变轴颈圆度的测量方法

张景和　孙自立　杨东林

摘要：变轴颈，就是在同一根轴上，两段轴的直径不同。本文详细阐述了利用 V 形法测量原理，精密测量两变颈圆度及偏心问题。提出了检测原理，给出了计算公式。并且把所测的数据进行谐量分析，分离出测量过程中存在的偏心。最后给出了一组实测结果。

一、引　　言

利用V 形法对轴颈的圆度进高精度测量已有论述[1][2]。实际工作的需要又提出了如何精密测量变轴颈圆度及两变颈之间偏心的问题。

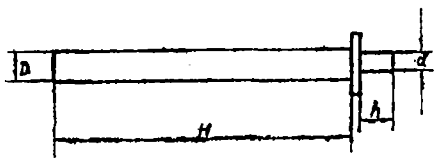

图1

有一测角仪主轴，公标直径 D，长 H 。在主轴的上端，有一直径 d ，长h的轴头（见图 1）。要求测量 d 段轴颈的圆度及直径 D 与 d 之间的偏心。

图 2 是测量 D 轴颈圆度的装置示意图。采用 V 形法测量装置。把测微仪放在 d 轴颈一端。

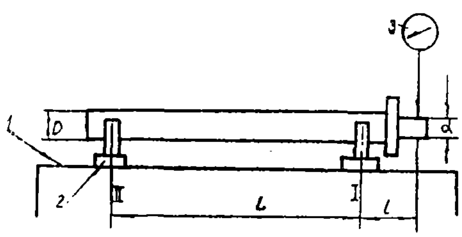

图2. 1—V形法测量装置；2—V形块；3—测微仪

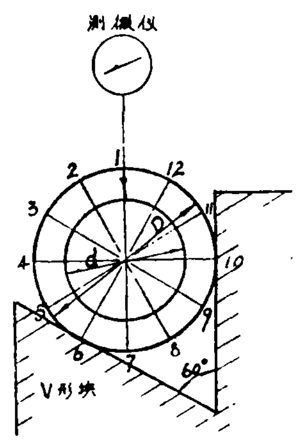

图 3

将轴颈 D 和轴颈 d 截面分成12等份，如图 3 。这里，轴颈D和轴颈 d 的等分点选同一参考点。轴颈D在V形块Ⅰ和V形块Ⅱ处各等分点上的误差是已知的（用V形法测量出来的）。

当测微仪的测头在 1 点时，测微仪上的读数是由以下几部分组成：

（1）轴颈 d 在 1 点处的径向误差。

（2）在第ⅠV形块上，D轴颈 6 点的误差和10点的误差在 1 点方向上的分量。

（3）在第ⅡV形块上，D轴颈上6点的误差和10点的误差在1点方向上的分量。它以第ⅠV形块为支点，反应到测微仪上。

二、公式推导

设想将轴颈截面分成12等份，各等分点分别编以序号1，2，3，……，11，12。如图3。在轴颈 d 截面处，这些点的误差记为：

$\Delta r_i \quad i=1,\ 2,\ \cdots\cdots 12$。

在第ⅠV形块上，轴颈D截面处，这些点的误差记为：

$\Delta R^1{}_i \quad i=1,2,\cdots\cdots 12$。

在第ⅡV形块上，轴颈D截面处，这些点的误差记为：

$\Delta R^2{}_i \quad i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 12$。

将轴颈D放在角度为60°的V形块上，如图2和图3。当轴颈 d 上的1点转到测头下方时，在第ⅠV形块和第ⅡV形块上，轴颈 D 截面处，6点与10点恰好和V形块两侧接触。轴颈D和轴颈 d 上这五个接触点处的误差，通过测微仪读数发生了联系。

设：y_i为点 i 转到测头下时测微仪上的读数。

d 轴颈1点处误差反映在测微仪上的量是Δr_1。

在第ⅠV形块上，轴颈D 6点处误差$\Delta R^1{}_6$，见图4，和10点处误差$\Delta R^1{}_{10}$，见图5，反映在测微仪上的量分别为：

$$\Delta e^1{}_6=\frac{\Delta R^1{}_6}{\sin 60^0}=\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^1{}_6 \qquad (1)$$

和

$$\Delta e^1{}_{10}=\frac{\Delta R^1{}_{10}}{\operatorname{tg}60^\circ}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^1{}_{10} \qquad (2)$$

