

# 空气静压导轨的精度研究

庄 夔 柴 青

(上海科学技术大学) (南方CAD中心)

**摘要:** 本文根据精密机械的精度理论和空气静压的工作方程, 对影响导轨总精度的各个因素进行了较详细的探讨, 并推导出了空气静压导轨的精度计算方程式。同时, 对精度的综合和分配也提出了看法。

**关键词:** 空气静压导轨, 精密机械, 精度理论。

## 一、前 言

空气静压导轨副是将压缩空气流经节流器, 压入气垫, 在动、静导轨之间形成气膜, 托起工作台, 使气垫与静导轨之间为气膜所隔开, 成为气体摩擦。该导轨副比起液体静压导轨, 其承载能力小, 气膜刚度低。但它能在各种高、低温环境中 and 高速、低速、开停频繁等条件下正常工作, 具有摩擦力很小、灵敏限度高、精度高、无爬行、寿命长、清洁、使用方便等优点, 适用于轻载的机械和仪器中。近年来, 由于该技术的不断发展, 已成为获得精密直线运动的最佳新技术之一, 在精密机械中得到广泛的应用, 例如: 大规模集成电路光刻机的XY气浮工作台等。因而, 如何使空气静压导轨副扬长避短, 提高它的精度、刚度和承载能力; 如何对它进行精度分析, 以便于提出各因素的技术要求。这些都是人们所关注的课题, 本文着重讨论后者。

## 二、工作方程式的推导

目前, 国内外, 高精度的空气静压导轨副的结构形式有平面型、圆柱型等<sup>[1]</sup>, 也有开式、闭式之分。我们所采用的型式是平面型半封闭式<sup>[2]</sup> (见图1), 承重三个 (或四个) 矩形气垫, 导向四个矩形气垫 (每侧两个)。导轨副的主要技术参数是刚度、承载能力、稳定性、导向精度等。我们由单个矩形气垫推导出它的工作 (刚度) 方程式, 从而导出精度计算方程式。

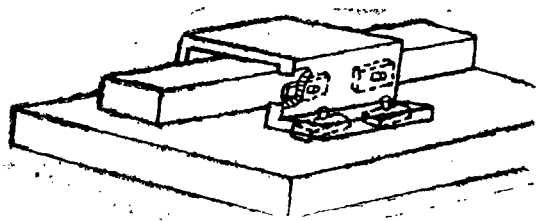


图1 导轨副示意图

### (一) 承载能力

在气垫 (平行平板) 和节流孔 (小孔) 中流动的气体, 遵循流体力学的规律, 其气体微

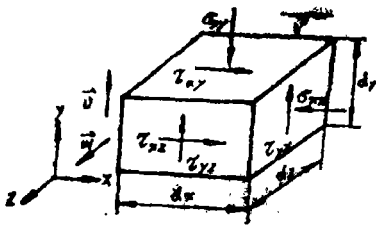


图2 气体微元的表面力

元的流动服从 Navier-Stoke 方程 (流体运动方程式)、气体等温过程状态方程式、连续方程式。从这三个联立方程式可以求解出速度、流量和比压比。

N-S 方程为<sup>[3][4]</sup>:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \frac{dv}{dt} &= \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \rho \frac{du}{dt} &= \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\ \rho \frac{dw}{dt} &= \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \right.$$

方程式左边为惯性力, 右边第一项为重力 (体积力), 后面几项为表面力。式中  $\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ , 表示速度的散度;  $\rho$  为密度;  $v, u, w$  分别为  $x, y, z$  方向的速度分量;  $X, Y, Z$  分别为作用于单位质量的  $x, y, z$  方向的体积力;  $\mu$  为气体动力粘度, 对于空气,  $\mu = 1.8 \times 10^{-4} \text{Pa} \cdot \text{S}$ ;  $p$  为压力 (Pa)。

列出三个联立方程式为:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{p}{\rho} &= RT \\ Q_1 &= Q_2 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

第一式为简化的 N-S 方程, 第二式为气体状态方程式, 第三式为连续方程式; 式中  $R$  为气体常数,  $T$  为气体热力学温度 (K);  $Q_1$  为气垫的质量流量,  $Q_2$  为小孔节流器的质量流量。

