

摆线圆柱齿轮传动的设计计算

赵明晶 宋明义

摘要: 摆线齿轮具有许多优点, 但是在实际应用中很少采用纯摆线齿轮, 而大都采用修正摆线齿轮。修正摆线齿轮有钟表齿轮、双圆弧修正摆线齿轮和摆线销轮。本文主要阐述它们的几何算法。

一、摆线齿轮的形成及特点

摆线齿轮的齿形是由外摆线和内摆线组成的, 齿顶部分为外摆线, 齿根部分为内摆线。外摆线是一滚动圆沿固定圆的外圆周做纯滚动时, 滚动圆上一点的运动轨迹; 内摆线是一滚动圆沿固定圆的内圆周做纯滚动时, 滚动圆上一点的运动轨迹 (图1)。内摆线可以是曲线, 也可以是直线。当滚动圆直径等于固定圆半径时, 内摆线即成为一条径向直线。在形成摆线过程中的滚动圆称为生成圆, 固定圆称为基圆。基圆既是摆线齿轮的分度圆, 也是摆线齿轮的节圆。在摆线啮合中, 为了保证传动比恒定, 一个齿轮的齿顶外摆线生成圆直径必须等于另一个齿轮的齿根内摆线生成圆直径。但是, 对单个齿轮来说, 构成其齿形的内外摆线的生成圆直径可以是任意的。

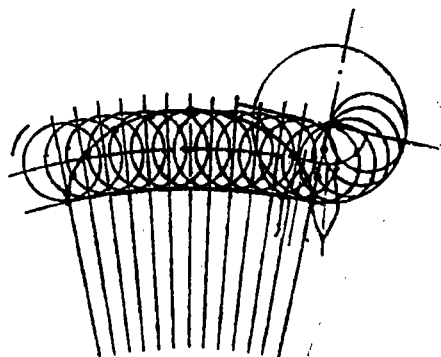


图1 理论摆线

摆线齿轮传动具有如下特点:

- (1) 齿轮模数较小, 模数范围为 $m = 0.04 \sim 1\text{mm}$ 。
- (2) 能实现定传动比的传动。
- (3) 啮合齿廓为内外摆线凸凹接触, 故接触面积大, 接触应力小。
- (4) 齿面磨损小, 磨损比较均匀。
- (5) 啮合线为一弧线, 故啮合线长, 重合度大, 传动平稳。
- (6) 在节点处啮合时, 无径向分压力, 故对轴承作用力小。
- (7) 摆线齿轮的最少齿数小, 可到6齿, 可实现较大传动比。
- (8) 摆线齿轮传动无可分性, 即中心距不能改变, 否则, 将导致两个内摆线或两个外摆线啮合, 结果会使传动比发生改变。
- (9) 摆线齿轮的齿根强度较弱。
- (10) 摆线齿轮的传动效率较高。

二、修正摆线齿轮的分类及用途

摆线齿轮虽然具有许多优点，但是，在实际应用中很少采用纯摆线齿轮，而大都采用修正摆线齿轮。这是因为摆线齿轮的刀具制造比较困难，同时修正摆线齿轮具有较高的传动效率。

修正摆线齿轮是指以圆弧和直线或两个圆弧来代替内外摆线的齿轮。在仪器仪表和钟表机构中采用的修正摆线齿轮有钟表齿轮、双圆弧修正摆线齿轮和摆线销轮。

1. 钟表齿轮

钟表齿轮的齿形如图 2 所示，齿顶部分是一近似外摆线的圆弧，齿根部分是一径向直线（特殊内摆线）。加工这种齿轮时，对相同模数不同齿数的齿轮需要不同把刀具，因此所需刀具的数量繁多。钟表齿轮主要用于钟表计时机构、压力表、照像机以及继电器的时控机构中。钟表齿轮传动具有如下特点：

- (1) 瞬时传动比不是常数。
- (2) 传动中只能一对齿工作，即重合度只能等于 1。
- (3) 能减小进啮角，可使传动力矩平稳，传动效率提高。
- (4) 齿侧间隙较大，传动灵活。