同理，在第ⅡV形块上，轴颈D 6点处误差$\Delta R^2{}_6$和10点处误差 $\Delta R^2{}_{10}$ 反映在测微仪上的量分别为：

$$\Delta e^2{}_6=-\frac{2l}{\sqrt{3}L}\Delta R^2{}_6 \qquad (3)$$

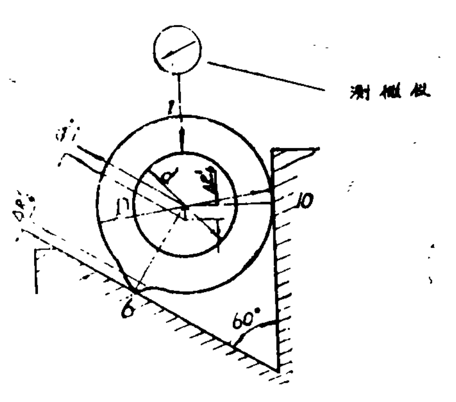

图4

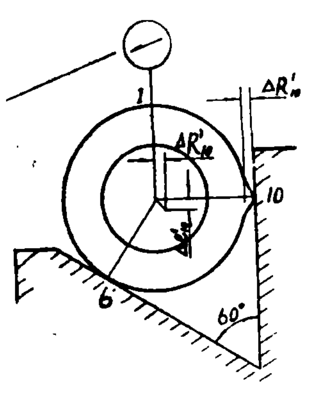

图5

和

$$\Delta e^{2}_{10} = -\frac{l}{\sqrt{3}\,L}\Delta R^{2}_{10} \tag{4}$$

综合以上五个误差，可以得到一个误差联系的关系式：

$$\begin{aligned} y_1 &= \Delta r_1 + \Delta e^{1}_{6} + \Delta e^{1}_{10} + \Delta e^{2}_{6} + \Delta e^{2}_{10} \\ &= \Delta r_1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{6} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{10} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{6} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{10}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

当被测轴顺时针转动，轴颈 d 上的 2 点转到测头下方时，轴颈 D 截面的 7 点和11点与V形块接触。各接触点的误差通过测微仪读数发生了联系。与上面同理，可以得到另一个误差的关系式：

$$y_2 = \Delta r_2 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{7} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{11} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{7} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{11}\right) \tag{6}$$

依此类推，轴颈转动一圈，在12个停留点的位置上便可以得到12个误差的关系式，即：

$$\left.\begin{aligned}
y_1 &= \Delta r_1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{6} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{10} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R_{6}^{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{10}\right) \\
y_2 &= \Delta r_2 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{7} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{11} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R_{7}^{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{11}\right) \\
y_3 &= \Delta r_3 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{8} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{12} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{8} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{12}\right) \\
y_4 &= \Delta r_4 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{9} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{1} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R_{9}^{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R_{1}^{2}\right) \\
y_5 &= \Delta r_5 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{10} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{2} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{10} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R_{2}^{2}\right) \\
y_6 &= \Delta r_6 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{11} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{3} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{11} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R_{3}^{2}\right) \\
y_7 &= \Delta r_7 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{12} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{4} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{12} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{4}\right) \\
y_8 &= \Delta r_8 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{5} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{5}\right) \\
y_9 &= \Delta r_9 + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{6} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R_{2}^{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R_{6}^{2}\right) \\
y_{10} &= \Delta r_{10} + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{7} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R_{3}^{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R_{7}^{2}\right) \\
y_{11} &= \Delta r_{11} + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{4} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{8} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{4} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{8}\right) \\
y_{12} &= \Delta r_{12} + \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{5} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{1}_{9} - \frac{l}{L}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta R_{5}^{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta R^{2}_{9}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

在方程组（7）中，测微仪读数y_i和轴颈D截面各点误差ΔR^{1}_{i}、ΔR^{2}_{i}（$i=1, 2, \cdots\cdots$，

12）是已知的。设：$a=\frac{2}{\sqrt{3}}$，$b=\frac{1}{\sqrt{3}}$，$k=\frac{l}{L}$。演变一下方程组（7），便可以得到轴颈 d 各点误差的关系式。即：

