平面高速精磨中的均匀磨削

裴庆魁 高宏刚

摘要：本文从刚体运动学的角度出发，详细讨论了平面高速精磨中磨盘与工件的线速度关系，并推导出了均匀磨削的条件。

一、引 言

高速精磨是将金刚石磨片按一定的方式排列粘结在磨具基体上构成磨盘，把工件固定在夹具上，使磨盘高速转动与工件作相对运动，从而磨削工件表面，达到精磨的目的。

高速精磨分球面高速精磨和平面高速精磨两种。在精磨过程中，由于工件的几何精度和表面质量主要靠磨具来保证，所以金刚石磨具的特性及磨片的特性都直接影响工件的表面质量。在平面高速精磨中还存在着均匀磨削的问题，即必须保证在精磨过程中工件上各点去除厚度量相等，以保证磨盘和被加工件的平面精度。

虽然国内对平面高速精磨中的均匀磨削机理有所讨论，但关于磨盘与工件速度的详细论述不多，难以给人一个系统完整的认识。本文拟从运动学角度给出平面精磨中均匀磨削的一个必要条件。

二、必要的说明

在以下讨论中，不涉及具体的工艺过程；认为工件与金刚石磨具完全吻合接触，且磨盘转动，带动工件绕自身固定轴旋转，其转速恒定。在讨论中假定磨盘上金刚石磨片（丸片）的覆盖比、排列方式和磨片的粒度、浓度及结合剂的强度等因素都符合均匀磨削要求。

三、平面高速精磨中均匀磨削的速度条件

1．工件上任意点对于磨盘的相对线速度

如右图1所示，取固定坐标系 $O—xyz$（z 轴过 O 点垂直于纸面向外，没有画出）。磨盘以坐标原点 O 为轴心绕 z 轴逆时针旋转，角速度为 $\vec{\omega}_2$。

使工件中心 o_1 位于 x 轴上；工件绕过 o_1 点垂直于纸面的轴作逆时针定轴带动旋转，角速度为 $\vec{\omega}_1$。

偏心距为 e。

取工件上任意点 M_1 为研究对象，M 为磨盘上与 M_1 点处相接触的点。

据理论力学中关于刚体平面运动的论述可知，工件上任意点 M_1 在 $o—xyz$ 系中的速度为：

$$\vec{V}_1=\vec{V}_{o1}+\vec{V}_{M1}$$

其中，$\vec{V}_1$：M_1 点相对于固定坐标系 原点O的速度。

$\vec{V}_{o1}$：工件中心相对于O点的速度。

$\vec{V}_{M1}$：M_1点相对于工件中心O_1点的速度。

于是，
$$\begin{aligned}\vec{V}_1&=\vec{V}_{o1}+\vec{V}_{M1}\\&=\vec{V}_{o1}+\vec{\omega}_1\times\vec{r}_1\\&=\vec{0}+\vec{\omega}_1\times(\vec{r}-\vec{e})\\&=\vec{\omega}_1\times(\vec{r}-\vec{e})\end{aligned}\qquad(1)$$

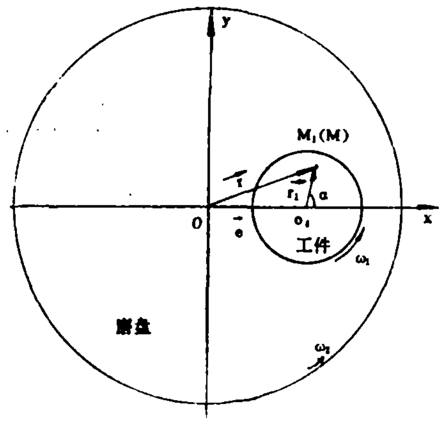

图1　工件磨盘位置图

磨盘上M点在$o—xyz$系中的速度为：

$$\vec{V}_2=\vec{\omega}_2\times\vec{r}\qquad(2)$$

这样便可知，工件上任意点M_1相对于磨盘上相应点M的线速度为：

$$\begin{aligned}\vec{V}_r&=\vec{V}_1-\vec{V}_2\\&=\vec{\omega}_1\times(\vec{r}-\vec{e})-\vec{\omega}_2\times\vec{r}\\&=(\vec{\omega}_1-\vec{\omega}_2)\times\vec{r}-\vec{\omega}_1\times\vec{e}\\&=(\omega_1-\omega_2)\hat{k}\times(x\hat{i}+y\hat{j})-\omega_1\hat{k}\times e\hat{i}\\&=[(\omega_1-\omega_2)x-\omega_1 e]\hat{j}-(\omega_1-\omega_2)y\hat{i}\\&=-(\omega_1-\omega_2)r_1\sin\alpha\,\hat{i}+[(\omega_1-\omega_2)(r_1\cos\alpha+e)-\omega_1 e]\hat{j}\end{aligned}$$

