a d_2 l_1}{2V_0 h d_1} \end{aligned} \quad (26)$$

式中 $h = d_1 + (1-p)(d_2 - d_1) = p d_1 + (1-p)d_2$

积分(25)式, 且令

$$\begin{aligned} x &= \frac{d_1 + (1-p)k(z-l_1)}{d_1} \\ dx &= \frac{(1-p) \cdot k}{d_1} \cdot dz \\ y &= \frac{V_a d_1}{2V_0(1-p)^2 \cdot k} \int \left(1 - \frac{p}{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{(1-p)k} \cdot \ln x + \frac{l_1}{d_1}\right) dx \\ &= \frac{V_a \cdot d_1}{2V_0(1-p)^2 k} \left\{ \frac{1}{(1-p)k} \left[x(\ln x - 1) - \frac{p}{2} (\ln x)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{l_1}{d_1} (x - p \ln x) \right\} + c \end{aligned}$$

由初始条件 $z = l_1$ 时, $x = 1; y_1 = \frac{V_a l_1^2}{4V_0 d_1}$ 得

$$\begin{aligned} c &= \frac{V_a l_1^2}{4V_0 d_1} + \frac{V_a d_1}{2V_0(1-p)^2 k} \left[\frac{1}{(1-p)k} - \frac{l_1}{d_1} \right] \\ y &= \frac{V_a \cdot d_1}{2V_0(1-p)^2 k} \left\{ \frac{1}{(1-p)k} \left[x(\ln x - 1) - \frac{p}{2} (\ln x)^2 + 1 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{l_1}{d_1} (x - p \ln x - 1) \right\} + \frac{V_a l_1^2}{4V_0 d_1} \end{aligned} \quad (27)$$

以 $z = l_1 + l_2$ 代入上式, 可求出电子离开偏转系统时最大偏转位移。

$$y_2 = y \Big|_{z=-l_1+l_2} = \frac{V_d}{2V_0(1-p)^2k^2} \left[h \cdot \ln \frac{h}{d_1} - \frac{pd_1}{2} \left(\ln \frac{h}{d_1} \right)^2 + d_1 - h \right] + \frac{V_d l_1}{2V_0(1-p)^2k} \left[\frac{h}{d_1} - p \ln \frac{h}{d_1} - 1 \right] + \frac{V_d l_1^2}{4V_0 d_1} \quad (28)$$

在荧光屏上的偏转量

$$D = y_2 + \tan \alpha_{m_{12}} \cdot l = \frac{V_d}{2V_0(1-p)k} \left\{ \left[\frac{h}{(1-p)^2 \cdot k} + \frac{d_2 \cdot l}{h} \right] \cdot \ln \frac{h}{d_1} - \frac{1}{(1-p)^2 k} \left[\frac{pd_1}{2} \left(\ln \frac{h}{d_1} \right)^2 + h - d_1 \right] \right\} + \frac{V_d \cdot l_1}{2V_0 d_1} \left[\frac{l_1}{2} + \frac{1}{(1-p)^2 \cdot k} (h - p \cdot d_1 \ln \frac{h}{d_1} - d_1) + \frac{d_2 \cdot l}{h} \right] \quad (29)$$

偏转灵敏度:

$$S = \frac{D}{V_d} = \frac{l_2}{2V_0(d_2-d_1)(1-p)} \left\{ \left[\frac{l_2 \cdot h}{(d_2-d_1)(1-p)^2} + \frac{d_2 \cdot l}{h} \right] \cdot \ln \frac{h}{d_1} - \frac{l_2}{(d_2-d_1)(1-p)^2} \left[\frac{p \cdot d_1}{2} \left(\ln \frac{h}{d_1} \right)^2 + h - d_1 \right] \right\} + \frac{l_1}{2V_0 d_1} \left[\frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{(d_2-d_1)(1-p)^2} (h - p d_1 \ln \frac{h}{d_1} - d_1) + \frac{d_2 \cdot l}{h} \right] \quad (30)$$

四、讨 论

在已经导出(15)和(30)两式中, 如果假定:

变为: $p = \frac{V_d d_2}{8V_0 d_1} = 0$, (这时 $h = d_2$), 那么(15)式变为:

$$S \Big|_{p=0} = \frac{l_1}{2V_0(d_2-d_1)} \left\{ \left[\frac{d_2 l_1}{d_2-d_1} + l \right] \ln \frac{d_2}{d_1} - l_1 \right\} \quad (15)'$$

而(30)式变为:

$$S \Big|_{p=0} = \frac{l_2}{2V_0(d_2-d_1)} \left\{ \left[\frac{d_2 l_1}{d_2-d_1} + l \right] \ln \frac{d_2}{d_1} - l_2 \right\} + \frac{l_1}{2V_0 d_1} \left[\frac{l_1}{2} + l_2 + l \right] \quad (30)'$$

(15)'和(30)'和文献^[1]给出的斜偏转板及喇叭形偏转系统(文献^[1]称为一端张开的平行板系统)偏转灵敏度公式完全一样。可见文献^[1]给出的公式, 仅是本文导出公式的一种特例, 即 $p=0$ 的情况; 事实上, p 是不可能等于零的, 既使 $V_d d_2 \ll 8V_0 \cdot d_1$ 条件成立, 文献^[1]给出的公式也只是近似正确。从(15)'和(30)'可以看出, 偏转灵敏度不含 V_d , 即一般认为偏转灵

敏度仅与偏转系统几何结构尺寸有关，是偏转系统本身的、独立于偏转电压 V_0 的技术指标，应该承认，这一概念是不够严谨的；从(15)和(30)两式可以看出，偏转灵敏度，不仅与偏转系统几何结构有关，也和施加的偏转电压 V_0 有关（含 p 因子）。

实际计算表明，对于斜偏转板和喇叭形偏转板而言，当考虑到轴向电场的作用之后（ $E_z \neq 0$ ），计算出的偏转灵敏度要比忽略轴向电场（ $E_z = 0$ ）算出的值为大。这一差异的物理意义是十分明显的：由(7)式、(23)式看出，当考虑轴向电场作用之后，在偏转场中，电子运动受到阻力，因而，速度变慢，增加了电子在偏转区渡越时间，使偏转量加大，造成偏转灵敏度提高。从 p 值的表达式(8)中可以看出，这种提高随着 $V_0/V_0, d_2/d_1$ 的增加，而提高。这就是说，对于偏转电压较高、喇叭张角较大的系统，(15)'和(30)'两式计算结果将造成较大误差，这时必须采用本文导出的(15)和(30)两式计算才能更符合实际。

参 考 文 献

- [1] М.Я.Муляров, Электронно—лучевые приборы, госэнергоиздат, 1954.
- [2] 尼·谢·任晴科, 电子光学教程, 人民教育出版社, 1962.
- [3] 徐桂芳, 积分表, 上海科学技术出版社, 1960.

Analytic Formulae of Electrostatic Deflection System

Li Jitian

Abstract

On the basis of electric potential aistribution in deflection system and taking account of axial electric field in deflection system deflection sensitive analytic formulae are derived from electron motion equation for inclination deflection plate and trumpet—type deflection system. The analytic formulae are more accurate than conventional formulae. Finally the formulae are discussed.