$$
\left.\begin{aligned}
\Delta r_1 &= y_1 + k(a\Delta R^2{}_6 + b\Delta R^2{}_{10}) - a\Delta R^1{}_6 - b\Delta R^1{}_{10} \\
\Delta r_2 &= y_2 + k(a\Delta R^2{}_7 + b\Delta R^2{}_{11}) - a\Delta R^1{}_7 - b\Delta R^1{}_{11} \\
\Delta r_3 &= y_3 + k(a\Delta R_8{}^2 + b\Delta R^2{}_{12}) - a\Delta R^1{}_8 - b\Delta R_{12}{}^1 \\
\Delta r_4 &= y_4 + k(a\Delta R_9{}^2 + b\Delta R^2{}_1) - a\Delta R^1{}_9 - b\Delta R^1{}_1 \\
\Delta r_5 &= y_5 + k(a\Delta R^2{}_{10} + b\Delta R^2{}_2) - a\Delta R^1{}_{10} - b\Delta R^1{}_2 \\
\Delta r_6 &= y_6 + k(a\Delta R^2{}_{11} + b\Delta R^2{}_3) - a\Delta R^1{}_{11} - b\Delta R^1{}_3 \\
\Delta r_7 &= y_7 + k(a\Delta R^2{}_{12} + b\Delta R^2{}_4) - a\Delta R^1{}_{12} - b\Delta R^1{}_4 \\
\Delta r_8 &= y_8 + k(a\Delta R^2{}_1 + b\Delta R^2{}_5) - a\Delta R^1{}_1 - b\Delta R^1{}_5 \\
\Delta r_9 &= y_9 + k(a\Delta R^2{}_2 + b\Delta R^2{}_6) - a\Delta R^1{}_2 - b\Delta R^1{}_6 \\
\Delta r_{10} &= y_{10} + k(a\Delta R^2{}_3 + b\Delta R^2{}_7) - a\Delta R^1{}_3 - b\Delta R^1{}_7 \\
\Delta r_{11} &= y_{11} + k(a\Delta R_4{}^2 + b\Delta R^2{}_8) - a\Delta R^1{}_4 - b\Delta R^1{}_8 \\
\Delta r_{12} &= y_{12} + k(a\Delta R^2{}_5 + b\Delta R^2{}_9) - a\Delta R^1{}_5 - b\Delta R^1{}_9
\end{aligned}\right\} \quad (8)
$$

上面是截面分成12等份的情况。在实际工作中，为了获得较高的测量精度，往往把轴颈截面分成24等份（即15°一测）。同上面的道理一样，也可以演变出24个方程组。

三、实测结果与分析

精密测角仪的主轴，形状如图 1，其中：$D=\phi60, d=\phi40, H=600, h=60$。V形法测量装置如图 2，其中：$L=500, l=100$。该轴$\phi$60轴颈部分上下两段的不圆度误差是在图 2 装置上测出的。测微仪选用乌氏干涉仪，读数格值为 1 格 = 0.05μm。把轴颈截面分成24等份，各等分点的误差如下：

$\Delta R^1{}_1$	−0.110	$\Delta R^1{}_5$	0.059	$\Delta R^1{}_9$	0.082	$\Delta R^1{}_{13}$	−0.280	$\Delta R^1{}_{17}$	0.310	$\Delta R^1{}_{21}$	0.004
$\Delta R^1{}_2$	−0.291	$\Delta R^1{}_6$	0.159	$\Delta R^1{}_{10}$	−0.086	$\Delta R^1{}_{14}$	−0.305	$\Delta R^1{}_{18}$	0.127	$\Delta R^1{}_{22}$	0.023
$\Delta R^1{}_3$	−0.125	$\Delta R^1{}_7$	0.230	$\Delta R^1{}_{11}$	−0.054	$\Delta R^1{}_{15}$	−0.043	$\Delta R^1{}_{19}$	0.001	$\Delta R^1{}_{23}$	0.022
$\Delta R^1{}_4$	0.045	$\Delta R^1{}_8$	0.165	$\Delta R^1{}_{12}$	−0.090	$\Delta R^1{}_{16}$	0.162	$\Delta R^1{}_{20}$	0.030	$\Delta R^1{}_{24}$	−0.070

$\Delta R^2{}_1$	−0.004	$\Delta R^2{}_5$	0.024	$\Delta R_9{}^2$	0.047	$\Delta R^2{}_{13}$	−0.039	$\Delta R^2{}_{17}$	0.060	$\Delta R^2{}_{21}$	−0.023
$\Delta R^2{}_2$	0.014	$\Delta R^2{}_6$	−0.003	$\Delta R^2{}_{10}$	−0.140	$\Delta R^2{}_{14}$	−0.009	$\Delta R^2{}_{18}$	−0.035	$\Delta R^2{}_{22}$	−0.080
$\Delta R^2{}_3$	0.020	$\Delta R^2{}_7$	0.033	$\Delta R^2{}_{11}$	−0.071	$\Delta R^2{}_{15}$	0.047	$\Delta R^2{}_{19}$	0.026	$\Delta R^2{}_{23}$	−0.024
$\Delta R^2{}_4$	0.037	$\Delta R^2{}_8$	0.131	$\Delta R^2{}_{12}$	−0.109	$\Delta R^2{}_{16}$	0.141	$\Delta R^2{}_{20}$	0.041	$\Delta R^2{}_{24}$	−0.083

