

固体润滑膜航天高速 齿轮动态传动性能的研究

王 建 设

摘要：本论文从理论上对固体润滑膜航天高速齿轮的传动性能做了分析研究。系统分析了该齿轮结构、传动和使用的特点，建立了齿轮传动的动力学模型与运动方程。从而得出齿轮传动中振动的位移响应和速度响应。

建立了固体润滑膜齿轮弹性接触问题的数学模型和齿面摩擦温升问题的热传导数学模型。详细推导出计算齿面接触带宽尺寸、轮齿上动载荷、齿面上固体润滑膜作用下的修正动载荷、各种初值与边界条件下的齿面温升、齿面温度等的理论公式。

作为输入的主动轮转速、齿轮的制造与安装误差、齿轮的结构设计参数等，通过这些理论的处理，可以得出沿啮合线上各瞬时啮合点的一系列的瞬态响应。

借助计算机，可以系统研究航天高速齿轮传动的瞬态特性。绘制一系列的动态曲线和图表。从中找出齿轮设计与传动性能的综合关系，寻得齿轮失效的机理和根源。对于指导航天齿轮的优化设计与试验研究有一定的参考价值。

一、引 言

齿轮传动依照重合度系数的不同，先后发生单齿与双齿的交替啮合。轮齿的啮合刚度在啮合传动中随啮合点变化。轮齿上的负载依啮合刚度的变化而依次更替发生相应地转移，成为齿轮自身的一个激励源。

齿轮的制造误差主要是齿形误差和基节偏差，使一对轮齿在进入啮合、啮合和退出啮合的过程中破坏了齿轮的共轭啮合条件。传动比随时变化。还有齿轮的其它误差、安装误差以及其与外围关连的因素等构成齿轮振动的复杂的激励源。

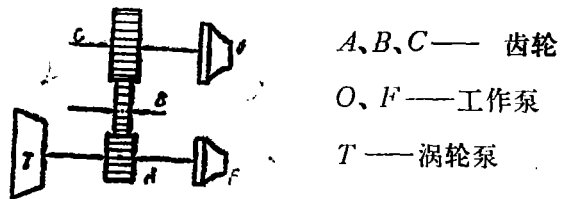
轮齿的提前啮合、退出啮合以及啮合刚度的突变导致齿轮传动的振动、强烈冲击和噪声，使轮齿产生很大的动载荷。尤其是多因素交互作用呈现出更为复杂的激励作用。即使工艺上制造理想的齿轮，轮齿的挠曲也会引起啮合冲击。

齿轮各瞬时啮合点由于相对滑动速度很高，引起齿面的摩擦、磨损。一方面摩擦损耗的功使齿面产生温升；另一方面齿面温度高和轮齿动载荷很大，会破坏齿面润滑膜，使金属直接接触。高温和动载荷的作用达一定临界状态使齿面发生胶合。齿面恶化，又引起更大的动载荷，剧烈地交替冲击作用使齿轮失效。

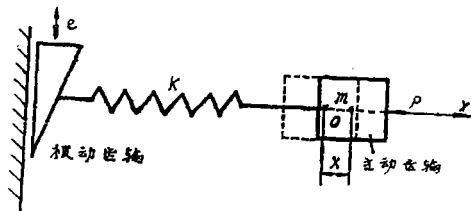
航天齿轮的试验研究由于耗资大和受许多因素的限制，往往不可能用更多的试验和巨额投资来奏效。因此本文对固体润滑膜航天齿轮进行理论研究作一探讨。用计算机做动态性能的分析，综合齿轮设计与传动特性的关系和规律，来指导航天齿轮的试验研究。

二、航天齿轮传动的动力学模型

1° 航天齿轮的结构装置



2° 托普林的力学模型



轮齿上的动载荷为: $P_d = k(e - x)$

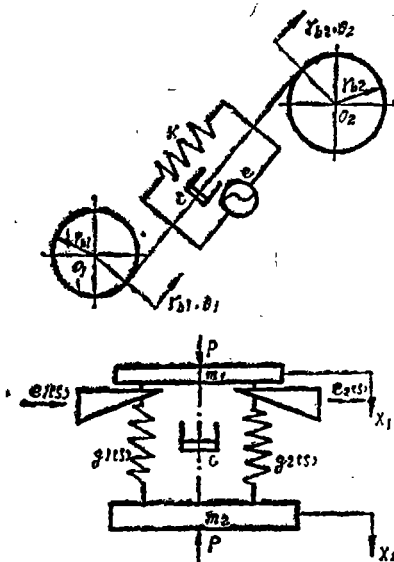
式中: k — 轮齿的啮合刚度

e — 轮齿的制造误差

x — 刚体位移

P — 静载荷

3° 一对轮副的动力学模型



齿副上的动载荷为:

$$P_{d1} = g_1 \cdot (x_1 - x_2 - e_1)$$

$$P_{d2} = g_2 \cdot (x_1 - x_2 - e_2)$$

轮齿上的总动载荷为:

$$P_d = P_{d1} + P_{d2} = k \cdot (x_1 - x_2) - g_1 \cdot e_1 - g_2 \cdot e_2$$

式中: g_1, g_2 ——轮齿的啮合刚度

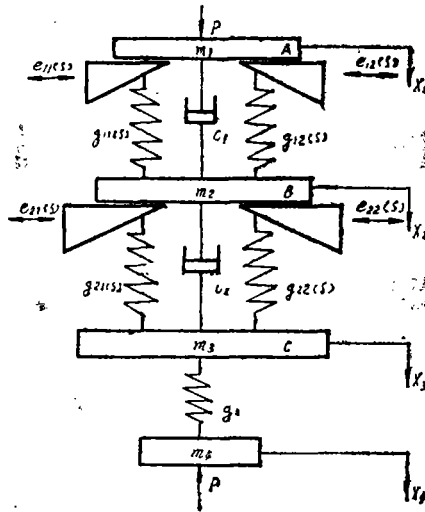
e_1, e_2 ——轮齿的制造误差、挠曲等形成的动态误差,

C ——等效粘性阻尼

x_1, x_2 ——刚体位移

$$k = \begin{cases} g_1 + g_2, & \text{双齿啮合;} \\ g_1, & \text{齿副 1 啮合;} \\ g_2, & \text{齿副 2 啮合。} \end{cases}$$

4° 航天齿轮的动力学模型



该动力学模型将齿轮体视为刚体, m 记之; 将轮齿的挠曲变形视为弹簧, g 记之; 啮合刚度 $g_{ij}(i, j = 1, 2)$ 随啮合点的变化而变化, 反映了齿轮啮合的瞬时特征。

齿轮传动中摩擦造成的能量损失转化成等效粘性阻尼 C 。

齿轮的制造误差、轮齿的挠曲变形, 轮齿的啮合接触与分离等诸因素交互作用综合形成随啮合点而变化的传动(动态)误差 $e_{ij}(i, j = 1, 2)$ 以及它们的作用方式。

m_4 与 g_3 反映高速传动时轮辐柔度对系统的啮合刚度的影响。

P 为轮齿上的静态载荷。

中间轮 B 在传动中的挠曲、承载和动态性能比较复杂, 该模型做了特殊处理。从而形成了体现航天齿轮特点, 揭示各个因素交互作用综合关系的动力学模型。

三、航天齿轮传动的运动微分方程

航天齿轮传动的运动微分方程的矩阵形式为:

$$[M]\{x''\} + [C]\{x'\} + [k]\{x\} = \{P(t)\}$$

其中, 质量矩阵 $[M]$

$$[M] = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix}$$

$$\text{阻尼矩阵 } [C] = \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{刚度矩阵 } [k] = \begin{pmatrix} g_{11} + g_{12} & -(g_{11} + g_{12}) & 0 & 0 \\ -(g_{11} + g_{12}) & (g_{11} + g_{12} + g_{21} + g_{22}) & -(g_{21} + g_{22}) & 0 \\ 0 & -(g_{21} + g_{22}) & (g_{21} + g_{22} + g_3) - g_3 & 0 \\ 0 & 0 & -g_3 & g_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{激励列阵 } \{P(t)\} = \begin{pmatrix} P + g_{11} \cdot e_{11} + g_{12} \cdot e_{12} \\ g_{21} \cdot e_{21} + g_{22} \cdot e_{22} - g_{11} \cdot e_{11} - g_{12} \cdot e_{12} \\ -g_{21} \cdot e_{21} - g_{22} \cdot e_{22} \\ -P \end{pmatrix}$$

$$\text{加速度列阵 } \{x''\} = \{x_1'' \ x_2'' \ x_3'' \ x_4''\}^T$$

$$\text{速度列阵 } \{x'\} = \{x_1' \ x_2' \ x_3' \ x_4'\}^T$$

$$\text{位移列阵 } \{x\} = \{x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4\}^T$$