2. 双圆弧修正摆线齿轮

双圆弧修正摆线齿轮是用两个半径相等的圆弧来近似地代替摆线基准齿条的齿根和齿顶的内外摆线，并按这种齿形制成滚刀来加工的齿轮（图 3）。加工这种齿轮时，对相同模数不同齿数的齿轮，只需一把滚刀，因此所需的刀具数量少。双圆弧修正摆线齿轮主要用于钟表计时机构，其特点如下：

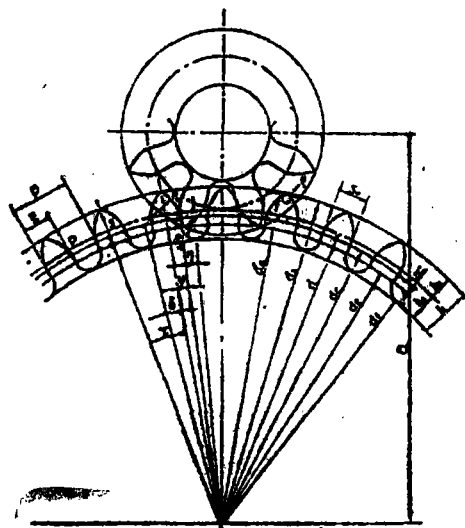


图 2 钟表齿轮传动

- (1) 所需刀具的数量少且易于制造。
- (2) 能实现恒定的传动比。
- (3) 侧隙顶隙较大，传动灵活。
- (4) 齿根强度较高。

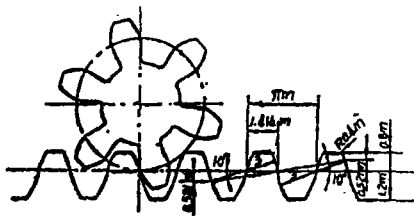


图 3 双圆弧修正摆线齿轮的基准齿条

3. 摆线销轮

摆线销轮是摆线齿轮转化的一种特殊形式，它用圆销代替了摆线齿轮的齿。摆线销轮同修正摆线齿轮的啮合原理如图 4 所示，设 Q_1 和 Q_2 为节圆（基圆）， G_1 为形成齿轮 2 齿顶外摆线和齿轮 1 齿根内摆线的生成圆， G_2 为形成齿轮 1 齿顶外摆线和齿轮 2 齿根内摆线的生成圆。令 $G_1 = Q_1$ ，则 G_1 形成齿轮 2 的齿顶为 \widehat{PE} ；形成齿轮 1 的齿根为一点 P 。令 $G_2 = 0$ ，

则 G_2 形成齿轮1的齿顶和齿轮2的齿根均为一点 P ，此时即形成只有齿轮1的 P 点同齿轮2的齿顶进行啮合的摆线齿轮传动。但是，为了实现传动，必须将 P 点扩大成圆销，而将齿轮2的齿廓取为 \widehat{PE} 的等距线，这样即形成摆线销轮传动。在实际应用中，大齿轮是采用钟表齿轮。摆线销轮传动主要用于挂钟和闹表的传动机构中，其特点如下：

- (1) 销轮制造容易成本低。
- (2) 啮合间隙大传动灵活。
- (3) 齿面相对滑动较大，磨损较快。

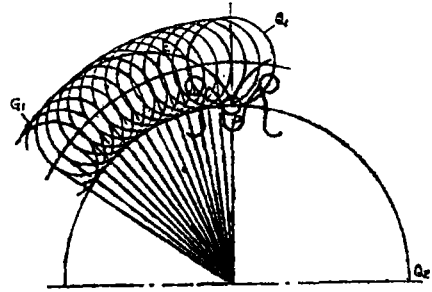


图4 摆线销轮的啮合原理

三、钟表齿轮传动的几何计算

钟表齿轮传动的几何尺寸计算公式列于表1，计算中的系数列于表2~8，各部分尺寸的代号示于图2，角标1代表小齿轮，角标2代表大齿轮。

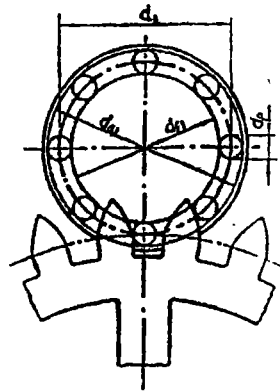


图5 摆线销轮传动

表1 钟表齿轮传动的几何计算 (图2)

