

盘波发生器主要结构参数的分析计算

吴一辉 谢金瑞

摘要：利用力学原理和弹性薄壳理论导出了盘波发生器主要结构参数（偏心距 e 、圆盘半径 R_d ）与柔轮对波发生器包角 γ 之间的关系；根据盘波发生器谐波齿轮传动的啮合理论编制了对该传动进行设计计算、啮合性能分析的软件系统。在此基础上，用该软件系统获得了 γ 角与啮合性能的关系曲线，找出了确定 γ 角及分析计算 e 和 R_d 的具体方法，从而为盘波发生器的结构设计提供了方法和依据。

一、前 言

盘波发生器谐波齿轮传动因其转动惯量小、承载能力大而被广泛用于伺服系统及动力传动中。多年来，美、苏等国家对该传动的研制一直较为重视，曾先后对其啮合原理、结构设计、动态特性及强度等问题进行了研究，并获得了许多专利。尽管如此，但迄今为止有关该传动的啮合分析理论、设计计算方法以及盘波发生器结构参数的分析计算等尚未见到完整的报导。

为此，本文利用力学原理和弹性薄壳理论导出了盘波发生器主要结构参数（偏心距 e 、圆盘半径 R_d ）与柔轮对波发生器包角 γ 之间的关系；根据盘波发生器谐波齿轮传动的啮合理论编制了对该传动进行设计计算、啮合性能分析的软件系统。在此基础上，用该软件系统获得了 γ 角与啮合性能的关系曲线，找出了确定 γ 角及分析计算 e 和 R_d 的具体方法，从而为盘波发生器的结构设计提供了方法和依据。

二、盘波发生器的结构及特点

1. 盘波发生器的结构形式

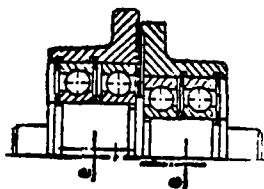


图 1

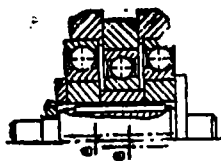


图 2

盘波发生器主要由圆盘和偏心轴等构件组成。它的结构形式较多，主要有双圆盘波发生器和三圆盘波发生器，如图 1、2 所示。具有双圆盘波发生器的谐波齿轮传动因柔轮对每个圆盘的径向作用力不在一个平面内，力处于不平衡状态，在盘波发生器高速运转时，由于动

不平衡, 常使传动装置产生不同程度的振动。具有三圆盘波发生器的谐波齿轮传动, 由于柔轮对各圆盘的径向力处于平衡状态, 在波发生器高速旋转时, 上述现象即可避免, 故在工程中应用较多。

2. 盘波发生器的工作特点

如图 3 所示, 若给定柔轮齿圈中性层半径 r , 则当圆盘的计算半径 R 大于柔轮在两对称径向力作用下柔轮变形后在长轴位置的曲率半径时, 柔轮将在与波发生器的接触处形成一个 2γ 的包弧^[4], 此时柔轮不是受集中力的作用而是受分布载荷的作用, 如图 4 所示。由此可见其接触应力将小于在同样条件下, 两滚轮式谐波齿轮传动中, 滚轮与柔轮内壁的接触应力。

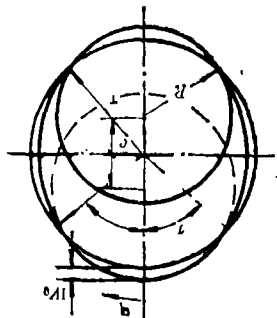


图 3

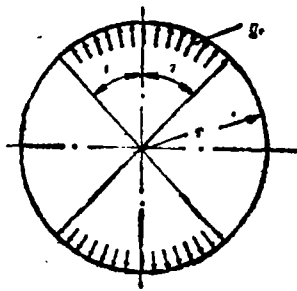


图 4

又因为当波发生器旋转时, 圆盘除相对自身轴线转动外, 还与自身轴线一起绕波发生器轴线旋转, 如图 3 所示。而偏心的作用将使圆盘绕自身轴线的旋转角速度大大小于波发生器的旋转角速度, 因此, 圆盘的转动惯量比同等厚度的凸轮波发生器的转动惯量至少小两个数量级^[5]。

正因为盘波发生器有以上两个显著特点, 所以盘波发生器谐波齿轮传动的承载能力大、启动灵活, 适用于重载及对频响要求较高的随动系统。

三、圆盘偏心距及半径与包角之间的关系

从图 3 可以看出, 当柔轮的最大径向变形量 w 给定时, 改变偏心距 e 或圆盘半径 R , 都会引起包角 γ 的改变, 从而导致柔轮的变形规律发生变化, 为此, 本文将从研究柔轮的变形规律出发, 反推出以上三者之间的关系。