其中$\hat{i}$、$\hat{j}$、$\hat{k}$分别是$O—xyz$坐标系中沿x、y、z轴的单位矢量。

我们所关心的是$\vec{V}_r$的标量式。

$$\begin{aligned}V_r^2&=[-(\omega_1-\omega_2)r_1\sin\alpha]^2+[(\omega_1-\omega_2)(r_1\cos\alpha+e)-\omega_1 e]^2\\&=\omega_2^2e^2+2\omega_2^2er_1\cos\alpha-2\omega_1\omega_2er_1\cos\alpha+\omega_1^2r_1^2+\omega_2^2r_1^2-2\omega_1\omega_2r_1^2\\&=(e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2+(2er_1\omega_2^2-2er_1\omega_1\omega_2)\cos\alpha\end{aligned}\qquad(3)$$

改写上式（3）

令　$a=(e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2$

　　$b=(2er_1\omega_2^2-2er_1\omega_1\omega_2)\cos\alpha$

则有：

$$\begin{aligned}V_r^2&=a+b\\V_r&=(a+b)^{1/2}\\&=a^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{b}{a}\right)^{1/2}\end{aligned}\qquad(4)$$

若 $\left|\frac{b}{a}\right| < 1$，则（4）式可按二项式展开：

$$(1+\frac{b}{a})^{1/2} = 1+\frac{1}{2}\cdot\frac{b}{a}+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)}{2!}\left(\frac{b}{a}\right)^2+\cdots\cdots$$

由于（3）式过于复杂，我们希望把将它按（4）式的形式进二项式展开。为此，需要讨论 $\left|\frac{b}{a}\right| < 1$ 是否有可能成立；否则，（3）式的展开及下一步的工作都是不可信的。

2. 对 $\left|\frac{b}{a}\right| < 1$ 的讨论

令 $k = 2er_1\omega_2(\omega_2-\omega_1)$

则 $b = k\cos\alpha$

若 $\left|\frac{k}{a}\right| < 1$，显然 $\left|\frac{k}{a}\cos\alpha\right| = \left|\frac{b}{a}\right| < 1$ 自然成立。

故只须讨论 $\left|\frac{k}{a}\right| < 1$ 即可。

采用反证法，假设 $\left|\frac{k}{a}\right| < 1$ 即 $-1 < \frac{k}{a} < 1$ 成立

i> 当 $-1 < \frac{k}{a}$，即 $k+a > 0$ 时

构造函数 $f_1(e) = a+k$

$$f_1(e) = (e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2+2er_1\omega_2^2-2er_1\omega_1\omega_2$$

$$=[e\omega_2+r_1(\omega_2-\omega_1)]^2 \geqslant 0$$

分析上式可知，使 $f_1(e) = 0$ 即 $-1 < \frac{k}{a}$ 不成立的情况只有以下二种：

$$\omega_1=\omega_2=0 \quad 或 \quad e=-r_1(1-\frac{\omega_1}{\omega_2})$$

ii> 当 $\frac{k}{a} < 1$，即 $k-a < 0$ 时

构造函数 $f_2(e) = k-a$

$$f_2(e) = 2er_1\omega_2^2-2er_1\omega_1\omega_2-[(e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2]$$

$$=-[e\omega_2-r_1(\omega_2-\omega_1)]^2 \leqslant 0$$

分析上式知，使 $f_2(e) = 0$ 即 $\frac{k}{a} < 1$ 不成立的情况也只有二种：

$$\omega_1=\omega_2=0 \quad 或 \quad e=r_1\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)$$

iii>综上所述，使 $\left|\frac{k}{a}\right| \geqslant 1$ 的条件可表示如下：

$\omega_1=\omega_2=0$ 或 $e=\left|r_1\left(1-\dfrac{\omega_1}{\omega_2}\right)\right|$

其中 $\omega_1=\omega_2=0$ 在工艺上是无意义的，从而知

当 $e\neq\left|r_1\left(1-\dfrac{\omega_1}{\omega_2}\right)\right|$时，$\left|\dfrac{k}{a}\right|<1$成立，亦即$\left|\dfrac{b}{a}\right|<1$成立，公式（4）是完全可以按二项式展开的。