我们从 (1) 式可以推导出矩形气垫未加载时的比压比  $K_{r0}$ , (开式仅有工作台重量  $W_0$ ), 此时, 导轨副的初始间隙为  $h_0$ , 相应的气腔压力为  $p_{r0}$ , 供气压力为  $p$ 。<sup>[5][6]</sup>

$$K_{r_0} = \frac{p_{r_0} - p_0}{p_0 - p_0} = \frac{3\pi\mu Z\alpha d^2_0 \rho_0 \sqrt{2R^3 T^3} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{p_{r_0}}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_{r_0}}{p_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}}{\left(\frac{p_{r_0}}{p_0} + \frac{p_0}{p_0}\right) \left(1 - \frac{p_0}{p_0}\right) p_0^2 h^3 \left(\frac{L+l}{B-b} + \frac{B+b}{L-l}\right)} \quad (2)$$

加载荷后，导轨副间隙变小为工作间隙  $h = h_0 - \Delta h_0$ ，相应的气腔压力为  $p_r$ 。且令：

$$c_1 = 3\pi\mu c Z \alpha p_0 \sqrt{2R^3} ;$$

$$c_{2i} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_r}{p_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}}{\left(\frac{p_r}{p_0} + \frac{p_0}{p_0}\right) p_0} ;$$

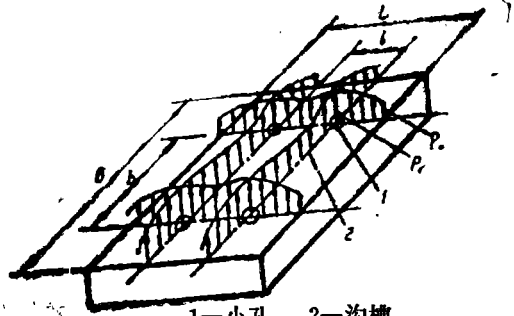


图3 矩形气垫的压力分布

$$c_3 = \frac{\left(\frac{1}{3}bl + \frac{2}{3}BL\right)}{\left(\frac{L+l}{B-b}\right) + \left(\frac{B+b}{L-l}\right)} = \frac{F_1}{F_2} ;$$

$$c_4 = h^3(h_0 - h);$$

则其比压比  $K_r$  为：

$$K_r = \frac{c_1 c_2 d^2_0 \sqrt{T^3}}{c \left(1 - \frac{p_0}{p_0}\right) p_0 h^3 F_2} \quad (3)$$

根据力平衡方程式，可得出每个气垫的承载能力  $W$  为：

$$W = (p_r - p_0) K_r \left(\frac{1}{3}bl + \frac{2}{3}BL\right) c \quad (4)$$

式中  $z$  为小孔数， $\alpha$  为流量系数， $d_0$  为小孔直径， $\rho_0$  为小孔进口处空气密度， $\gamma$  为气体比热比，对于空气  $\gamma = 1.401$ ， $p_0$  为周围环境压力，(Pa)， $c$  为扩散系数； $B, b, L, l$  为气垫的尺寸参数 (见图3)。

### (二) 工作 (刚度) 方程式

由每个气垫的承载能力，可以求出支承刚度  $k$ 。

$$k = \frac{c_1 c_2 c_3 d^2_0 \sqrt{T^3}}{c_4} \quad (5)$$

此即为气垫的工作方程式，我们可以通过优化设计，使  $k$  获得极大值。

## 三、气垫的精度计算方程式

根据误差独立作用原理<sup>[1]</sup>，部分误差是其原始误差  $\Delta q_i$  的线性函数，它的线性常数  $\frac{\partial f}{\partial q_i}$  (误差传递系数) 的值，与其他误差源无关。所以总误差  $\Delta S$  为各部分误差的代数和

(系统误差), 或方和根 (随机误差), 即:

$$\Delta S = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial q_i} \right) \Delta q_i \quad \text{或} \quad \Delta S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial q_i} \right)^2 \Delta q_i^2} \quad (6)$$