利用弹性薄壳理论对杯形柔轮进行研究, 可得出其弹性方程为:

$$(1/r^2)(d^2w/d\varphi^2 + w) = -M/(EI_s) \quad (1)$$

式中:

w ——径向变形量;

M ——弯矩;

E ——弹性模量;

I_s ——惯性矩;

φ ——发生器的转角。

同时也可得出所研究点的向径与该点法线的夹角:

$$\mu = (1/r)(v - d\varphi/d\varphi) \quad (2)$$

式中:

v ——切向变形量。

下面将利用这两个基本关系来推导柔轮的变形规律并通过它找出 e 、 R_s 和 γ 之间的关系。

在 $0 \leq \varphi \leq \gamma$ 区段上, 柔轮变形前后的曲率变化为:

$$x = 1/R - 1/r \quad (3)$$

$$\text{又 } x = M/(EI_s) \quad (4)$$

则由(3)、(4)两式可导出在该区段中的弯矩为:

$$M_1 = EI_s (1/R - 1/r) \quad (5)$$

而从图5又可导出在 $\gamma < \varphi \leq \pi/2$ 区段上的弯矩为:

$$M_2 = x_1 + x_2 r (1 - \sin \varphi) \quad (6)$$

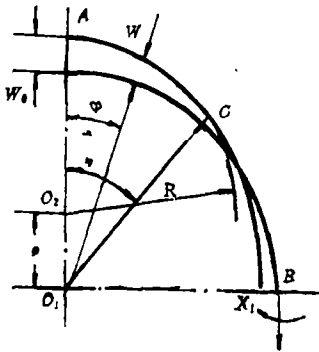


图 5

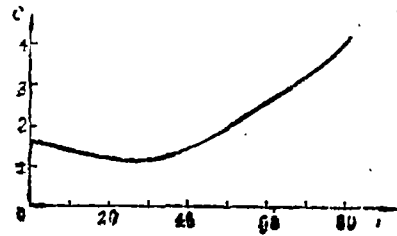


图 6

分别联立方程(1)(5)、(1)(6)可得出弹性方程的解亦即各段的径向变形量为:

在 $0 \leq \varphi \leq \gamma$ 区段

$$w_1 = A_1 \sin \varphi + A_2 \cos \varphi - r^2(1/R - 1/r) \quad (7)$$

在 $\gamma < \varphi \leq \pi/2$ 区段

$$w_2 = B_1 \sin \varphi + B_2 \cos \varphi - [r^2/(EI_s)](x_1 + x_2 r) - [r_3/(2EI_s)]x_2 \varphi \cos \varphi \quad (8)$$

再利用边界条件和各段的相连接条件, 消去未知量 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 、 x_1 、 x_2 之后, 得:

$$w_1 = [\Delta_1 m + r^2(1/R - 1/r)] \cos \varphi - r^2(1/R - 1/r) \quad (9)$$

$$w_2 = \frac{\Delta_1 m + r^2(1/R - 1/r)}{\pi/2 - \gamma - \sin \gamma \cos \gamma} [(1 + \sin^2 \gamma) \sin \varphi + (\pi/2 - \varphi) \cos \varphi - 2 \sin \gamma] - r^2(1/R - 1/r) \quad (10)$$

根据柔轮中性线不伸长条件 ($v = \int w d\varphi$), 求得在各区段中的切向变形量为:

$$v_1 = -[\Delta_1 m + r^2(1/R - 1/r)] \sin \varphi + r^2(1/R - 1/r) \varphi \quad (11)$$

$$v_2 = -\frac{\Delta_1 m + r^2(1/R - 1/r)}{\pi/2 - \gamma - \sin \gamma \cos \gamma} [(2 + \sin^2 \gamma) \cos \varphi + (\pi - 2\varphi) \sin \gamma] - r^2(1/R - 1/r) (\pi/2 - \varphi) \quad (12)$$

根据各段相连接的补充条件, 当 $\varphi = \gamma$ 时, 应有 $v_1 = v_2$, 经代换化简后得:

$$\Delta_1 m B / (A - B) = r^2(1/R - 1/r) \quad (13)$$

式中, $A = \pi/2 - \gamma - \sin \gamma \cos \gamma$

$$B = (4/\pi)[\cos\gamma - (\pi/2 - \gamma) \sin\gamma] \quad (14)$$

若用 R 表示 γ , 则方程(13)为非线性方程, 因而要用 γ 表示 R , 则方程(13)可写成:

$$R = r^2 (A/B - 1)[\Delta_1 m + r(A/B) - 1] \quad (15)$$

从图3可以看出:

$$\begin{aligned} e &= r + \Delta_1 m - R \\ R &= R_s + R_b + S_1/2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中,