四、轮齿上的动载荷

求解运动方程得出齿轮振动的位移响应 x ；进而求轮齿上的动载荷 P_d 。为此可分两步来考虑，先求不计固体膜时的动载荷，然后考虑该膜作用后的动载荷修正结果。可分齿副与齿轮的情况来计算。

$$\text{齿副: } P_{d11} = g_{11} \cdot (x_1 - x_2 - e_{11}),$$

$$P_{d12} = g_{12} \cdot (x_1 - x_2 - e_{12})$$

$$\text{齿轮副 1: } P_{d1} = P_{d11} + P_{d12}$$

$$P_{d1} = (g_{11} + g_{12}) \cdot (x_1 - x_2) - g_{11} \cdot e_{11} - g_{12} \cdot e_{12},$$

同理考虑齿轮副 2：

$$\text{齿副: } P_{d21} = g_{21} \cdot (x_2 - x_3 - e_{21}),$$

$$P_{d22} = g_{22} \cdot (x_2 - x_3 - e_{22}),$$

$$\text{齿轮副 2: } P_{d2} = P_{d21} + P_{d22}$$

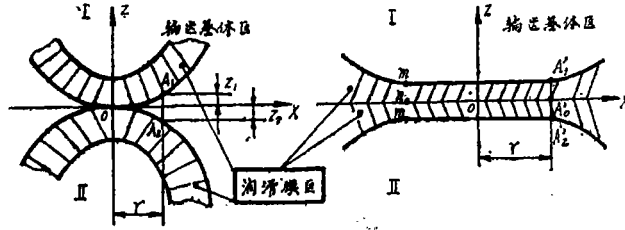
$$P_{d2} = (g_{21} + g_{22}) \cdot (x_2 - x_3) - g_{21} \cdot e_{21} - g_{22} \cdot e_{22}$$

五、固体润滑膜轮齿的接触问题

根据弹性力学的半无限平面理论与赫兹的假设理论，来解决齿轮齿面异体材料的接触问题，建立齿面接触的压缩位移方程：

$$\delta = z_1 + z_2 + w_1 + w_2 + \overline{w_1} + \overline{w_2}$$

来推导计算瞬时啮合点处轮齿的接触带宽尺寸的理论公式。



承载前齿面接触状态

承载后齿面接触状态

1° $z_1 + z_2$ 为两齿面上距 z 轴 r 处承载前的两点间的距离。

2° $w_1 + w_2$ 为固体润滑膜的接触压缩量的和。

3° $\overline{w_1} + \overline{w_2}$ 为轮齿基体的下沉量的和。

由弹性力学和几何学求得各表达式，代入位移方程，经数学整理可得出计算轮齿接触带宽之半的理论公式。

$$b = \frac{4P R_1 R_2}{\pi^2 S (R_1 + R_2)} \left(\frac{1 - \overline{u_1^2}}{E_1} + \frac{1 - \overline{u_2^2}}{E_2} \right) + \sqrt{\left[\frac{4P R_1 R_2}{\pi^2 S (R_1 + R_2)} \left(\frac{1 - \overline{u_1^2}}{E_1} + \frac{1 - \overline{u_2^2}}{E_2} \right) \right]^2 + \frac{4P R_1 R_2}{\pi (R_1 + R_2)} \left(\frac{1 - \overline{u_1^2}}{E_1} + \frac{1 - \overline{u_2^2}}{E_2} \right)}$$

式中： R_1, R_2 是轮齿该点处的曲率半径。

S 是固体膜厚度

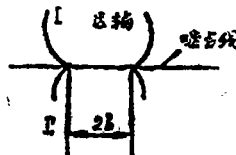
$\overline{u}, \overline{E}$ 与 u, E 分别为轮齿的材料常数。

P 是静载荷。

六、固体润滑膜作用时的修正动载荷

已推导出轮齿接触带宽尺寸的理论公式 b ，则轮齿上的修正动载荷的理论公式为：

$$Q = \frac{2^2 P}{\pi b}$$



七、齿面的瞬时温升与齿面温度

齿面上瞬时啮合点处的相对滑动速度很大，齿面摩擦、磨损以及动载荷的结果，使摩擦功转化为齿面的温升。根据摩擦学、传热学及齿轮传动过程的特点，将摩擦功视为一系列的高速运动的瞬时热源的热冲击。经过初值和边界条件的简化处理，建立传热体的杆体模型，推导出下列的理论公式：

1° 齿面初始温度相同时：

(1) 轮齿接触区内某点处的温升公式：

$$\theta(x) = \frac{6 \lambda_1 \lambda_2 \mu b^2 \beta^2 \sigma_{max} |v_{11} - v_{12}| \sqrt{1 - (\beta - 1)^2}}{S^3 (\lambda_1 v_{12} C_2^2 \rho_2^2 + \lambda_2 v_{11}^2 C_1^2 \rho_1^2)}$$