下面是ϕ40轴颈各等分点上的测微仪读数，测微仪条件与上面相同。共测四组数据：

y_1	7.2	7.5	7.8	7.2	y_9	10.2	11.2	11.2	11.0	y_{17}	8.0	8.3	8.0	8.0
y_2	6.9	7.2	7.2	7.0	y_{10}	10.3	11.0	10.8	10.9	y_{18}	8.0	8.0	8.0	8.0
y_3	7.0	7.2	7.0	7.2	y_{11}	10.0	10.0	10.0	10.2	y_{19}	7.3	7.5	7.2	7.9
y_4	7.5	8.0	8.0	8.0	y_{12}	9.9	10.0	9.9	10.0	y_{20}	7.2	7.2	7.0	7.0
y_5	9.0	9.0	9.3	9.2	y_{13}	10.0	10.0	9.9	9.9	y_{21}	7.5	7.8	7.0	7.2
y_6	10.0	10.3	10.3	10.0	y_{14}	9.3	9.9	9.2	9.2	y_{22}	7.9	7.8	7.1	7.2
y_7	10.9	11.0	11.0	10.8	y_{15}	9.3	9.3	9.0	9.0	y_{23}	8.2	8.2	7.9	7.9
y_8	10.8	11.0	11.0	11.0	y_{16}	8.9	9.0	8.4	8.8	y_{24}	7.9	8.2	7.9	7.5

上面四组数据平均后，去掉常数项[3]，得到：

y_1	−1.368	y_5	0.332	y_9	2.107	y_{13}	1.157	y_{17}	−0.718	y_{21}	−1.418
y_2	−1.718	y_6	1.357	y_{10}	1.957	y_{14}	0.607	y_{18}	−0.793	y_{22}	−1.293
y_3	−1.693	y_7	2.132	y_{11}	1.257	y_{15}	0.357	y_{19}	−1.318	y_{23}	−0.743
y_4	−0.918	y_8	2.157	y_{12}	1.157	y_{16}	−0.018	y_{20}	−1.693	y_{24}	−0.918

数据$\varDelta R^1_i$、$\varDelta R^2_i$和y_i（$i=1,2,\cdots\cdots,24$）代入式（8）后，便可以得到φ40轴颈各等分点处的不圆度误差（单位μm）。

$\varDelta r_1$	−1.320	$\varDelta r_5$	0.377	$\varDelta r_9$	2.186	$\varDelta r_{13}$	0.997	$\varDelta r_{17}$	−0.546	$\varDelta r_{21}$	−1.646
$\varDelta r_2$	−1.652	$\varDelta r_6$	1.233	$\varDelta r_{10}$	1.910	$\varDelta r_{14}$	0.588	$\varDelta r_{18}$	−0.797	$\varDelta r_{22}$	−1.530
$\varDelta r_3$	−1.384	$\varDelta r_7$	1.851	$\varDelta r_{11}$	1.216	$\varDelta r_{15}$	0.441	$\varDelta r_{19}$	−1.223	$\varDelta r_{23}$	−0.999
$\varDelta r_4$	−0.590	$\varDelta r_8$	2.172	$\varDelta r_{12}$	1.020	$\varDelta r_{16}$	0.355	$\varDelta r_{20}$	−1.702	$\varDelta r_{24}$	−0.928

上面利用式（8）得到的φ40轴颈各等分点处的误差$\varDelta r_i$，是包含偏心差在内的。实际上，轴颈d和轴颈D是不同心的。在测量轴颈d各点误差时，轴颈d的轴线在绕轴颈D的轴线旋转。这样，在测微仪的读数中就存在了偏心误差。

式（8）得到的误差叫做计算不圆度误差，用$\varDelta r_i$表示；把偏心误差用$\varDelta e_i$表示；轴颈d各等分点的真实误差用$\varDelta R_i$表示。