推导误差方程式的方法有几何法、微分法、转换机构法、瞬时臂法等<sup>[8]</sup>, 我们采用微分法。

对轻载的精密机械设备来说, 刚度是它的最重要的性能之一, 空气导轨的直线精度直接受气垫刚度的影响。

$$y = \frac{w}{k} \quad \text{对此式微分后得} \quad dy = \left( \frac{\partial y}{\partial w} \right) dw + \left( \frac{\partial y}{\partial k} \right) dk$$

$$\text{即: } \Delta y = \frac{1}{k} \Delta w - w \cdot k^{-2} \Delta k \quad (7)$$

式中  $\Delta y$  为动导轨运动误差,  $\Delta w$ 、 $\Delta k$  为原始误差,  $w$  为外载荷,  $k$  为气垫刚度; 第一项为外载荷的变动所引起的误差, 第二项为气垫刚度的变动所引起的误差, 它包括公式 (5) 中的各参量对刚度影响的综合结果, 我们可以对 (5) 式求导数, 且令

$$c_6 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[ \left( \frac{p_r}{p_s} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{p_r}{p_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]^{-\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{\gamma+1}{\gamma} \right) \left( \frac{p_r}{p_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right. \\ \left. - \left( \frac{2}{\gamma} \right) \left( \frac{p_r}{p_s} \right)^{\frac{\gamma+2}{\gamma}} \right], \text{ 得出误差方程式。}$$

$$\Delta k = \left( \frac{\partial k}{\partial d_s} \right) \Delta d_s + \left( \frac{\partial k}{\partial T} \right) \Delta T + \left( \frac{\partial k}{\partial p_s} \right) \Delta p_s + \left( \frac{\partial k}{\partial p_r} \right) \Delta p_r \\ + \left( \frac{\partial k}{\partial h} \right) \Delta h + \left( \frac{\partial k}{\partial B} \right) \Delta B + \left( \frac{\partial k}{\partial b} \right) \Delta b + \left( \frac{\partial k}{\partial L} \right) \Delta L + \left( \frac{\partial k}{\partial l} \right) \Delta l + \dots \quad (8)$$

$$\text{即 } \Delta k = \frac{2c_1c_2c_3}{c_4} \sqrt{T^3} d_s \Delta d_s + \frac{3c_1c_2c_3}{2c_4} d_s^2 \sqrt{T} \Delta T - \frac{c_1c_2c_3}{c_4(p_r+p_s)} d_s^2 \sqrt{T^3} \Delta p_r \\ + \frac{c_1c_3c_6d_s^2 \sqrt{T^3}}{c_4(p_r+p_s)} \Delta p_s + \frac{c_1c_2c_3d_s^2 \sqrt{T^3}}{c_4^2} (4h^3 - 3h^2h_0) \Delta h \\ + \frac{c_1c_2c_3d_s^2 \sqrt{T^3}}{c_4F_2} \left[ \frac{2L}{3c_3} + \frac{L+l}{(B-b)^2} - \frac{1}{L-l} \right] \Delta B + \frac{c_1c_2c_3d_s^2 \sqrt{T^3}}{c_4F_2} \\ \left[ \frac{l}{3c_3} - \frac{L+l}{(B-b)^2} - \frac{1}{L-l} \right] \Delta b \\ + \frac{c_1c_2c_3d_s^2 \sqrt{T^3}}{c_4F_2} \left[ \frac{2B}{3c_3} - \frac{1}{B-b} + \frac{(B+b)}{(L-l)^2} \right] \Delta L \\ + \frac{c_1c_2c_3d_s^2 \sqrt{T^3}}{c_4F_2} \left[ \frac{b}{3c_3} - \frac{1}{B-b} + \frac{(B+b)}{(L-l)^2} \right] \Delta l + \dots \quad (9)$$