序号	名称	代号	公 式
1	模 数	m	$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}$
2	齿 数	z	$z = \frac{d}{m}$
3	中 心 距	a	$a = \frac{(z_1 + z_2)m}{2}$
4	分度圆直径	d	$d = z m$
5	齿 距	p	$p = \pi m$

续表

序号	名 称	代号	公 式
6	弦 齿 距	\overline{p}	$\overline{p} = d \sin \frac{180^\circ}{z}$
7	齿 距 角	τ	$\tau = \frac{360^\circ}{z}$
8	齿顶圆弧半径	ρ_a	$\rho_a = k_\rho m$ k_ρ ——查表2~4
9	齿顶圆弧中心位移	Δc	$\Delta c = k_c m$ k_c ——查表2~4
10	齿顶圆弧中心圆直径	d_c	$d_c = d - 2\Delta c$
11	齿顶圆直径	d_a	$d_a = d_c \cos \delta + \sqrt{4\rho_a^2 - d_c^2 \sin^2 \delta}$ $\delta = \arccos \frac{d^2 + d_c^2 - 4\rho_a^2}{2dd_c} - \frac{180^\circ}{z} k_s, k_s$ ——查表6
12	齿顶修缘时齿顶圆直径	d_a	$d_a = d_c \cos \delta + 2\rho' + \sqrt{4(\rho_a - \rho')^2 - d_c^2 \sin^2 \delta}$ $\rho' = k'_{\rho} m$ k'_{ρ} ——查表5
13	齿 顶 高	h_a	$h_a = \frac{d_a - d}{2}$
14	齿 根 高	h_f	$h_f = k_f m$ k_f ——查表7~8
15	齿 高	h	$h = h_a + h_f$
16	齿根圆直径	d_f	$d_f = d - 2h_f$
17	齿根齿形	—	径向直线
18	齿厚半角	φ	$\varphi = \arcsin \frac{2\rho_a}{d_c} - \delta$
19	齿槽半角	η	$\eta = \frac{180^\circ}{z} - \varphi$
20	齿槽圆弧半径	ρ_f	$\rho_f = \frac{d_f \sin \eta}{2(1 - \sin \eta)}$
21	齿槽圆弧中心圆直径	d_s	$d_s = d_f + 2\rho_f$
22	分度圆齿厚	s	$s = k_s p$ k_s ——查表6
23	分度圆弦齿厚	\overline{s}	$\overline{s} = d \sin \frac{180^\circ}{z} k_s$
24	公法线齿厚	s_w	$s_w = 2\rho_a - d_c \sin \delta$

表2 升速传动时小齿轮的系数 k_e 和 k_p

代 号	小 齿 轮 齿 数 z_1	
	6~10	11~20
k_e	0	0
k_p	0.70	0.83

表3 升速传动时大齿轮的系数 k_e 和 k_p

小齿轮齿数 z_1	代 号	大 齿 轮 齿 数 z_2		
		20~40	41~70	71~100
6	k_e	0.29	0.30	0.31
	k_p	1.90	1.95	2.00
7	k_e	0.2	0.22	0.25
	k_p	2.00	2.05	2.10
8	k_e	.2	0.21	0.22
	k_p	2.10	2.15	2.20
9	k_e	0.20	0.21	0.22
	k_p	2.15	2.20	2.25
10	k_e	0.20	0.21	0.22
	k_p	2.25	2.30	2.35
11	k_e	0.20	0.21	0.22
	k_p	2.35	2.40	2.45
12	k_e	0.18	0.19	0.21
	k_p	2.45	2.50	2.55
14	k_e	0.16	0.16	0.16
	k_p	2.55	2.60	2.65
15	k_e	0.15	0.15	0.15
	k_p	2.60	2.65	2.70
16	k_e	—	0.14	0.14
	k_p	—	2.70	2.80
18	k_e	—	0.12	0.12
	k_p	—	2.80	2.90
20	k_e	—	0.12	0.12
	k_p	—	2.90	3.00

表4 可能升速传动也可能减速传动时齿轮的系数 k_e 和 k_p

代 号	齿 轮 齿 数 z			
	8~12	13~20	21~50	>50
k_e	0.16	0.18	0.21	0.24
k_p	1.90	1.95	2.00	2.10