S_1 ——抗弯环厚。

故得:

$$\begin{aligned} R_s &= r^2(A/B - 1)/[\Delta_1 m + r(A/B - 1) - S_b - S_1/2] \\ e &= r - r^2(A/B - 1)/[\Delta_1 m + r(A/B - 1)] + \Delta_1 m \end{aligned} \quad (17)$$

由此可见, 要确定 e 和 R_s , 在其他条件给定时, 只要确定 γ 角即可。

四、 γ 角对啮合性能的影响

由文献^[2]可知, 评价谐波齿轮传动啮合性能的质量指标是柔轮齿与刚轮齿之间的啮合侧隙及柔轮齿在刚轮齿槽中的啮入深度。要找出 γ 角对啮合性能的影响需分以下三步进行:

1. 建立啮合分析的数学模型

由上面的分析可得出在各区段中的柔轮变形规律分别为:

在 $0 \leq \varphi \leq \gamma$ 区段

$$\begin{aligned} w &= [\Delta_1 m / (A - B)] (A \cos \varphi - B) \\ v &= - [\Delta_1 m / (A - B)] (A \sin \varphi - B \varphi) \\ \mu &= \{ \Delta_1 m / [r(A - B)] \} B \varphi \end{aligned} \quad (18)$$

$\gamma < \varphi \leq \pi/2$ 区段

$$\begin{aligned} w &= [\Delta_1 m / (A - B)] [(1 + \sin^2 \gamma) \sin \varphi + (\pi/2 - \varphi) \cos \varphi - 2 \sin \gamma - B] \\ v &= - [\Delta_1 m / (A - B)] [(\pi/2 - \varphi) \sin \varphi - (2 + \sin^2 \gamma) \cos \varphi \\ &\quad - (2 \sin \gamma + B) \varphi + (\cos \gamma + \gamma \sin \gamma)] \\ \mu &= \{ \Delta_1 m / [r(A - B)] \} [2 \cos \varphi + (\sin \gamma + B) \varphi - (\cos \gamma + \gamma \sin \gamma)] \end{aligned} \quad (19)$$

由文献^[1]可知, 该传动共轭齿廓的相对运动方程为(中截面):

$$\begin{aligned} x_{2s} &= (r + w) \sin \Delta \varphi + (R_{1R} - r) \sin(\Delta \varphi - \mu) + \\ &\quad 0.5 B \cos(\Delta \varphi - \mu) - 0.5 S_{1R} \cos(\Delta \varphi - \mu) \\ y_{2s} &= (r + w) \cos \Delta \varphi + (S_{1R} - r) \cos(\Delta \varphi - \mu) + 0.5 S_{1R} \sin(\Delta \varphi - \mu) \\ z_{2s} &= - (0.5 S_{1R} \int w d\varphi) / L + (R_{1R} - r) w / L \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$\Delta \varphi$ ——柔轮齿廓上 H 点的向径对刚轮轮齿对称中线的旋转角度;

R_{1R} ——变形前柔轮齿廓上 K 点所在圆周的半径;

S_{1R} ——柔轮轮齿上 K 点的弧齿厚;

L ——柔轮的计算长度。

侧隙方程为:

$$C_s = (x_{2s} - 0.5 S_{1s}) \cos \alpha_{1s} \quad (21)$$

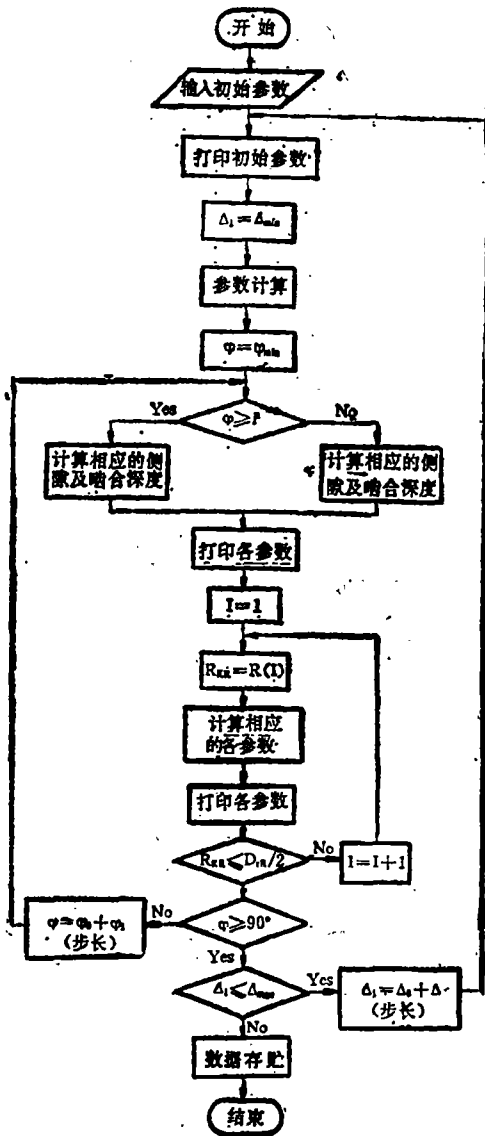


图 7

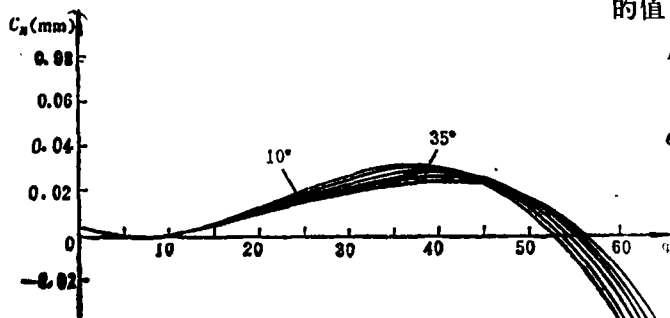


图 8

式中,

S_{k0} ——刚轮轮齿上K点的弧齿厚;

α_{k0} ——刚轮轮齿上K点对应的压力角。

2. 编制啮合分析软件

为准确快速地找出 γ 角及其他参数对啮合性能的影响, 本文采用FORTRAN 77 程序语言编写了啮合分析软件, 其流程图如图 7 所示。该软件采用多重循环结构, 利用该软件可作出任意 γ 角所对应的侧隙曲线。

又由文献^[3]可知, 当给定最大径向变形时, 随着 γ 角的增大, 沿波发生器短轴方向的弯曲应力增大, 沿长轴方向的弯曲应力减小, 幅值应力系数 C 随 γ 角的变化如图 6 所示。从图中可以看出, 幅值应力的最小值出现在 $\gamma = 20^\circ \sim 40^\circ$ 的范围内, 因而 γ 角通常不应超出此范围。

3. 利用该软件系统分析 γ 角的取值

如图 8 所示, 用该软件系统可绘出 γ 角从 $10^\circ \sim 40^\circ$, 每隔 3° 作出的一组侧隙曲线, 横坐标是波发生器的转角, 纵坐标是一对共轭齿廓的法向侧隙值。从图中可以看出, 在其他参数给定的情况下, 随着 γ 角的增大, 侧隙曲线趋于平滑, 最大、最小侧隙值波动较小, 啮合过程变长, 同时啮合的齿数增多。因此, γ 角取得较大对啮合有利, 推荐 γ 角取 40° , 此时, R_s 和 e 的值可按式计算:

$$R_s = 1.356r^2 / (\Delta_1 m + 1.356r) - S_k - S_k/2$$

$$e = r - 1.356r^2 / [\Delta_1 m + 1.356r] + \Delta_1 m \quad (22)$$

五、结 论

在盘波发生器谐波齿轮传动中, 发生器的结构参数 R_s 和 e 选取的是否合适, 将直接影响该传动的啮合性能。

当柔轮的结构参数及其最大径向变形量给定时, 改变二者之一均使柔轮作用于圆盘上的包角发生改变, 而包角 γ 与 R_d 和 e 又有着某种确定的关系〔式(17)〕。从前几部分的分析得出, 当 γ 角为着 40° 时, 对该传动的啮合性能有利, 所以, R_d 和 e 可按式(22)来确定。

参 考 文 献

- [1] Xie Jinrui, Sun Linzhi, Meshing Analysis Method of Harmonic Gear Drive Using Symmetric Disc Wavegenerator. Proceeding of the 1st. Inter.Sym. on Desing and Synthesis, 1984, Tokyo
- [2] 谢金瑞, 光学机械, No.3, 1989
- [3] 沈允文、李克美译, <谐波齿轮传动> 国防工业出版社, 1988
- [4] 吴一辉, 盘波发生器谐波齿轮传动的计算机辅助设计, 长春光机所硕士论文, 1991

Calculation and Analysis of the Disc Wavegenerator's Main Parameters of Structure

Wu Yihui Xie Jinrui

Abstract

In this paper the relation between disc wavegenerator's main parameters (eccentricity distancee, radius of disc R_d) and the surrouding angle γ of the flexspline with disc are deduced using mechanics principle and elasticity shell theory. In addition, the software series for design and meshing performance analysis are developed. On basis of these, the relation curve between γ and meshing performance are obtained.

The specific way for determining γ , e and R_d provided the design method and basis of it.