3．工件相对于磨盘的行程

设偏心距 $e\neq\left|r_1\left(1-\dfrac{\omega_1}{\omega_2}\right)\right|$，则可把工件上$M_1$点相对于磨盘的速度$V_r$展开。

$$V_r=a^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}+\frac{b}{2a^{\frac{1}{2}}}+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)}{2!}\cdot\frac{b^2}{a^{3/2}}+\cdots$$

$$\doteq\sqrt{(e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2}+\frac{2er_1\omega_2(\omega_2-\omega_1)\cos\alpha}{2\sqrt{(e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2}}$$

$$-\frac{(2er_1\omega_2)^2(\omega_2-\omega_1)^2\cos^2\alpha}{8\sqrt{[(e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2]^3}}$$

展式中高次项省略

下面讨论工件旋转一周时，其上任意点 M_1 相对于磨盘的沿相对速度$\overrightarrow{V_r}$方向的行程S_r。

$$dS_r=v_r dt$$

$$=v_r\frac{d\alpha}{\omega_1}$$

故 $S_r=\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{v_r}{\omega_1}d\alpha$

$$=\frac{1}{\omega_1}\left\{2\pi\sqrt{(e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2}+0\right.$$

$$\left.-\frac{\pi(2er_1)^2\omega_2^2(\omega_2-\omega_1)^2}{8\sqrt{[e^2+r_1^2)\omega_2^2+r_1^2\omega_1^2-2r_1^2\omega_1\omega_2]^3}}\right\}$$

$$=2\pi\left\{\sqrt{(e^2+r_1^2)\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2+r_1^2-2r_1^2\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right.$$

$$\left.-\frac{(er_1)^2\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}-1\right)^2}{4\sqrt{\left[(e^2+r_1^2)\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2+r_1^2-2r_1^2\frac{\omega^2}{\omega_1}\right]^3}}\right\}$$

令 $\beta=\dfrac{\omega_2}{\omega_1}$，则上式可改写为：

$$S_r = 2\pi\left\{\sqrt{e^2\beta^2 + r_1^2(1-\beta)^2} - \frac{e^2 r_1^2(1-\beta)^2\beta^2}{4\sqrt{[(e^2\beta^2 + r_1^2(1-\beta)^2]^3}}\right\}$$

由上式可知，工件上任意点自转一周后相对于磨盘的行程，是偏心距 e 、该点在工件上的环带位置r_1及磨盘工件转速比 β 的函数。对于给定的偏心距 $e\left[e \neq \left|r_1\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)\right|\right]$，当 $\beta \neq 1$ 即工件与磨盘转速不同时，工件上不同部位的行程不一样；工件边缘比中心部位行程大，从而在一个自转周期内工件边缘比中心部位磨削去除量大。这是非均匀磨削。而当 $\beta = 1$ 时，由上式知 $S_r = 2\pi e$，即行程只是偏心距 e 的函数，与工件上各点位置无关；换言之，此时工件上各点相对于磨盘的行程相同，从而在自转周期内工件上各点的磨削去除量均相同。这才是均匀磨削。

4．均匀磨削的速度条件

当磨盘工件转速比$\beta = 1$ 时，工件被磨盘均匀磨削。但由前面的讨论知偏心距 e 并不是随意取值的，$e \neq \left|r_1\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)\right|$。当 $\beta = 1$ 时，$e \neq 0$，即工件不能与磨盘作同心转动，也就是说，它们的定轴转动中心必须错开。

均匀磨削的速度条件是：$\beta = 1$ 且 $e \neq 0$。

四、结　　论

通过以上对平面高速精磨中工件与磨盘相对速度的推导，及对工件相对于磨盘在一个自转周期内行程的讨论，我们得出了工件被均匀磨削的条件。同样对磨盘也可以照此方法，选磨盘任意一点为研究对象，进行讨论；从而可知磨盘在其自转周期内，其上任意一点相对于工件的行程也是个常数〔注：所谓“磨盘上任意一点”是指磨盘上在旋转中能与工件接触的那个环带上的任意一点〕。从而在精磨过程中，磨盘也被均匀去除。工件磨盘相互磨削，都被对方均匀去除，最终保证了工件的平面精度。应该说明的是磨盘被均匀磨削的条件与工件相同，统称为均匀磨削的速度条件。

平面高速精磨中均匀磨削的速度条件如下：

（1）工件与磨盘完全吻合接触。

（2）工件与磨盘的转动角速度大小相同方向一致。

（3）偏心距不能取零值。

Even Grinding in High-speed Polishing of Plane Surfaces

Pei Qingkui　Gao Hongan

Abstract

This paper gives a discussion, by means of the rigid-body kinematics, about the linear velocity relation between the grinding plate and the workpiece in the case of high-speed polishing of plane surfaces, and the requirement for the grinding is presented as well.