利用这个方程式, 可以进行精度分析和精度分配<sup>[9]</sup>, 原始误差是随机性的则需用方和根合成。

## 四、导轨副的精度计算

导轨副的动导轨由多个（七个以上）气垫所构成。根据设计的尺寸布局，利用几何法可以综合这些气垫的误差，得到导轨副的总误差。

导轨副的总误差，由下列这些误差因素所构成：

### （一）导轨加工装配误差 $\delta_1$

由于气垫是按照平均间隙 $h$ 进行工作的，本身就有误差平均作用，但气垫和静导轨表面误差不能太大，一般它们的平面度应为总运动直线度的 $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{7}$ ，或不超过导轨间隙的 $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{10}$ 。它们的精度取决于加工工艺的提高，希望获得超高精度级的导轨元件，并注意合理的设计和装配质量。

### （二）导轨的力变形误差 $\delta_2$

由于工作台（动导轨）移动，载荷 $P$ 的大小和作用位置经常改变，引起静导轨变形而产生的误差（见图4）。

$$\delta_2 = y_{max} = -\frac{PL_0^3}{48EI} \quad (10)$$

式中 $E$ 为弹性模量， $I$ 为惯性矩。

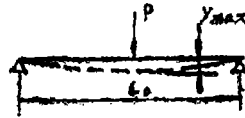


图4 力变形误差

### （三）导轨的热变形误差 $\delta_3$

由于底座与导轨材料不一致和温度场不均，在温度变化时引起的变形而产生的误差。

$$\delta_3 = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)L^2 \Delta t}{8H} \quad (11)$$

式中 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 为线膨胀系数， $\Delta t$ 为温差。

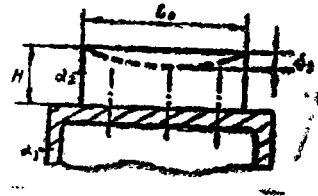


图5 热变形误差

### （四）动导轨运动误差 $\delta_4$

动导轨（气垫）在静导轨上运动，由于供气压力、周围环境压力、外载荷等因素经常发生微小波动，引起气垫的运动有误差，这项误差是随机性的误差，就是公式（7）中的 $\Delta y$ （极限误差）。

$$\delta_4 = \Delta y \quad (12)$$

### （五）导轨副的精度综合

以上四项误差， $\delta_1$ 为系统误差，其他为随机误差，并假设均为正态分布，则其综合计算公式即为：

$$\Delta S = \delta_1 \pm \sqrt{\delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2} \quad (13)$$

式中 $\Delta S$ 为导轨副的总误差。

以上公式，可以编程在微机上进行计算。

## 五、计算举例

已知:  $\Delta S = 4 \pm 1.5 \mu\text{m}$ ;  $B = 5^\circ\text{m}$ ,  $b = 3^\circ\text{m}$ ,  $L = 3.2^\circ\text{m}$ ,  $l = 1.6^\circ\text{m}$ ;  $Z = 4$ ,  $\mu = 18 \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{S}/\text{cm}^2$ ;  $R = 2.84 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{S}^2 \cdot \text{K}$ ;  $p_s = 0.6 \text{ MPa}$ ;  $p_o = 0.1 \text{ MPa}$ ;  $c = 0.7$ ,  $\alpha = 0.8$ ;  $\rho_s = 1.20 \times 10^{-6} \times 6 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $\gamma = 1.4$ ;  $h_o = 1.0 \times 10^{-8} \text{ cm}$ ;  $h = 7.0 \times 10^{-4} \text{ cm}$ ;  $\beta_o = 1.7$ ; 计算得:  $K_{s,} = 0.588$ ,  $K_s = 0.855$ ,  $d_o = 0.0418 \text{ cm}$ ,  $p_{r,} = 39.4 \text{ N}/\text{cm}^2 = 0.39 \text{ MPa}$ ;  $p_r = 52.73 \text{ N}/\text{cm}^2 = 0.5273 \text{ MPa}$ ;  $W = 367.1 \text{ N} = 37.46 \text{ kgf}$ ;  $k = 122.3 \text{ N}/\mu\text{m} = 12.48 \text{ kgf}/\mu\text{m}$ 。

要求将导轨总误差  $\Delta S$  进行精度分配。

$$\text{则: } \delta_1 = 4 \mu\text{m}; \pm \sqrt{\sum_{i=1}^7 \delta_{2,i}^2} = \sqrt{\delta_2^2 + \delta_3^2 + (0.08 \Delta W)^2 + (0.0638 \Delta T)^2 + (0.0479 \Delta p_s)^2 + (0.702 \Delta p_r)^2 + (0.286 \Delta h)^2} = \pm 1.5 \mu\text{m}$$