注：当小齿轮齿数从8到12时，系数 k_p 值应比表中数值减小0.2

表5 大齿轮齿顶修缘半径系数 k'_p

小齿轮齿数 z_1	齿顶修缘半径系数 k'_p	
	升速传动	可能升速传动也可能减速传动
6	0.35	0.40
7	0.35	0.30
8~10	0.30	0.30
11~12	0.30	0.30
>12	0.30	0.30

注：一般小齿轮的齿顶不修缘

表6 齿厚系数 k_s

齿轮齿数 z	齿厚系数 k_s	
	升速传动	可能升速传动也可能减速传动
6~10	0.33	0.40
11~20	0.40	0.42
>20	0.50	0.42

表7 齿根高系数 k_f

齿轮齿数 z	齿根高系数 k_f	
	升速传动时的大齿轮	可能升速也可能减速传动时的齿轮
8	—	1.49
9	—	1.60
>9	1.57	1.70

表8 升速传动时小齿轮齿根高系数 k_f

小齿轮齿数 z_1	齿根高系数 k_f	小齿轮齿数 z_1	齿根高系数 k_f
6	1.72	12	2.14
7	1.82	14	2.24
8	1.90	15	2.28
9	1.96	16	2.32
10	2.02	18	2.37
11	2.08	20	2.41

四、双圆弧修正摆线齿轮传动的几何计算

双圆弧修正摆线齿轮传动的几何尺寸计算公式列于表9，其基准齿条示于图3。

表9 双圆弧修正摆线齿轮传动的几何计算

序号	名称	代号	公 式
1	模 数	m	$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}$
2	齿 数	z	$z = \frac{d}{m}$
3	中 心 距	a	$a = \frac{(z_1 + z_2) m}{2}$
4	分度圆直径	d	$d = z m$
5	齿 距	p	$p = \pi m$
6	齿 顶 高	h_a	$h_a = 0.8 m$
7	齿 根 高	h_f	$h_f = 1.2 m$
8	齿 高	h	$h = 2 m$
9	齿顶圆直径	d_a	$d_a = (z + 1.6) m$
10	齿根圆直径	d_f	$d_f = (z - 2.4) m$
11	分度圆齿厚	s	$s = 1.41 m$
12	齿侧间隙	j_1'	$j_1' = .32 m$

五、摆线销轮传动的几何计算

摆线销轮传动的几何尺寸计算公式列于表10。摆线销轮的各部分尺寸示于图5。

表10 摆线销轮传动的几何计算 (图5)

序号	名称	代号	公 式
1	模 数	m	$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}$
2	齿 数	z	$z = \frac{d}{m}$

序 号	名 称	代 号	公 式
3	中 心 距	a	$a = \frac{(z_1 + z_2)m}{2}$
4	分度圆直径	d	$d = zm$
5	齿 距	p	$p = \pi m$
6	圆销直径	d_p	$d_p = (1.047 \sim 1.351)m$
7	齿 顶 高	h_a	$h_{a1} = \frac{d_p}{2}$
8	齿 根 高	h_f	$h_{f1} = \frac{d_p}{2}$
9	齿顶圆直径	d_a	$d_{a1} = d_1 + d_p$
10	齿根圆直径	d_f	$d_{f1} = d_1 - d_p$
11	齿 厚	s	$s_1 = d_p$
12	齿侧间隙	j_1'	$j_1' = (0.5237 \sim 0.2197)m$

注：大齿轮的几何计算参看表1。

参 考 文 献

- [1] 苏联小模数钟表齿形圆柱齿轮国家标准, 1973
- [2] 王文义, 仪表齿轮, 机械工业出版社, 1982
- [3] W.O.Davis, Gear for Small Mechanisms, London, 1953.
- [4] A.C.Parkinson, Gear, Gear Production and Measurement, London, 1948.

Design and Calculation of a Cycloidal Gear Drive

Zhao Mingjing Song Mingyi

Abstract

Although the cycloidal gear has much merits the pure cycloidal gear is less used in practice and the modified one is widely employed. The modified cycloidal gear contains the watch and clock gear, the gear with double circular arc teeth and the lantern pinion meshing with the modified cycloidal wheel. This paper describes the methods of their geometrical calculations.