式中： $\beta = \frac{x}{b}$

(2) 轮齿接触带内的温升的最大值为：

$$\theta_{max} = \frac{50\sqrt{5} \lambda_1 \lambda_2 \mu b^2 \sigma_{max} |v_{11} - v_{12}|}{9 S^3 (\lambda_1 v_{12}^2 C_2^2 \rho_2^2 + \lambda_2 v_{11}^2 C_1^2 \rho_1^2)}$$

(3) 轮齿接触区的齿面温度为：

$$\begin{aligned} \theta_c &= \theta_M + \theta_{max} \\ &= \theta_M + \frac{50\sqrt{5} \lambda_1 \lambda_2 \mu b^2 \sigma_{max} |v_{11} - v_{12}|}{9 S^3 (\lambda_1 v_{12}^2 C_2^2 \rho_2^2 + \lambda_2 v_{11}^2 C_1^2 \rho_1^2)} \end{aligned}$$

2° 齿面初始温度不同时：

(1) 轮齿接触区内的闪温分量为：

$$\theta_{f,10} = \frac{6 \mu C_1 C_2 \rho_1 \rho_2 b^2 \beta^2 \sigma_{max} |v_{11} - v_{12}| \sqrt{1 - (\beta - 1)^2}}{S^3 (\lambda_1 C_2^2 \rho_2^2 v_{12}^2 + \lambda_2 C_1^2 \rho_1^2 v_{11}^2)}$$

(2) 轮齿接触区内的当量本体温度为：

$$\theta_M = \frac{\lambda_2 C_1^2 \rho_1^2 v_{11}^2 \theta_{M1} + \lambda_1 C_2^2 \rho_2^2 v_{12}^2 \theta_{M2}}{\lambda_1 C_2^2 \rho_2^2 v_{12}^2 + \lambda_2 C_1^2 \rho_1^2 v_{11}^2}$$

(3) 闪温的最大值为：

$$\theta_{f,10max} = \frac{50\sqrt{5} \mu C_1 C_2 \rho_1 \rho_2 b^2 \sigma_{max} |v_{11} - v_{12}|}{9 S^3 (\lambda_1 C_2^2 \rho_2^2 v_{12}^2 + \lambda_2 C_1^2 \rho_1^2 v_{11}^2)}$$

(4) 轮齿接触区内的齿面温度为：

$$\begin{aligned} \theta_c &= \theta_M + \theta_{f,10max} \\ &= \frac{\lambda_2 C_1^2 \rho_1^2 v_{11}^2 \theta_{M1} + \lambda_1 C_2^2 \rho_2^2 v_{12}^2 \theta_{M2}}{\lambda_1 C_2^2 \rho_2^2 v_{12}^2 + \lambda_2 C_1^2 \rho_1^2 v_{11}^2} \\ &\quad + \frac{50\sqrt{5} \mu C_1 C_2 \rho_1 \rho_2 b^2 \sigma_{max} |v_{11} - v_{12}|}{9 S^3 (\lambda_1 C_2^2 \rho_2^2 v_{12}^2 + \lambda_2 C_1^2 \rho_1^2 v_{11}^2)} \end{aligned}$$

上面这些温升公式是在固体膜厚度 S 不为零的前提下使用的。否则需另做考虑。

式中： λ 为固体膜的导热系数。

μ 为固体膜间的摩擦系数。

C 为固体膜的比热。

ρ 为固体膜的密度。

b 为轮齿接触带宽之半。

σ_{max} 为修正应力, $\sigma_{max} = Q$

v_t 为啮合点沿齿面切向速度

θ_M 为轮齿的本体温度。

八、结 束 语

应用这些理论方法,可以在改变齿轮的某些设计参数,制造误差的数学模型或精度等级以及许多其它因素的情况下,对齿轮各瞬时啮合点的动态特性进行系统的综合研究。归纳出航天齿轮传动性能的某些规律。

当然这些工作目前还处于理论研究的探索之中,有待进一步的完善和发展。

Research in Dynamic Transmission Capacity of the High Speed Space Rocket Gears with a Solid Lubricant Film

Wang Jianshe

Abstract

This thesis is on the dynamic mechanics study of the high speed gear system for launching rocket. This gear system consists of three gears using a solid lubricant film.

It sets up the dynamic mechanics model and mathematical equations. It gives the theoretic study method on the dynamic speciality of running gear. It presents the theoretic formula of calculating the dynamic response.

- 1° Displacement response.
- 2° Mesh stiffness response of tooth pairs.
- 3° Speed response.
- 4° Dynamic load response.
- 5° Elastic contact size response of tooth pairs.
- 6° Correct dynamic load response.
- 7° Tooth surface temperature response.

These research work are made by computer. It may be a guide to experimental research.