按等作用原则进行精度分配<sup>[2]</sup>;  $\delta_{2,i} = \pm 1.5 \mu\text{m} / \sqrt{7} = \pm 0.56 \mu\text{m}$  则  $\delta_2 = \delta_3 = \pm 0.56 \mu\text{m}$ ;  $\Delta W = \pm 7.0 \text{ kg}$ ,  $\Delta T = \pm 8.8 \text{ k}$ ,  $\Delta p_s = \pm 11.7 \text{ kgf}/\text{cm}^2 = \pm 1.15 \text{ MPa}$ ,  $\Delta p_r = \pm 0.8 \text{ kgf}/\text{cm}^2 = \pm 0.078 \text{ MPa}$ ,  $\Delta h = \pm 1.9 \mu\text{m}$ 。

原始误差  $\Delta T$  和  $\Delta p_s$  的允差都较大，可以适当减小，则其他项允差可稍放宽。因而应按不等作用原则进行精度分配<sup>[3]</sup>。它的分配公式为：

$$\Delta q_i = \frac{k_j}{k} \cdot \frac{P_{i,j}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n P_{i,j}^2}} \cdot \frac{\beta(\Delta S)}{\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right)}$$

式中  $\Delta S$  为总误差;  $\Delta q_i$  为原始误差;  $\alpha, \beta$  为分配系数;  $k_j, k$  为置信系数,  $P_{i,j}$  为作用系数;  $\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right)$  为误差传递系数。

现今各项随机误差均为正态分布 (即  $k_j = k = 3$ ),  $P_{i,1} = P_{i,2} = 2$ ,  $P_{i,3} = P_{i,7} = 1.5$ ,  $P_{i,4} = 0.1$ ,  $P_{i,5} = 0.02$ ,  $P_{i,6} = 1$ 。

则:  $\delta_1 = 4 \mu\text{m}$ ,  $\delta_2 = \delta_3 = \Delta q_1 = \Delta q_2 = \pm 0.86 \mu\text{m}$ ,  $\Delta W = \Delta q_3 = \pm 7.6 \text{ kg}$ ,  $\Delta T = \Delta q_4 = \pm 0.64 \text{ k}$ ,  $\Delta p_s = \Delta q_5 = \pm 0.016 \text{ MPa}$ ,  $\Delta p_r = \Delta q_6 = \pm 0.057 \text{ MPa}$ ,  $\Delta h = \Delta q_7 = \pm 2.1 \mu\text{m}$ , 以上的精度分配较为合理。

原始误差  $\Delta d_o, \Delta B, \Delta b, \Delta L, \Delta l$  (公差值) 只影响实际刚度偏离设计值, 因而允差可放宽。

### 参 考 文 献

- [1] 严国荣, 国外光学精密机械, 1984年1期
- [2] 周尔萍, (第二届精机学会论文集), 1988年
- [3] 余俊等, 《摩擦学》, 湖南科技出版社, 1984年
- [4] J.Halling; Principles of tribology, 1975.
- [5] J.W.Power; Design of Aerostatic Bearing, 1972.

- [6] 史习敏、黎永明、庄夔、庄三元, 精密机械设计, 上海科技出版社, 1987年
- [7] 毛英泰、庄夔等, 误差理论与精度分析, 国防工业出版社, 1982年
- [8] 庄夔, 上海科技大学学报, 1987年, 2期

## Research on the Accuracy of Aerostatic Slideway

Zhuang Kui

Cai Qing

(Shanghai University of Science and Technology)(The South Centre of CAD)

### Abstract

This paper describes a method to analyse overall accuracy on aerostatic slideways affected by some factors.

Working equation of the aerostatic slideways and precision theory of fine mechanics are used to derive a series of aerostatic slideway calculating equations. It also presents the view of accuracy of multiple and division.

Key Words: aerostatic slideways, fine mechanics, precision theory.