由于测量的是圆度，所以测量结果可以用周期函数来表示[3]：

$$y=f(x)=f(x+mp) \tag{9}$$

把函数$y=f(x)$展成具有如下形式的傅立叶级数：

$$y=\sum_{k=0}^{l}(a_k\cos kx+b_k\sin kx) \tag{10}$$

式中：a_k和b_k为傅立叶系数。

在测量圆度时，傅立叶系数中的一次项（即$k=1$）表示轴颈的偏心，二次项表示轴颈椭圆度，三次项表示轴颈三棱，……等等。由于所求的是偏心，只要把一次项的系数求出即

可。

$$a_1=\frac{2}{n}\sum_{m=0}^{n-1}y_m\cos km\frac{2\pi}{n} \tag{11}$$

$$b_1=\frac{2}{n}\sum_{m=0}^{n-1}y_m\sin km\frac{2\pi}{n} \tag{12}$$

轴颈截面分成24等份，$n=24$。d轴颈各等分点处的偏心误差：

$$\varDelta e_i=a_1\cos x_i+b_1\sin x_i \tag{13}$$

其中：$x_i=0°$，$15°$，$30°$，……，$330°$，$345°$。

把y_m换成$\varDelta r_i$后，代入式（11）和式（12）得到

$a_1=-1.241$　　　　$b_1=1.232$

这时式（13）成为

$$\varDelta e_i=1.232\sin x_i-1.241\cos x_i \tag{14}$$

通过式（14），可以得到d轴颈截面24个等分点处的偏心差$\varDelta e_i$，及各等分点处的真实误差$\varDelta R_i=\varDelta r_i-\varDelta e_i$。

$\varDelta e_1$ −1.241	$\varDelta e_5$ 0.446	$\varDelta e_9$ 1.687	$\varDelta e_{13}$ 1.241	$\varDelta e_{17}$ −0.446	$\varDelta e_{21}$ −1.687
$\varDelta e_2$ −0.880	$\varDelta e_6$ 0.869	$\varDelta e_{10}$ 1.749	$\varDelta e_{14}$ 0.880	$\varDelta e_{18}$ −0.869	$\varDelta e_{22}$ −1.749
$\varDelta e_3$ −0.459	$\varDelta e_7$ 1.232	$\varDelta e_{11}$ 1.691	$\varDelta e_{15}$ 0.459	$\varDelta e_{19}$ −1.232	$\varDelta e_{23}$ −1.691
$\varDelta e_4$ −0.006	$\varDelta e_8$ 1.511	$\varDelta e_{12}$ 1.518	$\varDelta e_{16}$ 0.006	$\varDelta e_{20}$ −1.511	$\varDelta e_{24}$ −1.518

$\varDelta R_1$ −0.079	$\varDelta R_5$ −0.069	$\varDelta R_9$ 0.498	$\varDelta R_{13}$ −0.244	$\varDelta R_{17}$ −0.100	$\varDelta R_{21}$ 0.041
$\varDelta R_2$ −0.772	$\varDelta R_6$ 0.364	$\varDelta R_{10}$ 0.161	$\varDelta R_{14}$ −0.292	$\varDelta R_{18}$ 0.072	$\varDelta R_{22}$ 0.219
$\varDelta R_3$ −0.925	$\varDelta R_7$ 0.619	$\varDelta R_{11}$ −0.475	$\varDelta R_{15}$ −0.018	$\varDelta R_{19}$ 0.009	$\varDelta R_{23}$ 0.692
$\varDelta R_4$ −0.584	$\varDelta R_8$ 0.661	$\varDelta R_{12}$ −0.498	$\varDelta R_{16}$ 0.349	$\varDelta R_{20}$ −0.191	$\varDelta R_{24}$ 0.590

四、小　　结

目前，加工中检测圆度的常用仪器是圆度仪，但圆度仪只限于检测尺寸较小的零件。实际工作中遇到的测角仪主轴尺寸较大，它的圆度不能用圆度仪来检测。根据实际情况，提出了这种检测变轴颈圆度和两轴颈偏心的方法。用此法检测出的圆度，经实际使用证明是可靠的。从广泛的意义上讲，它可以检测回转运动存在的偏心问题，例如检测机床主轴回转运动中的偏心等等。

参 考 文 献

［1］П.H达尔果夫著：《子午仪测时》，科学出版社，1958年

［2］张启人著：《测定值计算基础》，科学出版社，1959年

Measurement Method of Circle Errors of the Variable Axis-neck

Zhang Jinghe Sun Zili Yang Donglin

Abstract

Measurement principle of the errors of a variable axis-neck using V-type method is described. The circle errors and eccentricities for two sections of the variable axis-neck are accurately tested. Measurement method and calculating formula are given. Measured eccentricity is separated with the help of harmonic wave analysis. Finally a set of practical measurement data is presented.